ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Антипова Евгения Александровича
на тему: «Асимптотика движения фронта
в задачах реакция-диффузия-адвекция»
по специальности 01.01.03 — «математическая физика»

Актуальность темы.

Исследование решений начально-краевых задач для сингулярно возмущенных уравнений в частных производных является очень актуальным Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений и систем уравнений в частных производных чрезвычайно актуально. Подобные уравнения и системы описывают многие процессы, в частности, процессы горения, сильные ударные волны в сжимаемой среде, и вместе с тем трудно поддаются численному решению ввиду наличия малых параметров при старших производных. Для построения асимптотик решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений есть большое количество алгоритмов, однако разнообразие задач требует развития уже имеющихся методов исследования и разработки. В частности, весьма важным классом задач, для которых требуется модификация одного из известных методов построения асимптотики – метода А. Б. Васильевой – является задача исследования движения нестационарных контрастных структур.

Тематика диссертации – исследования асимптотик решений уравнений типа реакция – диффузия – адвекция, несомненно, является актуальной.

Структура диссертации.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, списка литературы. Общий объем диссертации 125 страниц, список литературы содержит 64 наименования.

Содержание диссертации.

Во Введении освещен круг вопросов, охваченных диссертацией, охарактеризованы актуальность и новизна работы и изложено ее краткое содержание.

В первой главе приведен обзор работ, близких по содержанию к теме исследования автора.

Глава 2 посвящена исследованию вопроса о существовании и асимптотическом приближении решения с внутренним переходным слоем задачи

$$\varepsilon\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial t}=A(u,x)\frac{\partial u}{\partial x}+B(u,x), x\in(0,1), t\in(0,T],$$
$$u(0,t,\varepsilon)=u^0, u(1,t,\varepsilon)=u^1, t\in(0,T],$$
$$u(x,0,\varepsilon)=u_{init}(x,\varepsilon), x\in[0,1],$$

где A(u, x) и B(u, x) – достаточно гладкие функции в области $(u, x) \in I_u \times [0; 1]$, I_u – некоторый промежуток изменения переменной u, $\varepsilon > 0$ – малый параметр, T > 0. Требуемый порядок гладкости функций A и B согласован с порядком строящейся асимптотики.

Предполагается, что в начальный момент времени уже существует сформированный фронт, начальное условие имеет внутренний переходный слой в окрестности некоторой точки x_{00} отрезка [0; 1]. Доказывается существование решения в виде движущегося фронта, т.е. решения, имеющего внутренний переходный слой, который в каждый момент времени t локализован в окрестности точки $\hat{x}(t, \varepsilon) \in (0; 1)$ (теорема на стр. 39).

В Главе 3 рассмотрена начально-краевая задача для уравнения реакция-диффузия:

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon^2 \Delta u - \frac{\partial u}{\partial t} = f(u,x,y,\varepsilon), x \in \mathbb{R}, y \in (0,a], t \in (0,T],\\
&u_y(x,0,t,\varepsilon) = u_y(x,a,t,\varepsilon) = 0, x \in \mathbb{R}, t \in (0,T],\\
&u(x,y,t,\varepsilon) = u(x+L,y,t,\varepsilon) = 0, x \in \mathbb{R},, y \in (0,a] t \in (0,T],\\
&u(x,y,0,\varepsilon) = u_{init}(x,y,\varepsilon), x \in \mathbb{R}, y \in (0,a],
\end{aligned}
$$

где $\varepsilon \in (0; \varepsilon_0]$ – малый параметр. Считается, что функция $f(u, x, y, \varepsilon)$ – L - периодична по переменной x и достаточно гладкая.

Исследован вопрос существования решения задачи, которое имеет вид движущегося фронта. Получены условия, при которых существует решение, построено его асимптотическое приближение по малому параметру и доказано существование. Доказана теорема о существовании и асимптотическом представлении решения (стр. 74).

В Главе 4 исследуется начально–краевая задача реакция-диффузия-адвекция:

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon^2 \Delta u - \frac{\partial u}{\partial t} = (A(u,x,y), \nabla) u + B(u,x,y) \in \mathbb{R}, y \in (0,a], t \in (0,T],\\
&u(x,0,t,\varepsilon) = u^0(x), u(x,a,t,\varepsilon) = u^1(x), x \in \mathbb{R}, t \in (0,T],\\
&u(x,y,t,\varepsilon) = u(x+L,y,t,\varepsilon) = 0, x \in \mathbb{R},, y \in (0,a] t \in (0,T],\\
&u(x,y,0,\varepsilon) = u_{init}(x,y,\varepsilon), x \in \mathbb{R}, y \in (0,a],
\end{aligned}
$$

где $A(u, x, y) = \{A_1(u, x, y), A_2(u, x, y)\}$, $\varepsilon \in (0; \varepsilon_0]$ - малый параметр. Считается, что функции $A_i(u, x, y)$, $i = 1, 2$ и $B(u, x, y)$, $u^0(x), u^1(x)$ – L-периодические по переменной x, достаточно гладкие. При определенных предположениях решен вопрос о существовании и асимптотическом приближении решения задачи, которое имеет вид движущегося фронта (теорема на стр. 105).

Основные научные результаты и их обоснованность.

Получены асимптотические разложения решений ряда важных для практики начально-краевых задач для уравнений типа диффузия – адвекция – реакция, имеющих особенности типа движущегося фронта. Доказаны теоремы об оценках остаточных членов.

Все результаты представлены в виде сформулированных и строго доказанных теорем, их обоснованность не вызывает сомнений. В каждой главе есть содержательные примеры построения асимптотик решений конкретных задач с применением развитых методов.

Научная новизна диссертационного исследования

Все результаты, включенные в диссертацию, являются новыми. Отметим наиболее значимые из них.

1. Исследованы новые классы сингулярно возмущенных уравнений в частных производных.
2. Разработаны алгоритмы построения асимптотик решений с внутренними переходными слоями для определенных классов уравнений в частных производных.
3. Доказаны теоремы существования решений и возможности разложения в асимптотические ряды для определенных классов уравнений в частных производных.

Замечания

По диссертационной работе Антипова Е. А. можно сделать ряд замечаний.

1. В обзоре работ не упомянуты и иные методы построения асимптотических разложений, например, метод согласования асимптотических разложений, так же пригодный для уравнений в частных производных.

2. Не ясно, насколько существенно определение точки $\hat{x}(t,\varepsilon)$ (формула (2.3)) как точки, в которой решение равно именно *полусумме* φ^{+} и φ^{-}.

3. Из текста диссертации не ясно, можно ли полученные результаты обобщить на уравнения с коэффициентами, зависящими от переменной t.

4. В диссертации отсутствуют сравнения полученных асимптотик с результатами прямых численных расчетов.

Есть замечания редакционного характера.

5. Имеется некоторое количество опечаток, например, в формуле (2.3) на стр.19, 11 строка снизу на стр. 22 и другие.

6. Не пронумерованы леммы и теоремы, что затрудняет чтение работы. Неудачно пронумерованы условия (A1,C1 и т. д.)

7. В диссертации отсутствуют поясняющие иллюстрации.

Отмеченные замечания не влияют на общую высокую оценку работы.

Общая оценка диссертационной работы

Диссертация Антипова Е. А. является законченным научным исследованием в области построения асимптотических разложений решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в частных производных. Все результаты четко сформулированы в положениях, выносимых на защиту.

Результаты диссертации являются новыми. По теме диссертации имеется 16 публикаций, из них 4 статьи в журналах из Перечня ведущих периодических изданий ВАК или в приравненных к ним журналах международных баз цитирования. Результаты неоднократно докладывались на различных международных и российских научных конференциях и семинарах. Автореферат корректно и полностью отражает содержание диссертации и положения, выносимые на защиту.

Указанные выше замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности **01.01.03 — «математическая физика»** (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Считаю, что соискатель Антипов Евгений Александрович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 — «математическая физика».

Официальный оппонент:
д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры прикладной информатики
ГАОУ ВО города Москвы «Московский городской
педагогический университет»

Нестеров Андрей Владимирович

«03» 04. 2018 г.

Контактные данные:
тел.: +7(495)6339981, e-mail: info@mgpu.ru
Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация: 01.01.02 – Дифференциальные уравнения.
Адрес места работы:
129226, Москва, 2-й Сельскохозяйственный проезд, д. 4, корп. 1
ГАОУ ВО города Москвы «Московский городской
педагогический университет», кафедра прикладной информатики
Тел.: +7(495)6339981; e-mail: info@mgpu.ru

Подпись руки Нестерова А. В. подтверждаю
Главный специалист финансово-экономической дирекции
О.Н. Максимова