МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

На правах рукописи

Степаненко Виктор Михайлович

Математическое моделирование теплового режима и динамики парниковых газов в водоёмах суши

Специальность 25.00.29 —

«Физика атмосферы и гидросферы»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени

доктора физико-математических наук

Москва — 2018

Посвящается моим родным и близким

Оглавление

Стр.

Введение 8

Глава 1. Современное состояние проблемы 14
1.1 Роль водоёмов суши в климатической системе 14
1.1.1 Термодинамическое взаимодействие водоёмов с атмосферой 15
1.1.2 Водоёмы суши как источник парниковых газов 18
1.2 Математическое моделирование водоёмов суши 21
1.2.1 Иерархия моделей по пространственной детализации . . . 24
1.2.2 Турбулентные замыкания 31
1.2.3 Моделирование внутренних колебаний в водоёмах 37
1.2.4 Верификация моделей водоёма 39
1.2.5 Моделирование биогеохимических процессов 43
1.2.6 Параметризация водоёмов в системах прогноза погоды и моделях климата 48
1.3 Выводы по современному состоянию проблемы 49

Глава 2. Численное моделирование термодинамики водных объектов. Сравнение моделей 52
2.1 Формулировка одномерного приближения 52
2.1.1 Уравнение вертикального переноса для горизонтально осредненных величин в замкнутом водоёме 52
2.1.2 Уравнение переноса в движущейся нормированной вертикальной системе координат 58
2.2 Уравнение притока тепла и примесей 59
2.3 Уравнения для горизонтальных компонент импульса 61
2.4 Турбулентное замыкание 65
2.5 Уравнения тепловлагопереноса в слоях льда и снега 67
2.6 Уравнения тепловлагопереноса в донных отложениях 69
2.7 Параметризация теплообмена с наклонным дном 72

2.8 Аспекты численной реализации одномерных уравнений термогидродинамики . . . 74
2.8.1 Численная реализация уравнений сохранения скалярных величин и импульса . . . 74
2.8.2 Численная реализация $k-\epsilon$ замыкания . . . 75
2.9 Валидация модели в идеализированных численных экспериментах 80
2.9.1 Эксперимент Като-Филлипса . . . 80
2.10 Сравнение одномерных моделей по данным наблюдений на оз. Коссенблаттер (Германия)[1] . . . 84
2.10.1 Модели озера . . . 84
2.10.2 Характеристики озера и данные наблюдений . . . 86
2.10.3 Постановка численных экспериментов . . . 88
2.10.4 Результаты и обсуждение . . . 92
2.10.5 Выводы . . . 112
2.11 Сравнение одномерных моделей по данным наблюдений на оз.Валькеа-Котинен (Финляндия)[2] . . . 114
2.11.1 Характеристики озера и данные наблюдений . . . 114
2.11.2 Модели озера и постановка численных экспериментов . . . 116
2.11.3 Результаты и обсуждение . . . 118
2.11.4 Выводы . . . 134
2.12 Обсуждение систематического расхождения турбулентных потоков по расчетам моделей водоёма и по методу ковариации пульсаций . . . 135
2.13 Численное моделирование заглубленного максимума температуры в оз. Большой Вилюй (Камчатка) [3] . . . 141
2.13.1 Введение . . . 141
2.13.2 Характеристика озера и данные измерений . . . 142
2.13.3 Постановка численных экспериментов . . . 143
2.13.4 Аналитическое решение для профиля температуры . . . 148
2.13.5 Чувствительность аналитического решения . . . 151
2.13.6 Тепловой баланс максимума температуры . . . 154

[1] Раздел написан на основе статьи (Stepanenko et al., 2013), дополнительные материалы доступны по ссылке http://www.geosci-model-dev.net/6/ 1337/2013/gmd-6-1337-2013-supplement.pdf

[2] Раздел написан на основе статьи (Stepanenko et al., 2014)

[3] Раздел написан на основе статьи (Stepanenko et al., 2018)

2.13.7 Результаты и обсуждение 158
2.13.8 Выводы. 167

Глава 3. Параметризация гравитационных и инерционных колебаний в замкнутых водоёмах 169
3.1 Линейные модели расслоенной жидкости 170
3.1.1 Сохранение энергии в расслоенной жидкости 172
3.1.2 Общая постановка задачи для однослойной жидкости . . . 173
3.1.3 Общая постановка задачи для двухслойной жидкости . . . 175
3.2 Параметризация сейш в одномерной модели[4] 176
3.2.1 Случай двумерного водоёма без вращения 182
3.2.2 Обобщение на случай трёхмерного водоёма 183
3.2.3 Обобщение на случай с вращением 185
3.2.4 Проверка параметризации сейш на аналитических решениях 190
3.2.5 Сводка уравнений одномерной модели с параметризацией сейш 194
3.2.6 Численная реализация параметризации сейш в одномерной модели 195
3.2.7 Свободные колебания в модели с параметризацией сейш . 197
3.2.8 Эффект параметризации сейш на перемешивание в сдвиговом стратифицированном потоке 199
3.2.9 Эффект параметризации сейш для оз.Валькеа-Котинен . . 209
3.3 Выводы 212

Глава 4. Моделирование производства, потребления и переноса парниковых газов в пресных водоёмах 214
4.1 Краткие сведения о биогеохимии метана 214
4.1.1 Производство метана 214
4.1.2 Потребление метана 218
4.2 Модель биогеохимических процессов 220
4.2.1 Вводные замечания 220
4.2.2 Уравнения для растворённых газов и форм органического углерода в водной толще 221

[4]Раздел написан на основе статьи (Степаненко, 2018)

4.2.3 Модель пузырька и ее сопряжение с остальной частью модели . . . 227
4.2.4 Аэробное окисление метана в водной толще . . . 231
4.2.5 Модель метана в донных отложениях . . . 233
4.3 Параметризация образования и стока кислорода и углекислого газа . . . 238
4.3.1 Фотосинтез . . . 238
4.3.2 Дыхание . . . 240
4.3.3 Биохимическое потребление кислорода . . . 241
4.3.4 Донное потребление кислорода . . . 242
4.3.5 Динамика хлорофилла-a . . . 244
4.4 Валидация модели по данным наблюдений на оз. Щучье (Северо-Восточная Сибирь)[5] . . . 245
4.4.1 Характеристика озера и данные наблюдений . . . 245
4.4.2 Численные эксперименты и калибровка модели . . . 246
4.5 Валидация модели по данным наблюдений на оз. Куйваярви (Южная Финляндия)[6] . . . 252
4.5.1 Характеристика озера и данные наблюдений . . . 252
4.5.2 Постановка численных экспериментов . . . 254
4.5.3 Результаты . . . 257
4.5.4 Обсуждение . . . 264
4.5.5 Выводы . . . 281

Заключение . . . 284

Список литературы . . . 290

Приложение А. Уравнение теплопроводности при использовании нормированной движущейся системы координат . . . 344

Приложение Б. Одномерные модели водоема, участвовавшие в проекте LakeMIP . . . 346

[5]Раздел написан на основе статьи (Степаненко и др., 2011)
[6]Раздел написан на основе статьи (Stepanenko et al., 2016)

Приложение В. Вывод закона сохранения механической энергии многослойной жидкости 350

Приложение Г. Вычисление среднего градиента уровня воды в круговой области 352

Приложение Д. Критическая концентрация метана в донных отложениях 354

Приложение Е. Скорость генерации метана в талике при разложении старой органики 355

Приложение Ж. Стационарное число Ричардсона для модификаций $k - \epsilon$ модели 357

Приложение З. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ (модель LAKE) 360

Приложение И. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ (модель ТМО) 361

Введение

Основным средством прогноза погоды и оценки прошлых и будущих изменений климата являются модели общей циркуляции атмосферы и океана, дополненные описанием процессов, происходящих в деятельном слое суши. С ростом производительности суперкомпьютеров улучшается пространственное разрешение этих моделей, в них добавляются параметризации новых физических процессов и объектов. В частности, за последнее десятилетие в ряд глобальных и региональных моделей включены одномерные параметризации озёр, что важно для адекватного описания взаимодействия атмосферы с гидрологически неоднородными территориями (Степаненко и др., 2006; Степаненко и Микушин, 2008). Несмотря на распространённость использования одномерных (по вертикали) моделей водоёмов в лимнологии и – теперь – в климатологии, вопрос об условиях их применимости к описанию реальных объектов систематически не изучался. К к каждому новому водному объекту модель, как правило, адаптируется формальной калибровкой параметров. Кроме того, биогеохимические процессы в подобных моделях были отражены только в составе, необходимом для расчёта качества воды. При этом, несмотря на эмпирически зафиксированные высокие значения потоков парниковых газов (CO_2, CH_4) с внутренних водоёмов, подходы к моделированию этих эмиссий разработаны не были. Данные обстоятельства стали мотивацией для выбора темы настоящей диссертации.

Целью данной работы является создание математической модели водоёма, воспроизводящей термогидродинамические и биогеохимические процессы, которые определяют его вертикальную структуру и энергомассообмен с атмосферой, и допускающей вычислительно эффективную конфигурацию для параметризации озёр в моделях Земной системы и системах прогноза погоды.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих **задач**:

1. формулировка общей одномерной постановки задачи для расчёта термогидродинамики водоёма, построение иерархии упрощённых уравнений, реализациями которых служили бы все существующие одномер-

ные модели; формулировка проблемы замыкания системы одномерных уравнений;

2. определение условий применимости традиционного одномерного приближения в терминах геометрических размеров водоёма;
3. оценка влияния параметризаций физических процессов в ведущих одномерных моделях на качество расчёта термодинамического режима выбранных озёр;
4. разработка параметризации горизонтального градиента давления для системы одномерных по вертикали уравнений; проверка воспроизведения новой моделью инерционно-гравитационных колебаний на уровне аналитических решений, в идеализированных численных постановках и в расчётах реальных озёр;
5. создание математического описания биогеохимических процессов в водоёме, включающих процессы генерации углекислого газа (CO_2) и метана (CH_4), биохимические преобразования этих газов, вертикальный перенос и эмиссию CO_2 и CH_4 в атмосферу.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Существует система общих точных одномерных уравнений термогидродинамики и биогеохимии водоёма, частными случаями которой являются формулировки представленных в литературе одномерных моделей.
2. Современные одномерные модели с разными замыканиями турбулентности удовлетворительно воспроизводят температуру и потоки энергии на поверхности озёр, но существенно расходятся в вертикальном распределении температуры.
3. Физическими факторами максимума температуры в стратифицированных по солёности озёрах являются объёмное поглощение радиации, вертикальная теплопроводность, теплообмен с донными отложениями, динамика температуры перемешанного слоя и впервые сформулированный механизм "накачки" максимума температуры.
4. Наиболее энергонесущая первая горизонтальная мода сейш может быть явно и вычислительно эффективно воспроизведена в одномерной модели при сопряжении с многослойной линеаризованной моделью типа мелкой воды; это позволяет учесть подавление заглубления летнего пе-

ремешанного слоя внутренними колебаниями, а также формирование придонного турбулизованного слоя.

5. Пренебрежение горизонтальным градиентом давления, имеющее место во всех, кроме авторской, одномерных моделях, справедливо только для водоёмов с горизонтальными размерами, превышающими внутренний радиус деформации Россби; в противном случае необходимо использовать параметризацию сейш.
6. В рамках одномерного подхода может быть построена модель переноса и биогеохимических преобразований углекислого газа и метана в водоёмах суши, успешно воспроизводящая вертикальное распределение в воде и потоки CO_2 и CH_4 в атмосферу на озёрах различного генезиса.

Научная новизна состоит в том, что впервые:

1. систематически рассмотрен вопрос о выводе общих *точных* одномерных уравнений термогидродинамики водоёма, сформулированы упрощающие и замыкающие гипотезы;
2. проведено детальное сравнение результатов наиболее распространённых в мире одномерных моделей озера, полученных в согласованных условиях для различных озёр, сформулированы преимущества и недостатки модельных систем уравнений и физических параметризаций;
3. на основании экспедиционных измерений и результатов моделирования проведён анализ явления заглублённого максимума температуры в озере, стратифицированном по солёности, идентифицированы и количественно оценены физические условия и механизмы развития максимума;
4. построена многослойная модель сейш, сопрягаемая с одномерной моделью водоёма;
5. продемонстрирован эффект сейш, заключающийся в ограничении толщины верхнего перемешанного слоя в небольшом водоёме в течение периода устойчивой стратификации;
6. даётся объяснение удовлетворительному воспроизводению вертикального распределения температуры одномерными моделями в пренебрежении горизонтальным градиентом давления;

7. разработана и проверена на нескольких водоёмах модель, воспроизводящая ключевые процессы, определяющие распределение и динамику метана и углекислого газа в озере.

Научная и практическая значимость. Полученные результаты находят применение как в области лимнологии, так и в сфере климатологии. В частности, авторская модель озера LAKE включена как параметризация водоёмов суши в модель Земной системы ИВМ РАН. Важная с экономической точки зрения задача инвентаризации и прогнозирования эмиссии парниковых газов искусственными водохранилищами также может быть решена с помощью модели, изложенной в настоящей диссертации.

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается:

- строгостью и верифицируемостью математических выкладок с явными формулировками всех принимаемых допущений;
- согласием результатов модельных расчётов с данными идеализированных (лабораторных) экспериментов и наблюдений на озёрах;
- согласованностью получаемых результатов с данными, представленными в мировой литературе, в тех случаях, где подобное сопоставление возможно;
- апробацией результатов на многочисленных научных мероприятиях и в ведущих (в том числе высокорейтинговых) научных изданиях.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих мероприятиях:

- серия международных конференций по измерениям, моделированию и информационным системам для изучения окружающей среды ENVIROMIS: 2006, 2012, 2014, 2016 гг.;
- серия международных школ молодых ученых и международных конференций по вычислительно-информационным технологиям для наук об окружающей среде CITES: 2005, 2011, 2015, 2017 гг.;
- серия международных конференций European Geosciences Union General Assembly: 2010, 2011, 2012, 2013 гг.;
- серия международных семинаров Workshop on Parameterization of Lakes in Numerical Weather Prediction and Climate Modeling: 2008, 2010, 2012, 2014, 2017 гг.;

- серия международных семинаров Workshop on Physical Processes in Natural Waters: 2016, 2017, 2018 гг.;
- серия всероссийских конференций "Ломоносовские чтения": 2012, 2014, 2015, 2017 гг.

и многих других.

Личный вклад. Все основные результаты настоящей работы получены автором лично. Частные результаты получены с сотрудничестве с В.Ю.Богомоловым, А.В.Глазуновым, И.А.Репиной, А.Ю.Артамоновым, С.Л.Гориным и В.Н.Лыкосовым, а также с зарубежными коллегами – в ходе межмодельных сравнений проекта LakeMIP (уточнения даны в тексте ниже).

Публикации. Соискатель имеет 31 опубликованную работу, в том числе по теме диссертации 26 работ, из них 24 статьи, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 25.00.29 – "Физика атмосферы и гидросферы" (из них 14 статей – в журналах, входящих в реферативную базу Web of Science (WoS), и 7 статей – в журналах категории Top25 WoS). Получено 2 свидетельства о регистрации прав на программное обеспечение.

Объем и структура работы. Полный объём диссертации составляет 361 страницу с 66 рисунками и 22 таблицами. Список литературы содержит 416 наименований.

Благодарности. Автор в первую очередь благодарит И.А.Репину, В.Н.Лыкосова и А.В.Гаврикова за внимательное прочтение диссертации и конструктивные замечания редакционного характера и по существу материала. Автор глубоко признателен коллективу лаборатории суперкомпьютерного моделирования природно-климатических процессов НИВЦ МГУ имени М.В.Ломоносова, в особенности, В.Н.Лыкосову, А.В.Глазунову, Е.В.Мортикову и А.В.Дебольскому за многолетнюю совместную работу и обсуждения разнообразных вопросов математического моделирования и геофизической гидродинамики. Автор высоко ценит сотрудничество с коллегами из Университета Хельсинки, в особенности, с И.Маммареллой и Т.Весала, благодаря которым появилась возможность использовать уникальный набор данных наблюдений на финских озёрах. Автор выражает искреннюю благодарность

многочисленным сотрудникам и студентам своей *Alma mater* – Географического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова, и особенно кафедры метеорологии и климатологии в лице А.В.Ольчева и П.А.Торопова – за моральную поддержку и полезные обсуждения по тематике диссертации.

Текст работы подготовлен при поддержке гранта Российского научного фонда (грант 17-17-01210). Исследования, отражённые в диссертации, в разное время были поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 16-55-44057, 15-35-20958, 14-05-91752) и Советом по грантам Президента Российской Федерации (грант 16.120.11.6767-МК).

Глава 1. Современное состояние проблемы

1.1 Роль водоёмов суши в климатической системе

Водоёмы суши – участник гидрологического цикла Земли, внешняя среда экосистем, источник питьевой и технической воды, средство для получения гидроэлектроэнергии, рекреационный ресурс. Эти наименования отражают функции водоёмов в природе и народном хозяйстве, которые были и продолжают оставаться предметом огромного множества исследований в лимнологии и соответствующих разделов экологии, биологии, электроэнергетики и т.д. Помимо этого, озёра идентифицированы как природные системы, чувствительные к изменениям климата (Адаменко, 1985; Tranvik et al., 2009), вследствие чего их донные отложения можно использовать как источник информации об изменчивости климата прошлого. Существует также ещё одна "ипостась" озёр – они являются "типом подстилающей поверхности" с точки зрения процессов в атмосфере. Этот тип является контрастным по радиационным, теплофизическим и аэродинамическим характеристикам в сравнении с другими типами поверхности суши, что вызывает локальные особенности погоды и климата (см. Раздел 1.1.1) над крупными водными объектами и их окрестностями. Другим возможно существенным фактором эволюции климата являются потоки парниковых газов (H_2O, CO_2 и CH_4) с поверхности озёр, которые могут увеличиться при потеплении приземного слоя атмосферы, образуя дополнительную положительную обратную связь в климатической системе. В связи с последним представляется важным тот факт, что на современном этапе отмечается быстрое потепление поверхности озёр (O'Reilly et al., 2015), опережающее потепление приземного воздуха. Это может вызвать не только ускорение биогеохимических процессов в озёрных экосистемах, в т.ч. генерации и эмиссии парниковых газов, но и усиление конвективных атмосферных циркуляций над крупными водоёмами (см. Раздел 1.1.1).

Озёра занимают по разным данным всего 1.3–1.8% общей площади материков (Рянжин, 2005; Downing et al., 2006; Messager et al., 2016). Однако, рас-

пределение озер по поверхности суши очень неравномерно, так что в отдельных районах, например, Канады, Финляндии, России (Карелия, Западная Сибирь) доля площади поверхности, занимаемая озёрами, может достигать нескольких десятков процентов, что создаёт существенную "гидрологическую неоднородность" территории (Степаненко и Микушин, 2008). Здесь влияние водоёмов на погоду и климат является, очевидно, существенным. В связи с этим, а также с общей тенденцией повышения пространственного разрешения систем прогноза погоды и моделей Земной системы, назрела необходимость явно воспроизводить в этих моделях региональные эффекты, связанные с озерами.

В настоящей главе представлен краткий обзор физических и биогеохимических процессов, происходящих в озёрах, которые обусловливают специфику *взаимодействия* озёр с погодой и климатом, а также – подходов к математическому моделированию этих процессов. Приводятся яркие примеры воздействия озёр на мезомасштабную атмосферную циркуляцию.

1.1.1 Термодинамическое взаимодействие водоёмов с атмосферой

Специфика теплового баланса озер

Принципиально различный характер теплообмена в водоёмах и ландшафтах суши проводит к различному суточному и годовому ходу компонент теплового баланса на их поверхности.

Вода имеет низкое альбедо (в среднем, $\sim$6%), так что водоёмы, как правило, поглощают больше падающей коротковолновой радиации, чем суша (где альбедо составляет десятки %), кроме периода ледостава в умеренных широтах, когда альбедо этих двух типов поверхности почти сравнивается. Однако энергия поглощённой радиации, вследствие прозрачности воды, распределяется на бóльшие глубины, чем в почве, чему способствует также вертикальный турбулентный теплообмен. Поэтому поверхность воды в суточном ходе нагревается медленнее суши. В периоды малой высоты Солнца или ночью, когда поверх-

ность выхолаживается, неустойчивая стратификация в верхнем перемешанном слое водоёма приводит к тому, что эффективная теплоёмкость, определяющая изменение температуры поверхности, задаётся толщиной перемешанного слоя. Вследствие этого, выхолаживание поверхности озёр при прочих равных условиях происходит также медленнее, чем выхолаживание поверхности суши (Хромов и Петросянц, 2012). Из вышесказанного следует, что амплитуда суточных колебаний температуры поверхности воды (летом для умеренных широт – обычно $\sim 2°C$ (например, (Skowron and Piasecki, 2016))) значительно меньше, чем амплитуда колебаний температуры поверхности суши. Это, в свою очередь, приводит к дифференцированному нагреву пограничного слоя атмосферы на границе водных объектов и развитию атмосферных циркуляций бризовой характера (например, (Comer and McKendry, 1993)) – аналогично тому, как это происходит на границе "суша-море".

Что касается сезонного хода температуры поверхности и компонент теплового баланса, то здесь различие между озёрами и сушей зависит от глубины озера. Для относительно небольших и неглубоких (до $\sim$10 м) озёр толщина летнего перемешанного слоя составляет несколько метров, что близко к характерной толщине сезонного деятельного слоя суши ($\sim$5 м). Поэтому сезонный ход потоков тепла в атмосферу для таких объектов качественно повторяет таковой для ландшафтов суши (Elo, 2007; Manrique-Suñén et al., 2013). В глубоких же водоёмах глубина перемешанного слоя значительно превышает толщину сезонного деятельного слоя суши, так что сезонные колебания температуры здесь сильно сглажены. Это, в частности, приводит к сдвигу максимума потока явного и скрытого тепла из глубоких озёр в атмосферу на осенние месяцы (Schertzer, 1987; Livingstone and Imboden, 1989; Long et al., 2007), поскольку в это время года поверхность озера оказывается в среднем теплее выхоложенных над сушей воздушных масс. Это вызывает осенние конвективные циркуляции в атмосфере, кратко рассмотренные в следующем параграфе.

Конвективные явления над озерами

Пожалуй, наиболее экстремальный режим атмосферной мезомасштабной циркуляции, наблюдающийся в окрестности крупных озёр, – это глубокая конвекция. Она имеет выраженную региональную специфику, географический обзор которой заслуживает отдельного исследования. Поэтому ниже приводится только два ярких примера.

Влиянию Великих Американских озер на региональный климат и, особенно, ливневым осадкам посвящена обширная литература. Основным объектом исследований здесь являются т.н. "озёрные снегопады" ("lake-effect snow"). Их генезис заключается в том, что поздней осенью или зимой холодная воздушная масса с севера (с территории Канады) натекает на незамёрзшую, относительно тёплую поверхность озёр. Возникающие при этом облачные структуры принимают форму как классических конвективных валиков, вытянутых вдоль сдвига ветра, так и мезомасштабных вихрей (Forbes et al., 1984; Grim et al., 2004). На подветренной стороне озёр нередко выпадают рекордные суммы осадков, парализующие на некоторое время хозяйственную деятельность, и, в особенности, транспортные системы прилегающих штатов США и Канады. Явление также привлекает внимание тем, что за XX век отмечено усиление его интенсивности (Burnett et al., 2003). В связи с большой практической значимостью прогноза озёрных снегопадов, значительное число работ (например, (Reeves and Dawson, 2013)) посвящено валидации и настройке численных моделей прогноза погоды для данной мезомасштабной циркуляции. Встречаются также статьи, посвящённые теоретическим вопросам конвекции над озёрами, например, определению зависимости интенсивности мезомасштабной циркуляции от характеристик натекающего потока на основе идеализированных численных экспериментов (Laird et al., 2003, 2004).

Африканское озеро Виктория заслужило "дурную репутацию" тем, что в результате ночных конвективных ливней ежегодно на нём тонет до 3–5 тыс. рыбаков (RedCross, 2014). Причиной развития систем глубокой конвекции является здесь ночной бриз, обуславливающий конвергенцию влаги над озером. Относительно холодный воздух с суши над водой конвективно неустойчив, что

при достаточном количестве влаги приводит к формированию мощных кучевдождевых облачных систем (Thiery et al., 2015). Расчёты с региональной климатической моделью показывают, что интенсивность данного явления при потеплении климата также будет возрастать (Thiery et al., 2016).

Другой яркий пример, когда конвекция (на этот раз – мелкая) над крупным незамёрзшим озером приводит к контрастным метеорологическим условиям над прилегающей территорией, приводится в статье (Eerola et al., 2014). В ней разбирается случай формирования массива слоистообразной облачности над Ладожским озером поздней осенью в антициклонических условиях. Массив переносится на территорию Финляндии, где вызывает резкую разницу радиационного баланса на подстилающей поверхности между покрытой облачностью и безоблачной сушей. В результате на расстоянии 150 км наблюдалась разница приземной температуры до 20°C. Очевидно, подобные эффекты также должны адекватно воспроизводиться системами прогноза погоды.

1.1.2 Водоёмы суши как источник парниковых газов

Другой "модой" взаимодействия водоёмов суши с климатической системой является участие этих объектов в биогеохимических циклах. Водоёмы в среднем являются источниками углекислого газа (CO_2) и метана (CH_4) для атмосферы (Tranvik et al., 2009). Эти газы образуются в озёрах при разложении мёртвых органических остатков: углекислый газ – в присутствии кислорода (аэробных условиях), метан – при очень малых содержаниях O_2 (анаэробных условиях)[1].

Измерениям концентрации и потоков CO_2 и CH_4 в озёрах посвящена огромная литература. В этой связи необходимо отметить, что измерение потоков тепла и массы с поверхности воды в атмосферу наталкивается на серьёзные методологические трудности. Так, в течение десятилетий потоки газов измеряются методом плавучих камер; при этом определяется только локальный поток, который, как правило, сильно неоднороден по горизонтали, по меньшей мере

[1] Биохимия образования метана будет кратко рассмотрена в Главе 4

вследствие наличие пузырьковых струй (Walter Anthony and Anthony, 2013). С другой стороны, в методе ковариации пульсаций[2] (Aubinet et al., 2012), хотя и измеряется поток, сформировавшийся (агрегированный) на значительной площади подстилающей поверхности, но определение весовой функции агрегирования (функции влияния или функции футпринта) представляет собой проблему даже для горизонтальной однородной поверхности (Glazunov et al., 2016). В этой связи неудивительно, что сравнение результатов измерения потоков газов разными методами в приводном слое (см., например, (Podgrajsek et al., 2014)) демонстрирует существенное расхождение в отдельные промежутки времени. Поэтому, использовать данные измерений потоков метана и углекислого газа с озёр при верификации математических моделей следует, принимая во внимание их значительную неопределённость.

В России полевые исследования содержания метана в естественных и искусственных водоёмах проводятся несколькими группами, и, в основном, методом плавучих камер. Одно из первых исследований было проведено группой под руководством И.П.Семилетова на озёрах Северо-Восточной Сибири; выводом этой работы стало утверждение о значимости сибирских озёр для глобального углеродного цикла (Semiletov et al., 1996). Большая работа по эмпирическому изучению поведения метана в водных экосистемах выполняется в Южном федеральном университете (исследования обобщены в книге (Фёдоров и др., 2007)). Широкий спектр водоёмов суши охвачен исследованиями процессов, связанных с метановым циклом, в Институте биологии внутренних вод РАН (Дзюбан, 2003, 2010). Институтом оптики атмосферы выполняются регулярные измерения потоков углекислого газа и метана с поверхности оз. Байкал (Домышева и др., 2015; Пестунов и др., 2015; Макаров, 2016). Недавние экспедиционные исследования Института физики атмосферы им. А.М.Обухова РАН в Западной Сибири позволили получить оценку суммарной эмиссии метана в атмосферу тундровыми озёрами этого региона в размере 20 кт/год (Голубятников и Казанцев, 2013). Биологические аспекты цикла метана изучаются в Институте микробиологии РАН, правда, в основном, в океанических экосистемах (Саввичев и др., 2004; Matveeva et al., 2015). Существует также несколько зарубежных групп, ведущих измерения потока метана на российских водных объектах, например, на

[2]В русскоязычной литературе встречается ряд других вариантов этого термина, например, "прямой пульсационный метод" или "метод вихревых пульсаций"

о.Самойлова в устье р.Лены (Osudar et al., 2016) или в Северо-Восточной Сибири (Walter Anthony et al., 2010).

Множество данных измерений потоков парниковых газов, полученных на отдельных озёрах, можно агрегировать для оценки глобальных эмиссий. Последние исследования, в которых производится подобная оценка, свидетельствуют, что ролью водных объектов суши в глобальном углеродном цикле пренебрегать нельзя. Так, согласно (Bastviken et al., 2011), глобальный поток CH_4 из пресноводных экосистем составляет как минимум 103 тг/год, что компенсирует около 25% стока углерода на суше в терминах CO_2 (в эквиваленте парникового эффекта). М.Вик и соавторы считают, что водные объекты обеспечивают две трети от суммарного потока метана в атмосферу со всех естественных источников к северу 50° с.ш. (Wik et al., 2016). П.Раймонд с коллегами (Raymond et al., 2013) в качестве глобального потока CO_2 с водоёмов и водотоков суши дают величину 2.1 пг С/год, что, например, почти в два раза превышает поступление углерода в атмосферу в результате землепользования (1.1 пг С/год, (IPCC, 2013)). Эти результаты позволяют предположить, что включение в модели Земной системы адекватных параметризаций биогеохимии водоёмов позволит улучшить описание глобального углеродного цикла и, как следствие, уточнить оценки будущих изменений климата.

Водохранилища

Среди водоёмов суши особый интерес, в контексте эмиссии парниковых газов, представляют искусственные водоёмы – водохранилища. Гидроэлектроэнергия долгое время считалась относительно "чистой" – в предположении, что водохранилища и гидротехнические сооружения практически не выделяют углеродсодержащих газов. Однако, к настоящему времени накопилось большое количество натурных данных, свидетельствующих о значительных количествах CH_4 и CO_2, поступающих с этих объектов (Tranvik et al., 2009). Эти газы генерируются в процессах аэробного и анаэробного разложения органического материала растений и почв, попавших в зону затопления. Как и в случае естественных

водоёмов, метан и углекислый газ переносятся здесь с глубин до поверхности воды в растворённом виде и внутри пузырьков. При этом, есть и дополнительный путь в атмосферу – через слив в нижний бьеф водохранилища: часто забор воды на слив через турбины происходит из анаэробной зоны водоёма, где велико содержание CH_4. Примечательно также, что наибольшая интенсивность эмиссии CH_4 и CO_2 в атмосферу наблюдается в первые годы после затопления, а затем она – по мере расходования неразложившихся органических соединений – существенно снижается.

Проведено большое количество исследований, посвящённых эмпирической оценке концентраций и потоков парниковых газов в отдельных искусственных водных объектах (Гречушникова и др., 2017; Фёдоров и др., 2014; Harrison et al., 2016; Beaulieu et al., 2016; Jin et al., 2016). На основе полученных данных, неоднократно производились оценки глобальной эмиссии парниковых газов этими водными объектами, однако полученные значения у разных авторов отличаются более, чем на порядок: например, 48 тг/год C в виде CO_2 и 3 тг/год C в составе CH_4 – в работе (Barros et al., 2011), 321 тг/год C – по расчётам (St. Louis et al., 2000), 500-1200 тг/год C в эквиваленте CO_2 – согласно (Deemer et al., 2016). Представляется очевидным, что уменьшению этого разброса будет способствовать как организация регулярного мониторинга но бóльшем количестве искусственно затопленных объектов, так и применение детальных математических моделей основных физических и биогеохимических процессов в водоёмах.

1.2 Математическое моделирование водоёмов суши

Основой математического моделирования динамики и термодинамики водоёмов являются уравнения термогидродинамики сплошной среды. При этом сжимаемостью воды в большинстве задач лимнологии можно пренебречь, поскольку (Должанский, 2011)

$$\nabla \cdot \mathbf{v} \sim O\left(\mathrm{Ma}^2\right), \tag{1.1}$$

где $\mathbf{v} = (u,v,w)$ – скорость течения в прямоугольных декартовых координатах, вертикальная компонента w есть проекция $\mathbf{v}$ на ось z, направленную против силы тяжести, $\mathrm{Ma} \doteq U/c$ – число Маха, характерная скорость горизонтальных течений U в водоёмах составляет $10^{-3} \div 10^{-1}$ м/с (Чеботарев, 1975), а скорость звука $c \approx 1500$ м/с. Слабая сжимаемость воды позволяет использовать приближение Буссинеска, т.е. уравнение сохранения массы (объёма) $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ вкупе с выделением ускорения плавучести в правой части уравнения для вертикальной скорости (Показеев и Филатов, 2002). Тогда условие справедливости гидростатического равновесия есть малость инерционных членов в уравнении вертикального движения относительно ускорения плавучести. Это условие записывается в терминах числа Фруда и отношения аспекта $A \doteq H/L$ (H – глубина водоёма, L – его длина) как:

$$\mathrm{Fr} \doteq \frac{U^2}{Hg\frac{\Delta\rho}{\rho_0}} \ll A^{-2}, \tag{1.2}$$

где g – абсолютная величина ускорения свободного падения, $\Delta\rho$ – перепад плотности между эпилимнионом и гиполимнионом [3], ρ_0 – среднее значение плотности. Подставляя сюда значения $U = 10^{-3}$ м/с, $\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = 10^{-3}$, $A = 10^{-2}$, получаем условие на глубину $H \gg 1$ м, что выполняется для большинства озёр [4]. Таким образом, систему уравнений термогидродинамики в приближении несжимаемости и гидростатики можно считать достаточной для большинства задач озероведения. При этом, влияние температуры и солёности на динамику осуществляется через гидростатические пульсации давления

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial z} = -g\frac{\rho'}{\rho_0}, \tag{1.3}$$

где штрихи отмечают отклонения величин от средних значений (пульсации), и ускорение плавучести выражается через пульсации температуры и солёности. Кроме того, пространственное распределение температуры и термодинамически-активных примесей влияет на динамику через турбулент-

[3] В летнем вертикальном профиле плотности в водоёмах лимнология различает эпилимнион (верхний перемешанный слой), металимнион (термоклин, слой скачка) и гиполимнион (нижний слой со слабым градиентом температуры)

[4] Тем не менее, в силу большого разброса между озёрами характерных значений параметров, входящих в формулу (1.2), при исследовании гидродинамических процессов в отдельных озёрах, следует рекомендовать каждый раз заново оценивать применимость гидростатического приближения. Кроме того, для глубоких водоёмов в качестве показателя стратификации корректнее использовать градиент потенциальной плотности (Монин, 1988)

ную вязкость, которая в значительной степени определяется плотностной стратификацией (Монин, 1988).

Часто встречается использование понятий "большого" и "малого" озера, "глубокого" и "мелкого". Большим озером естественно считать такое, в котором горизонтальный размер озера L превышает бароклинный радиус деформации Россби L_R (Руховец и Филатов, 2014), или:

$$S_i \doteq \frac{L_R}{L} = \frac{\sqrt{gH\Delta\rho/\rho_0}}{Ll} < 1, \tag{1.4}$$

где l – параметр Кориолиса, S_i – число Бургера. Здесь в качестве горизонтального масштаба правильно использовать ширину: например, инерционно-гравитационные моды Кельвина вырождаются в чисто гравитационные волны при ширине канала, много меньшей L_R (Hutter, 1984). В больших по обоим горизонтальным направлениям озёрах существенную роль в динамике начинает играть сила Кориолиса, модифицирующая чисто гравитационные волны в волны Кельвина и Пуанкаре. При преобладающем вращении водных масс против часовой стрелки на побережьях становится типичным экмановский апвеллинг (Показеев и Филатов, 2002). Для малых водоёмов эффектами вращения Земли можно пренебречь.

Что касается классификации озёр по глубине, то, по-видимому, общепринятого подобного разделения, основанного на гидродинамических соображениях, не существует. Наиболее распространённая классификация водоёмов по режиму перемешивания (Hutchinson and Löffler, 1956; Lewis, 1983) относит, например, к одному классу меромиктических озёр такие объекты как оз.Могильное (Кольский п-ов, максимальная глубина – 17 м) и оз. Танганьика (Африка, 1470 м). Кроме того, определение, является ли озеро, например, полимиктическим (т.е. многократно за год перемешиваемым до дна) или димиктическим (перемешиваемым только осенью и весной) по небольшому количеству внешних параметров озера, представляется в настоящее время нерешённой задачей. Так, в работе (Kirillin and Shatwell, 2016) аналитически показано, что режим перемешивания определяется глубиной, размером водоёма, прозрачностью воды и характерным масштабом Обухова в водоёме. При этом, однако, не учитывается ограничение толщины верхнего перемешанного слоя силой Кориолиса для больших озёр. Несмотря на упомянутые неопределённости, можно отме-

тить физические процессы, специфичные только для достаточно глубоких озёр. Так, на больших глубинах начинает проявляться зависимость плотности воды от давления, в частности, температуры максимальной плотности от давления, что приводит к "термобарической неустойчивости" (Carmack and Weiss, 1991). Другим важным эффектом является явление двойной диффузии, вызывающее, в случае устойчивой стратификации по солёности, образование ступенчатых профилей температуры и примесей. Яркий пример такого явления наблюдается в африканском оз. Киву (максимальная глубина – 480 м) (Sommer, 2013). В настоящей работе данные процессы, специфичные для глубоких озёр, не рассматриваются, что ограничивает применимость развиваемой математической модели соответственно.

Ниже будут рассмотрены классы математических моделей водоёма, выделенные по пространственной размерности, будет обсуждена их применимость и "полезность" в задаче воспроизведения озёр в моделях прогноза погоды и Земной системы. Этот краткий обзор моделей водоёма не претендует на полноту, более широкий охват материала, особенно по трёхмерным моделям, произведён, например в (Показеев и Филатов, 2002; Меншуткин и др., 2013, 2014; Руховец и Филатов, 2014; Janssen et al., 2015).

1.2.1 Иерархия моделей по пространственной детализации

Трёхмерные модели

Основой большинства трёхмерных моделей, применяемых для внутренних водоёмов, служит осреднённая по Рейнольдсу система уравнений Навье-Стокса в приближении гидростатики и несжимаемости (Астраханцев и др., 2003). В частности, для воспроизведения крупномасштабной циркуляции крупных озёр неоднократно применялись соответственно адаптированные трёхмерные модели океана, например, Princeton Ocean Model, POM (Beletsky et al., 2006) или модели, разрабатываемые в Институте вычислительной

математики им. Г.И.Марчука РАН (Ибраев, 2008; Дианский и др., 2016). В качестве примера можно привести также проект Финского института окружающей среды SYKE (http://www.syke.fi/en-US/Research__Development/Research_and_development_projects/Projects/Development_of_a_3D_hydrodynamic_and_ecological_model_for_Finnish_waters) , в рамках которого к финским озёрам предполагается приспособить морскую трёхмерную эколого-гидродинамическую модель (Luyten et al., 1999; Kiirikki et al., 2006). В литературе встречаются решения трёхмерных задач, направленные на решение более специальных вопросов, например, определение механизмов перемешивания в верхнем слое крупного водоёма под неоднородным ледовым покровом (Lawrence et al., 2002) (в этой работе область моделирования по вертикали была ограничена верхним перемешанным слоем).

Упомянутые выше трёхмерные модели являются довольно сложными в вычислительном отношении (как по требуемым вычислительным ресурсам, так и в отношении построения обладающих необходимыми свойствами численных схем), что затрудняет их использование для проведения массовых (например, ансамблевых) численных экспериментов на больших масштабах модельного времени. В связи с этим, привлекательным подходом становится использование упрощённых трёхмерных уравнений, где отброшены нелинейные слагаемые переноса и горизонтальной диффузии (Марчук и др., 1984). Примером применения такого подхода является модель Ладожского и Онежского озёр, разработанная в Санкт-Петербургском экономико-математическом институте РАН (Астраханцев и др., 2003; Rukhovets and Filatov, 2010; Руховец и Филатов, 2014).

Применение трёхмерных моделей к относительно небольшим водоёмам редко встречается в мировой литературе. Одной из основных проблем здесь становится необходимость использования подробного вертикального разрешения так, чтобы на каждый из слоёв летней стратификации (эпилимнион, металимнион, гиполимнион) приходилось достаточное (~ 10) число узлов сетки. В особенности, это касается верхнего перемешанного слоя, скорость заглубления которого в годовом ходе является важным фактором как взаимодействия озера с атмосферой, так и динамических процессов (волн) в термоклине. Поскольку подробное вертикальное разрешение вычислительно дорого, развитие получил подход, в котором вертикальное перемешивание рассчитывается не как верти-

кальная дивергенция турбулентных потоков на дискретной сетке модели, а с привлечением интегральных в перемешанном слое энергетических балансов, в т.ч. баланса доступной для перемешивания части турбулентной кинетической энергии (ТКЭ); на этом приципе построена модель ELCOM – Estuary and Lake COmputer Model (Hodges et al., 2000; Laval et al., 2003).

Примечательно, что в литературе практически отсутствуют примеры применения для озёр LES(Large Eddy Simulation)-моделей. По-видимому, одной из причин тому является также указанное выше минимально необходимое вертикальное разрешение, и в случае LES-модели такое условие существенно усложняет вычислительную задачу, т.к. разрешение по горизонтали для данного типа моделей, в силу специфики турбулентного замыкания, должно быть близко к вертикальному. Так, даже для небольшого озера размерами 100 м×100 м×5 м, шаг сетки $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 5/30 \approx 0.17$ м (30=3*10, по 10 слоёв на каждый из трёх слоев летней стратификации водоёма) приводит к общему количеству узлов $\approx 11 * 10^6$. Тем не менее, задачи такого размера уже решаются на современных суперкомпьютерах в приложении к атмосферному и океаническому пограничным слоям (Глазунов, 2014; Мортиков, 2016), так что можно ожидать первых работ по LES-моделированию небольших водоёмов в ближайшем будущем.

Приведённые выше примеры демонстрируют, что возможности применения трёхмерных моделей водоёма ограничены по причине больших времён счёта. В частности поэтому, в оперативном режиме такие модели используются только для наиболее крупных водоёмов, например, Великих Американских Озёр (система GLOFS – Great Lakes Operational Forecast System, https://www.nauticalcharts.noaa.gov/csdl/GLOFS.html). Существенно также ограничение использования трёхмерных моделей по высоким требованиям к объёмам входных данных, таких как: подробное распределение грубины дна, характеристики втекающих и вытекающих водотоков, двумерное распределение метеорологического "форсинга", трёхмерные поля измеренных гидрофизических характеристик для проверки результатов расчётов и др. Тем не менее, по мере роста мощности вычислительных ресурсов следует ожидать более широкого задействования трёхмерных вычислительных кодов в задачах прогноза погоды и оценки изменений климата, например, для расчёта циркуляции и термического режима крупнейших внутренних водоёмов в рамках систем числен-

ного прогноза погоды и моделей Земной системы (т.е. в режиме взаимодействия с атмосферой).

Двумерные модели

Двумерная формулировка модели водоёма может быть получена из трёхмерной либо пренебрежением производных по одной из трёх координат, либо осреднением по этой координате.

Осреднением по поперечной к основном потоку (выделенному направлению) координате получены уравнения известной модели CE-QUAL-W2 (Wells, 1997). Наличие выделенного направления – свойство водотоков, эстуариев и сильнопроточных водохранилищ, но в водоёмах вообще оно имеет место далеко не всегда. Выделенным направлением обладают вытянутые водоёмы с преобладающим направлением ветра вдоль главной оси; последнее может быть обусловлено окружённостью водоёма лесной растительностью (Mammarella et al., 2015) или высокими положительными формами рельефа (Valerio et al., 2012). Осреднение трёхмерных уравнений по вертикали имеет смысл производить при хорошей перемешанности водоёма до дна: тогда приходят к уравнениям мелкой воды (Вольцингер и Пясковский, 1977). В таком состоянии водоёмы умеренных и высоких широт находятся весной и осенью, важнейшие же эффекты летней стратификации при таком подходе воспроизведены быть не могут.

Двумерные модели могут также оказаться эффективными при изучении частных гидродинамических процессов, например, весеннего и осеннего термобара (Тихомиров, 1959) или горизонтальной конвекции над подводными склонами (Чубаренко, 2010). Работы по математическому моделированию термобара и, в частности, в двумерной постановке, широко представлены в отечественной литературе (Зилитинкевич и Крейнман, 1990; Бочаров и Овчинникова, 1996; Tsvetova, 1999; Цыденов и Старченко, 2013).

Таким образом, двумерные постановки задачи оказываются применимы только при специфичных для водоёмов условиях, что сильно ограничивает их использование в большинстве лимнологических задач.

Одномерные модели и более простые подходы

Насколько известно автору, в настоящее время существует два основных подхода к выводу одномерных (по вертикали) уравнений, описывающих перенос тепла, примесей и импульса в замкнутых водоемах, согласно которым одномерные модели можно разделить на два класса:

- модели пограничного слоя,
- горизонтально-осреднённые модели.

В первом случае полагается горизонтальная однородность полей всех физических величин в водоёме с горизонтальным дном, откуда в силу уравнения неразрывности и условия непротекания на дне следует также повсюду равенство нулю вертикальной скорости. Отсюда, из трехмерных RANS(Reynolds-averaged Navier-Stokes)-уравнений термогидродинамики получаются уравнения типа уравнений атмосферного или океанического погранслоя, дополняемые турбулентным замыканием. Отличие от уравнений атмосферного погранслоя заключается в том, что на верхней границе водоёма ставятся граничные условия на потоки (в атмосферном погранслое сверху задаются обычно условия Дирихле – компоненты геострофического ветра, температура, и т.д.), а на дне потоком тепла и импульса нередко можно пренебречь. Очевидно, что условие горизонтальной однородности может выполняться только для достаточно крупных водоемов и вдали от берегов. Тем не менее, модели водоёма на основе уравнений погранслоя широко применяются и для небольших озёр и демонстрируют при этом неплохое согласие с данными наблюдений. Причины тому обсуждаются более детально в Главе 3. Из известных моделей описанный здесь подход используется в моделях FLake, Hosteler, CLM4-LISSS (см. Таблицу 1.1).

Другой путь получения одномерных уравнений – осреднение трёхмерных RANS-уравнений по горизонтальному сечению водоёма (подробный вывод в достаточно общем случае приводится в Главе 1). В этом случае удаётся явно учесть влияние притоков и вытекающих водотоков (адвекция тепла, примесей и импульса), в уравнения явно входит площадь горизонтального сечения, однако в них появляется и ряд новых неизвестных. Наиболее важные – это, во-первых, потоки всех субстанций на наклонном дне водоёма, которые теперь

фигурируют в одномерной задаче на всех глубинах, а во-вторых – осредненный по горизонтали градиент давления в уравнениях движения. Потоки можно считать либо заданными (например, (Goudsmit et al., 2002)), либо рассчитывать с привлечением описания теплопереноса в слое донных отложений (Fang and Stefan, 2009). Поток импульса на дне можно связать со средней скоростью на данной глубине (Jöhnk, 2000), что добавляет в модель калибровочный коэффициент трения. Подходы же к расчету осреднённого по горизонтали градиента давления, ответственного, в первую очередь, за сейшевые колебания и донное противотечение, в мировой литературе до настоящего времени практически не были разработаны. В данной работе предлагается метод параметризации этих слагаемых.

Одномерные модели применяются обычно для не очень глубоких озёр, т.к., как было отмечено выше, для глубоких водоёмов существенную роль начинают играть новые физические эффекты, которые невозможно явно воспроизвести в одномерном приближении (термобарическая неустойчивость, двойная диффузия и др.). Исключением, пожалуй, может служить одномерная модель Байкала (Piccolroaz and Toffolon, 2013), в которой предложена параметризация термобарической неустойчивости.

Попытки сочетать простоту одномерного подхода и учёт горизонтальной неоднородности крупного водного объекта со значительной проточностью привели к созданию моделей промежуточной размерности. Например, в модели водохранилища ТМО (ТеплоМассоОбмен) (Пуклаков и др., 2015; Панин и др., 2011) водное тело разбивается по горизонтали на отсеки ($\sim$10 отсеков; т.е. используется аналог метода конечных объёмов), между которыми обмен импульсом и скалярами параметризуется, а внутри каждого отсека решается одномерная по вертикали задача. Подобные модели можно обозначать как имеющие пространственную размерность $1^1/_2$.

Существуют также модели, в которых форма вертикального профиля температуры (плотности) задана в упрощённом виде априори ($^1/_2$-мерные модели). В качестве примера можно привести двухслойную модель (Hodges, 2014), а также модель FLake (Mironov, 2008; Mironov et al., 2010; Kirillin et al., 2011). В модели FLake вертикальный профиль состоит из верхнего перемешанного слоя с однородным распределением температуры и нижележащего термоклина.

В термоклине профиль обезразмеренной температуры описывается эмпирическим полиномом от нормированной вертикальной координаты (соответствующая идея была впервые предложена в работе (Китайгородский и Миропольский, 1970) для океана). Подстановка данного профиля в уравнение притока тепла приводит к обыкновенным дифференциальным уравнениям относительно небольшого числа величин (температуры перемешанного слоя, температуры дна и др.). Вычислительная простота и приемлемая точность воспроизведения температуры поверхности и потоков тепла в атмосферу привела к большой "популярности" данной модели, особенно как параметризации водоёмов в моделях погоды и климата (см. Таблицу 1.2).

В силу своей вычислительной простоты и успешности в моделировании вертикальной стратификации водоёмов, одномерные модели получили наибольшее распространение как в лимнологии, так и в задачах прогноза погоды и оценки изменений климата. В таблице 1.1 приводится примерный (неполный) список современных одномерных моделей.

В литературе встречаются также примеры простейшего подхода к моделированию термики водоёмов – представления озера как полностью перемешанного слоя воды (0-мерная модель) (Goyette et al., 2000). В Разделе 2.10 настоящей работы показано, что даже для очень мелкого водоёма такой подход отличается существенно большей ошибкой в воспроизведении температуры поверхности, чем одномерные модели.

В заключение отметим, что для расчёта термики водоёмов развитие получают также подходы, не привлекающие уравнения сохранения тепла в той или иной постановке. Так, недавно представленная эмпирическая модель температуры поверхности (Piccolroaz et al., 2013) использует априори заданную функциональную связь температуры поверхности с температурой воздуха. Модель содержит от 4 до 8 калибровочных параметров, позволяющих получить удовлетворительное качество расчёта температуры эпилимниона. При этом, универсальность подобного подхода при переходе от одного озера к другому или при изменении климатических условий, вряд ли может быть строго показана.

Таблица 1.1 — Современные одномерные модели водоёма (неполный список)

Модель	Ссылка	Модель	Ссылка
ALBM	(Tan et al., 2015)	CLM4-LISSS	(Subin et al., 2012b)
LAKE	(Stepanenko et al., 2016)	FLake	(Mironov, 2008)
LAKEoneD	(Jöhnk and Umlauf, 2001; Jöhnk et al., 2008)	Simstrat	(Goudsmit et al., 2002; Perroud et al., 2009)
MyLAKE	(Saloranta and Andersen, 2007)	Hostetler	(Hostetler and Bartlein, 1990; Hostetler et al., 1993)
GLM	(Read et al., 2014)	MINLAKE96, MINLAKE2012	(Fang and Stefan, 1996; Fang et al., 2014)
SIWAS	(Wang et al., 2016)	Модель ИВП СО РАН	(Зиновьев, 2014)
DYRESM	(Tanentzap et al., 2007)	StoLAM	(Strauss, 2009)
CSLM	(Guerrero et al., 2017)	Lake Erie 1D model	(Rucinski et al., 2010)
PROBE	(Omstedt, 2011)		

1.2.2 Турбулентные замыкания

Все наиболее часто используемые в настоящее время параметризации турбулентного обмена в водных объектах суши используют k-гипотезу, связывающую турбулентные потоки с градиентами средних величин (Монин и Яглом,

1965):

$$\overline{u_i' C'} = -k_C \frac{\partial \overline{C}}{\partial x_i}, \tag{1.5}$$

$$\overline{u_i' u_j'} = -k_M \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \tag{1.6}$$

где $(u_1,u_2,u_3) = (u,v,w)$, C – это температура, концентрация любой активной или пассивной примеси, k_C, k_M – коэффициенты турбулентного обмена для соответствующих субстанций, k – турбулентная кинетическая энергия, δ_{ij} – символ Кронекера. Считается, что для скалярных величин этот коэффициент имеет одинаковое значение, в то время как коэффициент турбулентной вязкости k_M может существенно отличаться от них при устойчивой стратификации (Venayagamoorthy and Stretch, 2010). В атмосферных моделях в уравнение (1.5) нередко добавляется т.н. противоградиентное слагаемое, например, в слое вовлечения конвективного пограничного слоя (Deardorff, 1966; Roberti et al., 2004) или в низкоуровневых струйных течениях (Lykossov, 1992). В лимнологических задачах, однако, подобные обобщения k-гипотезы распространения не получили.

Соотношения (1.5)-(1.6) позволяют замкнуть уравнения Рейнольдса, если k_C и k_M являются функциями скорости, температуры и солёности. Часто это диагностическая формула, представляющая данную зависимость в явном виде.

Диагностические формулы для коэффициента турбулентной теплопроводности

Для сдвиговых нейтрально стратифицированных потоков хорошо известны следующие формулы для турбулентного коэффициента температуропровод-

ности k_T:

$$k_{T0} = l_m^2 \left|\frac{\partial u}{\partial z}\right| \mathrm{Pr}^{-1}, \tag{1.7}$$

$$k_{T0} = \kappa u_* z \mathrm{Pr}^{-1}, \tag{1.8}$$

$$k_{T0} = \frac{u_*^2}{\mathrm{Pr}|\partial u/\partial z|}, \tag{1.9}$$

где l_m – длина пути смешения, Pr – турбулентное число Прандтля, κ – константа Кармана, u_* – скорость трения (динамическая скорость), и нижний индекс "0" подчёркивает, что коэффициенты выписаны для безразличной стратификации. Эти формулы эквивалентны в логарифмическом приповерхностном (придонном) слое, где $l_m = \kappa z$ (эффекты взаимодействия поверхностного волнения со средним течением здесь не учитываются). При удалении же от границы жидкости нужно предусмотреть другую зависимость $l_m(z)$ в (1.7), другую зависимость от z в (1.8) и ввести зависимость u_* от глубины в (1.9) (в логарифмическом слое u_* – константа). Так, согласно И.Никурадзе (Rodi, 1993),

$$l_m = h\left[C_{N1} - C_{N2}\left(\frac{z}{h}\right)^2 - C_{N3}\left(\frac{z}{h}\right)^4\right], \tag{1.10}$$

с константами $C_{N1} = 0.14$, $C_{N1} = 0.08$, $C_{N1} = 0.06$, h – глубина водоёма. Асимптотически удовлетворяет приближению логарифмического слоя у границ, например, параболическая формула (Engelund, 1978):

$$k_{T0} = \frac{\kappa u_* z(h-z)}{h\mathrm{Pr}}. \tag{1.11}$$

Для стратифицированного потока можно принять гипотезу, что:

$$k_T = k_{T0} f(\mathrm{Ri}), \tag{1.12}$$

где Ri – число Ричардсона. Далее, используются различные полуэмпирические формы функции f, удовлетворяющие предельным условиям$f(0) = 1$ (безразличная стратификация) и $\lim_{\mathrm{Ri}\to\infty} f(\mathrm{Ri}) = 0$ (очень устойчивая стратифика-

ция), например (Rodi, 1993; Engelund, 1978; Henderson-Sellers, 1985):

$$f(\mathrm{Ri}) = \exp(-C\mathrm{Ri}), \tag{1.13}$$

$$f(\mathrm{Ri}) = (1 + C_*\mathrm{Ri}^2)^{-1}, \tag{1.14}$$

где C, C_* – также константы. Для возможности использования приведённых формул в общем случае, нужно решать уравнения для компонент скорости течения. Так делается, например, в модели CE-QUAL-W2 с использованием формул (1.11), (1.10) и (1.13).

Автор классической работы (Henderson-Sellers, 1985) идёт дальше: она выводит аналитические профили скорости течения и скорости трения в "сшитых" логарифмическом и экмановском слоях, и эти профили, будучи использованы в (1.9),(1.12) и (1.14), позволяют получить явную формулу для k_T; в последней входными переменными (переменными во времени для каждого озера) фигурируют профиль плотности (температуры, солёности) и напряжение трения на поверхности. Недостатком параметризации Хендерсон-Селлерс является то, что она справедлива только для нейтральной и устойчивой стратификации. Поэтому в моделях водоёма, основанных на этом замыкании (Hostetler, ALBM, CLM4-LISSS, см. Таблицу 1.1), применяются также алгоритмы конвективного перемешивания, аналогичные процедурам конвективного приспособления в атмосферных моделях. Отметим также, что привлечение экмановского профиля скорости неявно предполагает, что горизонтальные размеры озера заведомо превышают внутренний радиус деформации Россби. Тем не менее, упомянутые модели озера неоднократно применялись для значительно меньших озёр (например, в (Stepanenko et al., 2014)), и качество воспроизведения вертикального профиля температуры оказывалось удовлетворительным. Вопросу, почему модели с "зашитым" экмановским профилем успешно работают на небольших водоёмах, посвящена, среди прочего, Глава 3.

Замыкания порядка $1^1/_2$

За истекшее почти столетие с момента опубликования системы уравнений Фридмана-Келлера (Keller and Fridman, 1924) предпринимались неоднократные попытки построить турбулентные замыкания на основе привлечения уравнений для вторых и более высоких статистических моментов гидродинамических полей. Всякое такое замыкание требует использования дополнительных гипотез (уравнений) с эмпирически определяемыми константами, причём число этих гипотез, как правило, растёт с ростом порядка входящих в систему моментов. Кроме математической сложности замыканий высокого порядка, задействованные в них гипотезы оказываются часто либо сложно верифицируемыми, либо неподтверждёнными надёжно экспериментальными данными. В связи с этим наибольшее развитие получили т.н. замыкания порядка $1^1/_2$, в которых решаются уравнения для ограниченного числа (обычно двух, отсюда другое название – двухпараметрические модели [5]) вторых моментов, из которых рассчитываются коэффициенты турбулентного обмена.

Двухпараметрические модели получили развитие на основе открытия А.Н.Колмогоровым (Колмогоров, 1942) и, независимо, Л.Прандтлем (Prandtl, 1945) соотношения для коэффициента турбулентной вязкости ν:

$$\nu = C_e \frac{k^2}{\epsilon}, \tag{1.15}$$

где k – турбулентная кинетическая энергия (ТКЭ), ϵ – скорость её вязкой диссипации в тепло, C_e – безразмерная постоянная. Используя эту формулу, можно замкнуть полную систему уравнений термогидродинамики, осреднённую по Рейнольдсу, привлекая дополнительные уравнения для k и ϵ (т.н. $k-\epsilon$ замыкание, см. Раздел 2.4). Подобным образом коэффициент турбулентной вязкости можно выразить через k и какую-нибудь другую величину, например, масштаб длины турбулентности L, произведение kL (Mellor and Yamada, 1982) или т.н. частоту турбулентности $\omega \doteq \epsilon/k$ (Wilcox, 1988; Мошонкин и др., 2014). Пожалуй, главной проблемой двухпараметрических моделей ($k-\epsilon$, $k-kL$, $k-\omega$)

[5] Трёхпараметрические модели, например, модель, представленная в работе (Курбацкий и Курбацкая, 2006), используются значительно реже

является то, что если уравнение для ТКЭ можно решать почти в точном виде (используя k-гипотезу для турбулентного переноса ТКЭ и пренебрегая корреляциями давления и скорости), то при построении уравнения для ϵ, kL, ω... приходится привлекать несколько, строго говоря, недостаточно обоснованных гипотез. Например, в каждой из упомянутых двухпараметрических моделей генеративные и диссипативные слагаемые в правой части уравнений для ϵ, kL, ω... представляются как соответствующие члены из уравнения для ТКЭ, нормированные для придания нужной размерности и помноженные на безразмерные константы. Эти константы затем определяются в идеализированных численных экспериментах с привлечением данных соответствующих лабораторных опытов. Таким образом, двухпараметрические модели оказывается подобными друг другу по построению, что позволило Л.Умлауфу и Х.Бурхарду (Umlauf and Burchard, 2003) предложить обобщённое замыкание, где второй характеристикой турбулентности выступает $k^n\epsilon^m$ (n и m – целые числа), так что модели $k-\epsilon$, $k-kL$, $k-\omega$ становятся частными случаями этого замыкания.

Предметом особого интереса в контексте моделирования стратификации и распределения растворённых веществ в водоёмах является параметризация турбулентности в очень устойчиво стратифицированных слоях (термоклине). Ставшая традиционной точка зрения заключается в том, что турбулентность вырождается при закритических значениях числа Ричардсона Ri, что следует из анализа уравнения баланса ТКЭ (Монин и Яглом, 1965), причём, как правило, критическое значение, в соответствии с теоремой Майлса (Miles, 1961) принимается за $\mathrm{Ri}_{cr} = 1/4$. В связи с этим, убывание ТКЭ со временем в однородном потоке при $\mathrm{Ri}_{cr} \geq 1/4$ используется как дополнительное ограничение на константы в двухпараметрических моделях (Burchard, 2002a). При этом, как в классических работах (Монин и Яглом, 1965), так и в более поздних (Wüest and Lorke, 2003), приводятся теоретические аргументы и данные наблюдений, свидетельствующие о наличии турбулентности (в т.ч. перемежаемой) в сильно стратифицированных слоях. В связи с этим, были предприняты попытки построения турбулентных замыканий, в которых бы снималось ограничение в виде наличия критического Ri, т.е. турбулентность существовала бы при любых значениях этого числа. Так, Х.Бомерт и Х.Петерс (Baumert and Peters, 2009) формулируют $k-\Omega$ модель (Ω – энстрофия), в которой в правых частях уравнений для обеих характеристик турбулентности добавляются слагаемые

взаимодействия турбулентности и внутренних волн. При этом используются полуэмпирические спектры энергии волн и турбулентности в океане (D'Asaro and Lien, 2000). Другой подход развивается С.С.Зилитинкевичем и соавт. (EFB – Energy-Flux Balance, (Zilitinkevich et al., 2012)); здесь второй характеристикой турбулентности предлагается использовать доступную потенциальную энергию, а поддержание вертикального турбулентного потока при очень устойчивой стратификации осуществляется через слагаемое плавучести, которое в уравнении потока тепла входит знакоопределённым членом. К сожалению, эти новые замыкания в настоящее время не доведены до возможности использования в моделях водоёмов, ориентированных на лимнологические и климатические задачи: например, EFB-замыкание сформулировано только для устойчивой стратификации. Более полный обзор по теме формирования турбулентного переноса при очень устойчивой стратификации выходит за рамки настоящей работы. В Главе 4, однако, приводится численный эксперимент с одномерной моделью водоёма, в котором демонстрируется высокая чувствительность концентрации метана к минимальному значению коэффициента диффузии в термоклине.

1.2.3 Моделирование внутренних колебаний в водоёмах

Колебания и волны представляют собой основную форму движения массы в замкнутых водоёмах (Hutter et al., 2011). Основной возмущающей силой является при этом поток импульса из атмосферы, а возвращающими силами – сила тяжести или плавучести и сила Кориолиса. Подробно аналитически исследованными волнами к настоящему времени являются сейши (стоячие гравитационные волны) и инерционно-гравитационные волны, в особенности моды Кельвина и Пуанкаре. Поверхностные сейши как колебания свободной поверхности жидкости были замечены в водоёмах раньше других типов колебаний и за истекшие два столетия детально изучены для широкого спектра объектов: от морей (Курчатов, 1925) до технических систем (Моисеев и Петров, 1966).

Двумерные и трёхмерные термогидродинамические модели способны воспроизводить колебательные процессы в озёрах, в то время как одномерные мо-

дели – только инерционные колебания в однородном по горизонтали пограничном слое. Возникает ситуация, когда вертикальное распределение тепла в одномерных моделях воспроизводится в общих чертах удовлетворительно, а динамика не воспроизводится даже в наиболее важных её модах. Следует при этом отметить, что правильное распределение температуры не означает, что коэффициент вертикальной температуропроводности/диффузии моделью воспроизведён верно. Так, в гиполимнионе (придонном слое) летом температура в водоёмах по глубине распределяется почти однородно. В одномерных моделях эта часть профиля воспроизводится правильно, так как она является результатом весеннего полного перемешивания, при том, что коэффициент турбулентной температуроводности здесь в одномерных моделях типа пограничного слоя близок к нулю. В действительности же, вследствие сейш и, например, плотностных течений (Самолюбов, 2007), придонный слой часто является турбулизованным (Wüest and Lorke, 2003), что не меняет однородный профиль температуры, но переносит по вертикали примеси, в т.ч. газы, образующиеся в донных отложениях. Следует также ожидать, что для очень небольших водоёмов ($L \ll L_R$) одномерные модели, включающие силу Кориолиса, но не учитывающие горизонтальный градиент давления, возникающий из-за ветрового перераспределения массы в водоёме, должны неверно воспроизводить динамику перемешанного слоя (этому, в частности, посвящена Глава 3). Таким образом, представляется полезной разработка упрощённого представления (параметризации) сейш и других волновых движений для одномерных моделей.

В физической лимнологии хорошо известны упрощённые гидродинамические модели, которые при заданном вертикальном распределении температуры (плотности) успешно воспроизводят основные моды внутренних инерционно-гравитационных волн. Эти модели можно разделить на три класса:

- модели баротропных (поверхностных) сейш, основанные на уравнениях мелкой воды (Wilson, 1972; Зырянов, 2011);
- модели непрерывной среды; они основаны на аналитическом решении упрощённых (обычно линеаризированных) уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска и гидростатики (Münnich et al., 1992; Münnich, 1996; Fricker and Nepf, 2000);
- многослойные модели; здесь водное тело представляется в виде набора слоёв постоянной плотности, скорость в каждом из которых определя-

ется уравнениями типа мелкой воды, причём давление в каждом слое связано с отклонениями толщин всех слоёв по уравнению гидростатики (Mortimer, 1953; Csanady, 1967; Kanari, 1975; Csanady, 1982; Monismith, 1985; Horn et al., 1986; Münnich et al., 1992; Lemmin et al., 2005; Valerio et al., 2012).

Перечисленные модели позволяют довольно точно рассчитать как периоды, так и амплитуды различных мод внутренних колебаний в озёрах. Важным результатом упомянутых работ явилось также установление факта преобладания наиболее крупных внутренних мод в суммарной энергии колебаний, в первую очередь, первой горизонтальной моды. Этот факт будет использован в настоящей работе при построении параметризации сейш в одномерной модели водоёма (Глава 3).

1.2.4 Верификация моделей водоёма

Верификация модели является необходимым этапом её разработки. В случае одномерных моделей возникает вопрос о корректности сравнения рассчитанных характеристик (которые, как сказано выше, правильно интерпретировать как средние по горизонтальному сечению водоёма) с вертикальными распределениями физических величин в точках измерений. Съёмки озера (измерение множества профилей с плавучего средства в разных точках водоёма) трудозатратны и не могут осуществляться с высокой частотой, поэтому, как правило, при верификации модели ограничиваются сравнением результатов моделирования с вертикальными профилями, измеряемыми последовательно во времени в одной точке.

В свете поднятого вопроса следует различать перемешанные и стратифицированные озёра. Перемешанными являются водоёмы умеренных широт после схода льда и осенью, а также т.н. полимиктические (т.е. перемешиваемые ветровым воздействием многократно в течение года) озёра. В перемешанных озёрах горизонтальные перепады температуры сопоставимы с вертикальными (см., например (Yamanaka et al., 2012)) и составляют первые градусы Цельсия, так что

горизонтальное среднее по сечению несущественно отличается от значения в каждой точке сечения.

В стратифицированных водоёмах наибольший перепад температуры наблюдается по вертикали. При этом горизонтальная разность температуры может быть вызвана внутренними крупномасштабными гравитационными волнами – сейшами (в достаточно крупных озёрах они преобразуются в инерционно-гравитационные волны, (Hutter et al., 2011)). Поскольку для большинства озёр, где проводились подобные исследования, в энергии сейш идентифицировано преобладание первой горизонтальной моды (Horn et al., 1986; Rueda and Schladow, 2002; Lemmin et al., 2005; Kirillin et al., 2015b; Marchenko and Morozov, 2016; Roget et al., 2017), то для измерения температуры, близкой к средней по горизонтали, предпочтительно устанавливать приборы ближе к центру озера (т.е. "узлу" моды). Далее, если вызванные сейшами колебания термоклина малы, то они не вносят существенной неоднородности в горизонтальное распределение температуры и других характеристик в верхнем перемешаном слое. Амплитуда этих колебаний может быть диагностирована через число Веддербурна W, представляющее отношение силы бароклинного градиента давления, вызванного наклоном термоклина, к потоку импульса из атмосферы в озеро (Wedderburn, 1912; Shintani et al., 2010):

$$W \doteq \frac{z_{ML}^2 g \Delta\rho}{\rho_0 L u_*^2}, \tag{1.16}$$

где z_{ML} – толщина верхнего перемешанного слоя. При достижении W критически малого значения $W_{cr} = 1/2$ ожидается, что термоклин выходит на поверхность озера у подветренного берега. Для типичных ветровых условий в умеренных широтах в летнее время года W, однако, значительно превышает критическое значение, и наблюдаемая неоднородность физических и биогеохимических характеристик в верхнем перемешанном слое мала, при условии, что они измеряются вдали от мелководий (Mackay et al., 2011).

На мелководьях (литорали) температура летом растёт быстрее, а осенью – быстрее выхолаживается, чем на тех же глубинах в глубокой части водоёма (профундали). Происходит это из-за меньшей толщины перемешанного слоя на литорали – снизу он ограничен дном. Возникающие при этом в силу горизонтального градиента температуры бароклинные циркуляции могут играть

важную роль в формировании прибрежного поля температуры и примесей (Чубаренко, 2010). В крупных водоёмах аномалии приповерхностной температуры и содержания примесей могут быть также вызваны апвеллингами и крупномасштабной неоднородностью полей метеорологических величин (Показеев и Филатов, 2002). При наличии притоков, их тепловой сток может заметно влиять на температуру воды вблизи устьев.

Резюмируя, можно констатировать, что наибольшие аномалии термогидродинамических характеристик воды, вызванные различными физическими механизмами, приурочены к прибрежным зонам, и по причине относительной малости площади этих зон, горизонтально-ореднённые значения величин определяются в большей степени значениями в профундали, для которых, в свою очередь, измерения в центральной части водоёма являются вполне репрезентативными. Таким образом, наиболее корректно сравнение результатов одномерных моделей с данными станций, расположенных в центральной части озера.

Важным аспектом верификации моделей водоёма является репрезентативность метеорологических данных. Хорошо известно (Тимофеев, 1963; Глазунов и Степаненко, 2015), что над водоёмами развивается внутренний атмосферный пограничный слой со специфическими вертикальными распределениями температуры, влажности и скорости ветра, так что использование для форсинга моделей, например, данных стандартных наблюдений на близлежащих синоптических станциях, может привести к дополнительной ошибке модели, величину которой сложно оценить. По этой причине в настоящей работе привлекаются в основном результаты метеорологических измерений непосредственно над поверхностью водных объектов.

Как уже отмечалось выше, в настоящее время создано довольно большое количество моделей водоёма, особенно одномерных моделей (Таблица 1.1). Эти модели отличаются видом одномерного приближения (модели погранслоя или горизонтально-осреднённые модели), турбулентным замыканием, схемой расчёта турбулентных потоков в приводном слое воздуха, описанием радиационного переноса, параметризациями процессов в снежном и ледяном покровах, методами расчёта теплопереноса в донных отложениях и т.д. Кроме того, эти модели проверялись и калибровались на разных озёрах и на разнородных наборах эмпирических данных. Возникла схожая ситуация, которая ранее приводила к

организации экспериментов сравнения моделей других геофизических объектов (MIPs – Model Intercomparison Projects): AMIP, CMIP, SNOWMIP и др. В этой связи, в 2008 г., на Семинаре по параметризации озёр в численном прогнозе погоды и моделях климата в Зеленогорске [6] по инициативе автора данной работы был запущен проект Lake Model Intercomparison Project (LakeMIP), в котором разные модели водоёма сравнивались бы в одних и тех же условиях (Stepanenko et al., 2010, 2013, 2014; Thiery et al., 2014). В Главе 2 излагаются результаты двух экспериментов этого проекта, проведённых с использованием данных наблюдений на оз. Коссенблаттер (Германия) и оз. Валькеа-Котинен (Финляндия).

Помимо пресноводных озёр существуют солёные, а также эстуарные (Горин, 2013) и другие сообщающиеся с морем водоёмы, в которых наблюдается сильная стратификация по солёности и формируются специфические условия для развития экосистем (Саввичев и др., 2017). Последние часто являются меромиктическими (Wetzel, 2001; Gulati et al., 2017), т.е. в течение многих лет не перемешиваются по вертикали. Хотя их суммарная площадь на Земле невелика, они имеют большое локальное экологическое значение; в частности, через них проходят пути миграции лососей (Маркевич и Панфилова, 2014). В этой связи, желательно, чтобы параметризация водоёмов в модели Земной системы успешно воспроизводила не только климатически значимые параметры состояния (в первую очередь, температуру поверхности), но и характеристики озёр, важные для экосистем и экономики конкретных регионов. Поэтому в настоящей работе была поставлена задача проверить модель LAKE на способность воспроизводить термический режим озера, стратифицированного по солёности (на примере оз. Большой Вилюй, п-ов Камчатка, Глава 2), тем более, что другие одномерные модели на таких водоёмах верифицируются редко.

[6] Workshop on "Parametrization of Lakes in Numerical Weather Prediction and Climate Modelling", 18-20 September 2008, St. Petersburg (Zelenogorsk), http://netfam.fmi.fi/Lake08/

1.2.5 Моделирование биогеохимических процессов

Биогеохимические процессы на суше описываются в блоках углеродного цикла моделей Земной системы (Елисеев и др., 2007; Володин, 2007). Наиболее важными при этом считаются процессы, связанные с эмиссией и поглощением поверхностью углекислого газа (CO_2). В последнее десятилетие, однако, во многие модели климата был добавлен цикл метана (CH_4), как второго по значимости парникового газа, если не считать водяного пара ((Елисеев и др., 2008; Володин, 2008; Oleson et al., 2010) и др.). Основным естественным источником метана в соответствующих параметризациях считаются переувлажнённые территории. Эмиссия CO_2 и CH_4 водными объектами суши при этом явно не учитывалась.

В условиях растущего объёма эмпирических данных, свидетельствующих о важности внутренних водоёмов как участников углеродного цикла планеты, было предпринято несколько попыток создания модели озера, включающей как термодинамические процессы и турбулентное перемешивание, так и биогеохимические процессы, определяющие концентрацию CH_4 и CO_2 в этих объектах (Степаненко и др., 2011; Kessler et al., 2012; Tan et al., 2015). Конечной целью этих работ можно считать оценку отклика состояния озёр и эмиссии парниковых газов с поверхности этих объектов на будущие изменения климата (Tan and Zhuang, 2015a), а также явный расчёт обратных связей между климатом и озёрами (включая биогеохимическое взаимодействие) при включении соответствующей параметризации озёр в модель Земной системы. В упомянутых работах используется хорошо апробированное одномерное (по вертикали) приближение для расчёта термодинамических и турбулентных характеристик, в то время как биогеохимические блоки проверены на ограниченном наборе эмпирических данных и требуют дальнейшей верификации. Более того, физические параметризации этих моделей должны быть усовершенствованы, чтобы лучше соответствовать новым требованиям, "предъявляемым" к этим параметризациям биогеохимическим блоком, например, требование учёта различного термического режима литорали и профундали, реалистичное воспроизведение вертикального перемешивания в мета- и гиполимнионе и др.

При математическом описании динамики и вертикального распределения CH_4 и CO_2 в водоёмах возникает ряд принципиальных проблем. Во-первых, биогеохимические процессы, вовлечённые в генерацию и преобразования этих двух газов, не познаны к настоящему времени до такой степени, при которой может быть развит строгий математический формализм. Например, зависимость скорости генерации метана от факторов среды стала предметом множества работ (наиболее полный известный автору обзор представлен в (Borrel et al., 2011)); при этом, по-видимому, только количественная зависимость генерации CH_4 от температуры была установлена с удовлетворительной статистической значимостью (см., например, (Yvon-Durocher et al., 2014)). Более того, общепринятое до недавнего времени положение, что CH_4 может производиться только в анаэробных условиях, теперь входит в противоречие с новыми эмпирическими данными (Damm et al., 2010) , которые свидетельствуют о возможном функционировании пока неизвестных биогеохимических механизмов образования этого газа в присутствии кислорода, или существовании микромасштабных анаэробных областей аэробных слоях воды. Отметим здесь также недавнее открытие нового механизма вертикального переноса метана мигрирующими микроорганизмами (McGinnis et al., 2017). Во-вторых, озёра отличаются широким разнообразием климатических, геологических и биогеохимических условий, что порождает контрастные режимы динамики и распределения парниковых газов (Juutinen et al., 2009). Такое положение осложняется высокой неоднородностью содержания газов по вертикали, а иногда и по горизонтали (Schilder et al., 2013; Blees et al., 2015). В-третьих, при рассмотрении динамики растворённых газов в озёрах, новые физические процессы выходят на первый план и требуют аккуратной параметризации, например, диффузия через поверхность воды (Donelan et al., 2002), вертикальная диффузия в гиполимнионе и металимнионе, взаимодействие пузырьков со структурой отложений (Scandella et al., 2011), и т.д. Почти все эти процессы недостаточно исследованы как на теоретическом, так и на экспериментальном уровне.

Приведённые выше обстоятельства делают невозможным развитие математической модели парниковых газов в водоёмах из "первых принципов". Поэтому такая модель будет неизбежно содержать эмпирические зависимости и параметры, калибруемые на больших объемах данных измерений (Tan et al., 2015). Поскольку калибровка производится формальными оптимизационными

алгоритмами, ошибки математической формулировки модели компенсируются некорректными (но оптимальными) значениями калибруемых параметров.

Сток с водосбора остается одним из наименее изученных факторов уровня и динамики концентрации парниковых газов в водоемах. При этом, некоторые наблюдаемые особенности временного хода этих газов в отдельных озёрах (например, резкий весенний максимум метана в оз. Куйваярви, (Miettinen et al., 2015) при низком подлёдном содержании этого газа) трудно объяснить иначе, чем стоком с водосбора. Существует множество работ по моделированию стока с водосбора озёр воды, а также содержащихся в ней субстанций; довольно полный обзор соответствующих моделей содержится, например, в книге С.А.Кондратьева (Кондратьев, 2007). Часть работ посвящена расчёту только стока (например, (Maxwell and Deborah, 2013; Wang et al., 2015)), другая – сосредоточена на воспроизведении поступления в озёрную экосистему биогенов[7], в частности, фосфора (Кондратьев, 1999; Daldorph et al., 2001). Количество вносимых в озеро биогенов в значительной степени определяет эвтрофикацию (зарастание) озёр. Наиболее полезными для задачи моделирования парниковых газов в водоёмах можно считать модели, вычисляющие сток органического углерода с окружающей территории (Kondratyev et al., 2004; Yurova et al., 2008). Однако, они на настоящий момент единичны, и нет уверенности в их применимости к водосборам, отличным от тех, на которых они были верифицированы. То же можно утверждать и в отношении сопряжённых моделей "озеро-водосбор" (Кондратьев и др., 1998; Kondratyev and Golosov, 2004), хотя дальнейшее развитие описания процессов на водосборе в моделях водоёма представляется одним из приоритетных направлений.

Пожалуй, первой попыткой создания математической модели эмиссии метана водоёмами можно считать серию работ Н.М.Бажина и коллег (Makhov and Bazhin, 1999; Bazhin, 2001, 2003). В первой работе (Makhov and Bazhin, 1999) рассматриваются уравнения баланса массы растворённых газов (O_2, CO_2, CH_4, N_2, Ar) в водном столбе в стационарном приближении. Коэффициенты диффузии в воде считаются постоянными, потоки газов на дне – заданными. Результирующая система уравнений относительно молярных долей газов в пузырьках является алгебраической. В работах (Bazhin, 2001, 2003) аналитически решается задача нахождения профилей концентраций газов в донных отложениях

[7]Соединения азота, фосфора, серы и др. необходимых для живых организмов элементов

водоёма на основе стационарных уравнений диффузии с источниками. Распределение источника метана при этом полагается известным. Вместе с тем, что работы Н.М.Бажина можно считать пионерными, их "полезность" для задачи расчёта эмиссий парниковых газов с поверхности водоёмов очень ограничена. Это обусловлено, по меньшей мере, следующими причинами: (1) не даётся способ расчёта генерации газов в донных отложениях, (2) очень упрощённо, без учёта специфики турбулентного обмена, описан перенос растворённых газов в водной толще, (3) уравнения диффузии в донных отложениях решаются в стационарном виде.

В этой связи следует отметить, что к середине 2000-х гг. значительный прогресс был достигнут в решении задачи, родственной к рассматриваемой здесь – в математическом моделировании эмиссии метана с переувлажнённых территорий и болот. В болотах, как и в озёрах, метан образуется в анаэробных горизонтах почвы (торфа), переносится вверх диффузией и пузырьками. Усложнение задачи описания генерации и переноса метана в болотах относительно аналогичной задачи для озёр заключается в необходимости учитывать также перенос метана аэренхимой растений [8]. Усложнением является также наличие в болотах грунтовых вод, воспроизведение уровня которых является непростой задачей, при том, что от этого уровня критически зависит интенсивность окисления метана в верхнем слое растительно-торфяной массы (Roslev and King, 1996). В то же время, для болот имеет место и существенное упрощение – нет необходимости рассчитывать перенос растворённых газов в турбулентной среде. Кроме того, нет нужды учитывать растворение в воде пузырьков, которое имеет важное значение для глубоких озёр.

Пожалуй, первыми работами по моделированию потока метана с болот стали труды Б.Вальтер и М.Хайманна (Walter et al., 1996; Walter and Heimann, 2000), за ними последовали другие статьи (например, (Анисимов и др., 2005; Zhuang et al., 2004; Wania, 2007; Wania et al., 2009)). Большое количество подобных моделей привело к целесообразности сравнения их результатов в эксперименте WETCHIMP – международном проекте типа MIP (Model Intercomparison Project, (Melton et al., 2013)). Подходы, разработанные и апробированные в рам-

[8] Для озёр перенос газов растениями может осуществляться только в относительно узкой полосе вдоль берега

ках этих моделей, были затем во многом заимствованы при построении математических моделей эмиссии метана из озёр.

Первой такой моделью, насколько известно автору, стала версия модели LAKE, описываемая в настоящей диссертации (Глава 4) и представленная в статье (Степаненко и др., 2011). Математическое представление источника метана в донных отложениях было заимствовано из отчёта (Walter et al., 1996), однако к нему добавлено дополнительное слагаемое, описывающее генерацию метана у нижней границы протаявшего грунта (талика). Скорость окисления метана в водной среде рассчитывалась по кинетике Михаэлис-Ментен (Arah and Stephen, 1998). Модель была калибрована тогда на довольно ограниченном эмпирическом материале, собранном на оз.Щучье (Северо-Восточная Сибирь). Впоследствии модель была дополнена описанием процессов генерации, стока и переноса углекислого газа в водоёме и проверена на данных наблюдений, собранных на оз.Сеида в Республике Коми (Guseva et al., 2016) и уникальном наборе данных по термодинамическим и биогеохимическим характеристикам оз.Куйваярви (Финляндия) (Stepanenko et al., 2016).

Следующая модель подобного рода была разработана Ц.Таном и соавторами (Tan et al., 2015); в ней более подробно разработано математическое описание содержания органического углерода в грунте и проведена калибровка модели на большом количестве озёр Аляски. В работе (Tan and Zhuang, 2015b) эта модель применена для озёр высоких широт Северного полушария, и показано, что при сценариях изменения климата RCP 2.6 и RCP 8.5 суммарная эмиссия метана этими озёрами возрастёт с современных 11.86 тг/год до 21.89 тг/год и 28.06 тг/год, соответственно.

В завершение этого раздела отметим, что вопросы моделирования кислорода и углекислого газа в озёрах, тесно связанные с проблемой моделирования метана, в данной главе не рассматриваются в силу ограничений объёма диссертации. Тем не менее, в необходимой для описания разработанной в настоящей работе модели степени они освещены в Главе 4.

1.2.6 Параметризация водоёмов в системах прогноза погоды и моделях климата

Из сказанного выше очевидно, что при достижении моделями атмосферы и климата пространственного разрешения, на котором эффекты, вызванные озёрами, должны быть воспроизведены явно, в эти модели должны быть включены параметризации водоёмов. Пионерными в этом смысле можно считать работы Г.Бонана и П.Юнгемира и соавт. (Bonan, 1995; Ljungemyr et al., 1996). Однако массовое включение моделей термодинамики озер в системы прогноза погоды и климата произошло в течение последнего десятилетия: эти работы отражены в двух специальных выпусках журнала Tellus A (например, (Martynov et al., 2012; Dutra et al., 2010; Mironov et al., 2010; Subin et al., 2012a; Rontu et al., 2012)). Реализованные при этом параметризации приведены в Таблице 1.2. Примечательно, что в большинстве случаев используется двухслойная модель FLake, остальные же модели являются одномерными и привлекают турбулентное замыкание Хендерсон-Селлерс. Вызвано это тем, что в обоих случаях неявная конечно-разностная схема обеспечивает устойчивый счёт при больших шагах по времени, в то время как, например, для сильно нелинейных уравнений $k-\epsilon$ замыкания известные неявные схемы не позволяют добиться в общем случае шагов более 1–10 мин для типичного вертикального разрешения в водоёмах (см., например, (Burchard, 2002a)).

Эффект от внедрения параметризации водоёмов в модели погоды и климата на атмосферные характеристики показан, в частности, в работах (Balsamo et al., 2012; Subin et al., 2012a). Так, в модели IFS (Integrated Forecasting System), развиваемой в Европейском центре среднесрочных прогнозов погоды, средняя модельная температура на уровне 2 м (T_{2m}) за весну и осень 2008 г. оказалась в районе Великих Американских озёр на 2–5°C ниже, чем в случае без использования FLake (максимальный отклик в Северном полушарии). В модели CESM (Community Earth System Model) изменения среднесезонных значений суточных экстремумов T_{2m} при включении параметризации водоёмов также оказались максимальными по модулю в окрестности Великих Американских озёр ($>$1°C), однако отклик также отмечается в регионах, где водоёмы отсутствуют, например, в Антарктиде. Последнее было вызвано, по-видимому, волновыми

механизмами дальней передачи сигнала в атмосфере от источника тепла на поверхности озёр и может также рассматриваться как результат малого воздействия на климатическую систему (Дымников и др., 2004).

Таким образом, можно утверждать, что эффект водоёмов на региональную погоду и климат в соответствующих глобальных моделях оказался существенным. При этом учитывалось только термодинамическое и динамическое (через трение на поверхности воды) взаимодействие озёр с атмосферой. Насколько известно автору, ни в одну модель Земной системы пока не включена параметризация эмиссии парниковых газов из озёр. Исключение составляет модель ИВМ РАН, в которую включена модель водоёма LAKE (Bogomolov et al., 2016), содержащая соответствующий биогеохимический блок. Однако, на момент написания настоящей работы потоки метана и углекислого газа, рассчитанные LAKE, не используются в атмосферном блоке модели. Предстоит ещё работа по сравнению модельных эмиссий этих газов с имеющимися глобальными оценками, а также обеспечение модели входными параметрами биогеохимического блока на глобальной сетке.

1.3 Выводы по современному состоянию проблемы

В заключение главы отметим основные выводы по современному состоянию проблемы, которую можно сформулировать как математическое моделирование климатически-значимых процессов в водоёмах суши:

- взаимодействие озёр с атмосферой происходит при участии процессов, которые можно разделить на две группы под условными названиями "термодинамические взаимодействие" (включающее потоки тепла, радиации, импульса) и "биогеохимическое взаимодействие" (потоки парниковых газов, в первую очередь, углекислого газа и метана);
- термодинамическое взаимодействие реализовано в ряде систем прогноза погоды и моделей Земной системы с помощью одномерных моделей озёр; в то же время, одномерные модели существенно отличаются между собой, в первую очередь, в части описания вертикального турбулент-

ного обмена; в связи с этим возникает задача сравнительного исследования различных модельных подходов, решаемая в проекте LakeMIP;

– одномерные модели довольно успешно воспроизводят вертикальное распределение тепла, эволюцию ледяного и снежного покровов, однако принципиально не отражают динамику течений (в особенности, внутренних колебаний), что должно приводить, в частности, к неправильному расчёту вертикальной турбулентной диффузии примесей; в связи с этим возникает задача параметризации эффектов основных колебательных мод течений в одномерных моделях;
– математические моделирование биогеохимического взаимодействия водоёмов с атмосферой является новым направлением, и в частности, ни в одной модели Земной системы такое взаимодействие на настоящий момент полноценно не отражено; последнему должно предшествовать развитие одномерных биогеохимических моделей водоёма, проверенных на эмпирических лимнологических данных, охватывающих широкий спектр природных условий.

Таблица 1.2 — Параметризации водоёмов суши в системах прогноза погоды и моделях Земной системы

Модель прогноза погоды или климата	Параметризация водоёмов	Ссылка
Integrated forecasting system (ECMWF)	FLake	(Dutra et al., 2010; Balsamo et al., 2010, 2012)
Unified Model (UKMO)	FLake	(Rooney and Bornemann, 2013)
COSMO	FLake	(Mironov et al., 2010)
HIRLAM	FLake	(Rontu et al., 2012)
Canadian Regional Climate Model	Hostetler	(Martynov et al., 2012)
WRF	CLM4-LISSS	http://www2.mmm.ucar.edu/wrf/users/wrfv3.8/wrf_model.html
Community Earth System Model	CLM4-LISSS	(Subin et al., 2012b)
CNRM Earth System Model (CNRM-CM5)	FLake	(Le Moigne et al., 2016)
Модель Земной системы ИВМ РАН	LAKE (с коэффициентом диффузии по Б.Хендерсон-Селлерс)	(Bogomolov et al., 2016)

Глава 2. Численное моделирование термодинамики водных объектов. Сравнение моделей

2.1 Формулировка одномерного приближения

2.1.1 Уравнение вертикального переноса для горизонтально осредненных величин в замкнутом водоёме

Рассмотрим общее уравнение переноса субстанции f в жидкой среде:

$$c\frac{\partial f}{\partial t} = -c\frac{\partial u_i f}{\partial x_i} - \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + R_f(f,...), \tag{2.1}$$

где по повторяющимся индексам производится суммирование, а жидкость считается несжимаемой:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \tag{2.2}$$

Здесь u_i – компонента скорости вдоль декартовой оси x_i ($x_3 = z$ – ось, направленная вдоль ускорения свободного падения, $x_1 = x$, $x_2 = y$ – горизонтальные координаты; также часто используются обозначения $u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$), F_i есть сумма неадвективных потоков (турбулентных и нетурбулентных [1]) величины f вдоль x_i, c – это дополнительный множитель (объемная теплоемкость в уравнении притока тепла, 1 – в остальных уравнениях), а R_f – алгебраическая сумма источников и стоков f.

Введем оператор интегрирования по горизонтальному сечению водоема $A(z)$, где форма и площадь сечения может зависеть от глубины:

$$\tilde{f} = \int_{A(z)} f dxdy. \tag{2.3}$$

[1] В качестве примера нетурбулентного неадвективного потока можно привести поток коротковолновой радиации в уравнении притока тепла или пузырьковый поток в уравнении для концентрации растворенного газа

Поперечное сечение $A(z)$ и обозначения, используемые в последующем изложении, приведены на Рисунке 2.1.

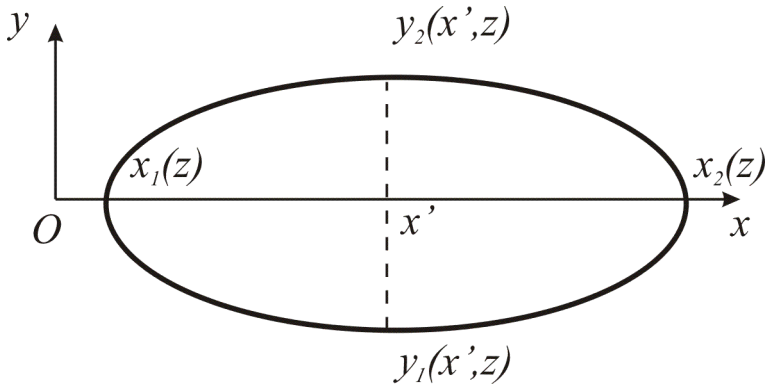


Рисунок 2.1 — Схема горизонтального сечения водоема с обозначениями, используемыми при выводе уравнения вертикального переноса горизонтально-осредненной величины

Оператор (2.3) обладает следующим свойством относительно операции дифференцирования по вертикальной координате:

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} = \widetilde{\frac{\partial f}{\partial z}} + B_f, \tag{2.4}$$

$$B_f = \int_{x_1(z)}^{x_2(z)} \left[\frac{\partial y_2}{\partial z} f(x,y_2,z) - \frac{\partial y_1}{\partial z} f(x,y_1,z) \right] dx, \tag{2.5}$$

которое следует из правила Лейбница. Теперь применим оператор $\widetilde{(...)}$ к (2.1) и попутно введём среднее по горизонтали значение $\overline{f} = A^{-1}\tilde{f}$. Результатом будет уравнение:

$$\begin{aligned} c\frac{\partial A\overline{f}}{\partial t} = -c\int_{\Gamma_{A(z)}} f(\mathbf{u_h}\cdot\mathbf{n})dl - \int_{\Gamma_{A(z)}} (\mathbf{F_h}\cdot\mathbf{n})dl - \\ - c\frac{\partial A\overline{wf}}{\partial z} - \frac{\partial A\overline{F_z}}{\partial z} + cB_{wf} + B_{F_z} + A\overline{R_f}, \end{aligned} \tag{2.6}$$

где введены векторы горизонтальной скорости $\mathbf{u_h} = \{u_1,u_2\}$ и неадвективного потока $\mathbf{F_h} = \{F_1,F_2\}$, $\Gamma_{A(z)}$ есть граница области A на глубине z, а $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к $\Gamma_{A(z)}$. Первое слагаемое в правой части (2.6) представляет собой горизонтальную адвекцию величины f через границы водного тела, обусловленную притоками, вытекающими водотоками, а также грунтовым стоком с водосбора. Второе слагаемое отвечает за вклад неадвективных горизонтальных

потоков на границе водоема, в то время как B_*, $(* = wf,\ F_z)$ выражает эффект вертикальных потоков на дне озера на глубине z. Уравнение (2.6) – это наиболее общий вид одномерного вертикального уравнения переноса, которое, однако, трудно реализовать без упрощений. Во-первых, можно считать, что дно водоема – это квазигоризонтальная твердая стенка, что дает $w \approx 0$, $B_{wf} \approx 0$. Далее, естественно предположить, что вектор $\mathbf{F} = \{F_1,F_2,F_3\}$ перпендикулярен поверхности дна, что служит хорошим приближением по меньшей мере для диффузионного (турбулентного) потока, поскольку этот поток направлен вдоль градиента f, а на поверхности раздела сред этот градиент должен быть почти нормален поверхности. Это позволяет считать, что $F_1 \approx 0$, $F_2 \approx 0$, и второе слагаемое в правой части (2.6) исчезает. Также, вертикальная адвекция раскладывается следующим образом: $\overline{wf} = \overline{w}\,\overline{f} + \overline{w'f'}$, $w' = w - \overline{w}$, $f' = f - \overline{f}$. После перечисленных преобразований уравнение (2.6) принимает вид:

$$c\frac{\partial A\overline{f}}{\partial t} = -c\int_{\Gamma_{A(z)}} f(\mathbf{u_h}\cdot\mathbf{n})dl - c\frac{\partial A\overline{w}\,\overline{f}}{\partial z} - c\frac{\partial A\overline{w'f'}}{\partial z} - \frac{\partial A\overline{F_z}}{\partial z} + B_{F_z} + A\overline{R_f}. \quad (2.7)$$

Теперь удобно выделить отдельно турбулентный, F_{tz}, и "нетурбулентный", F_{nz}, потоки субстанции f: $F_z = F_{tz} + F_{nz}$. Например, нетурбулентным потоком тепла является поток коротковолновой радиации в толще водоёма, а нетурбулентным потоком газа – его вертикальный поток в пузырьковых струях. Также можно определить "эффективный" турбулентный поток, $\overline{F^*_{tz}} = \overline{F_{tz}} + \overline{w'f'}$. Эффективный турбулентный поток включает горизонтально-осредненный мелкомасштабный турбулентный поток $(\overline{F_{tz}})$ (мелкомасштабный – значит обусловленный вихрями, меньшими, чем масштаб осреднения в уравнениях (2.1)-(2.2)) и поток, осуществляемый крупными вихревыми структурами, $\overline{w'f'}$, т.е. структурами, превышающими масштаб осреднения в уравнениях (2.1)-(2.2). Следуя аналогии с турбулентным k-замыканием, можно предположить, что вертикальный поток субстанций за счёт крупных вихрей выражается через горизонтально осреднённые величины, в простейшем случае, через вертикальный градиент осреднённой переносимой величины (см. обсуждение этого вопроса и соответствующие ссылки у А.Т.Зиновьева, (Зиновьев, 2014)). Это означает, что коэффициент турбулентного переноса (теплопроводности, вязкости, и т.д.) есть сумма коэффициентов, отражающих перенос мелкомасштабной турбулентностью (k_f) и крупномасштабной турбулентностью (k_{LS}).

Будем предполагать, что неадвективный поток F_z на всех точках дна любой глубины z один и тот же, т.е. для $\forall z:\ F_z(x,y) = \text{const}, (x,y) \in \Gamma_{A(z)}$. После этих допущений, а также используя

$$B_1 = \int_{x_1(z)}^{x_2(z)} \left[\frac{\partial y_2}{\partial z} - \frac{\partial y_1}{\partial z}\right] dx = \frac{dA}{dz}, \tag{2.8}$$

уравнение (2.7) преобразуется к:

$$\begin{aligned} c\frac{\partial A\overline{f}}{\partial t} = -c\int_{\Gamma_{A(z)}} f(\mathbf{u_h}\cdot\mathbf{n})dl - c\frac{\partial A\overline{w}\,\overline{f}}{\partial z} - \\ - \frac{\partial A\overline{F_{nz}}}{\partial z} - \frac{\partial A\overline{F^*_{tz}}}{\partial z} + \frac{dA}{dz}\left[F_{nz,b}(z) + F_{tz,b}(z)\right] + A\overline{R_f}, \end{aligned} \tag{2.9}$$

где $F_{*,b}(z)$ обозначает придонные значения потоков на глубине z. Средняя вертикалная скорость, $\overline{w}$, может быть выражена из осредненного уравнения неразрывности (2.2):

$$\frac{\partial A\overline{w}}{\partial z} = B_w - \int_{\Gamma_{A(z)}} (\mathbf{u_h}\cdot\mathbf{n})dl. \tag{2.10}$$

Здесь $B_w \approx 0$ в соответствии с предположением квазигоризонтальности дна. Приведённое уравнение означает, что $\overline{w}$ возникает вследствие дисбаланса притоков, грунтового стока и вытекающих водотоков (Omstedt, 2011). При отсутствии грунтового стока, водотоков (и – следовательно – изменения уровня) $\overline{w} = 0$ строго следует из уравнения неразрывности. Поскольку в приложениях модели LAKE, приводимых в настоящей работе, не встречалось водоемов с существенным изменением уровня воды во времени, слагаемое $\overline{w}$ опущено из (2.9). Завершающие гипотезы, позволяющие замкнуть горизонтально-осреднённую систему уравнений термогидродинамики, следующие:

- $\partial(\overline{w'f'})/\partial z = 0$ (обсуждение см. ниже);
- осредненный по горизонтали мелкомасштабный турбулентный поток может быть выражен через градиент осредненной величины: $\overline{F_{tz}} = -k_f\frac{\partial\overline{f}}{\partial z}$;
- горизонтально осредненные функции-источники, $\overline{R_f(f,...)}$, могут быть приближенно представлены как те же функции осредненных величин, $\overline{R_f(f,...)} \approx R_f(\overline{f},...)$.

Теперь, уравнение (2.9) принимает форму, используемую в настоящей работе:

$$c\frac{\partial\overline{f}}{\partial t} = -\frac{c}{A}\int_{\Gamma_{A(z)}} f(\mathbf{u_h}\cdot\mathbf{n})dl + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(Ak_f\frac{\partial\overline{f}}{\partial z}\right) - \\ - \frac{1}{A}\frac{\partial A\overline{F_{nz}}}{\partial z} + \frac{1}{A}\frac{dA}{dz}[F_{nz,b}(z) + F_{tz,b}(z)] + R_f(\overline{f},...). \qquad (2.11)$$

Пренебрежение величиной $\partial(\overline{w'f'})/\partial z$ вызвано отсутствием в современной литературе надёжных параметризаций этого слагаемого, иными словами – величины k_{LS}. Коротко рассмотрим, какие циркуляции могут вносить вклад в эту величину.

В стратифицированных замкнутых водоемах под воздействием ветра формируются циркуляционные структуры масштаба самого водоёма, как по горизонтали, так и по вертикали. В эпилимнионе возникновение течений обязано, в первую очередь, напряжению ветра, а в гиполимнионе – градиенту давления, вызванному наклоном свободной поверхности и термоклина. Обычно эти течения испытывают колебания во времени, известные как сейши, поверхностные (баротропные) или внутренние (бароклинные) (Wüest and Lorke, 2003). Вследствие вращения Земли и при условии превышения линейных размеров водоёма радиуса деформации Россби, в водоёме образуются волны Кельвина и Пуанкаре (Hutter et al., 2011). Указанные линейные колебания не создают вертикального переноса скаляров, поскольку для них принимается

$$\frac{\partial f'}{\partial t} + w'\frac{d\overline{f}}{dz} = 0, \qquad (2.12)$$

где f – в данном случае, произвольный консервативный скаляр со средним вертикальным профилем $\overline{f}$; откуда следует – при подстановке гармонического решения – что колебания f' и w' сдвинуты во времени на $\pi/2$, и, следовательно, осреднённая по периоду колебаний величина $\overline{w'f'}$ равна 0. Нелинейная волновая динамика может приводить к локальному перемешиванию через механизмы обрушения внутренних волн или неустойчивость Кельвина-Гельмгольца в зоне термоклина (Horn et al., 2001; Boegman et al., 2005a,b), однако масштабы этих неустойчивостей относят их к разряду мелкомасштабной турбулентности. Кроме того, к мелкомасштабной турбулентности относится также перемеши-

вание в пристеночном пограничном слое, формирующемся на всех глубинах вдоль наклонного дна. Эти мелкомасштабные эффекты можно пытаться параметризовать путем соответствующей модификации турбулентного замыкания одномерной модели (Goudsmit et al., 2002), т.е. включать в величину k_f. Таким образом, в типичных летних условиях в умеренных широтах в стратифицированных водоёмах крупномасштабная линейная динамика сама по себе не создает вертикального переноса $\overline{w'f'}$, однако индуцированные ею зоны турбулентности осуществляют перенос мелкомасштабными вихрями, и для адекватной параметризации этого переноса через коэффициент вертикальной турбулентной диффузии/вязкости k_f необходимы характеристики этой динамики. В величину $\overline{w'f'}$ входят эффекты любых упорядоченных течений, создающих вертикальный перенос импульса и скаляров; среди этих течений можно отметить нисходящие плотностные струи (Самолюбов, 2007; Чубаренко, 2010; Kirillin et al., 2015a), циркуляции Лэнгмюра. Создание параметризаций этих процессов не входит в задачи настоящей работы, однако будет показана *чувствительность* вертикального распределения скаляра (на примере растворённого метана) к увеличению минимального коэффициента турбулентной диффузии в термоклине (Глава 4).

Наконец, следует отметить случай, когда граница между эпилимнионом и гиполимнионом при достаточно сильном воздействии ветра достигает поверхности водоёма на его берегах (Shintani et al., 2010). В этом случае, именно слагаемое $\partial(\overline{w'f'})/\partial z$ отвечает за происходящее в этом случае полное перемешивание водоема. Этот процесс не может быть воспроизведен в одномерной модели явно, однако может диагностироваться с применением числа Веддербурна (1.16) (Shintani et al., 2010) или "озерного числа" (Imberger and Patterson, 1989).

Уравнение (2.11) есть обобщение других вариантов одномерной формулировки модели озера, включающих эффекты неоднородного распределения глубины, используемых как для озер (Stefan and Fang, 1994; Goudsmit et al., 2002; Jöhnk et al., 2008; Tan and Zhuang, 2015a), так и для водохранилищ (Зиновьев, 2014). Во всех известных одномерных моделях, слагаемое $A^{-1} \cdot dA/dz \cdot \ F_{nz,b}$ не включает поток коротковолновой радиации в уравнении притока тепла, а также пузырьковый поток газов в уравнениях для растворенных CH_4 and CO_2 (см. Главу 4) – эффекты, которые учтены в данной работе.

Закончим этот раздел расчётом адвективных слагаемых $\mathscr{A}_f \doteq \frac{1}{A}\int_{\Gamma_{A(z)}} f(\mathbf{u_h}\cdot\mathbf{n})dl$. Если в водоём втекает N_+ притоков и вытекает N_- водотоков, то:

$$\mathscr{A}_f(z,t) \approx -\frac{1}{A}\left[\sum_{i=1}^{N_+} l_{+i}(z)u_{+i}(z,t)f_{+i}(z,t) - \sum_{i=1}^{N_-} l_{-i}(z)u_{-i}(z,t)f_{-i}(z,t)\right], \quad (2.13)$$

где нижние индексы $+i$ и $-i$ относятся к притокам и истокам, соответственно, а $l_{+i}(z)$, $l_{-i}(z)$ – ширины поперечного сечения водотоков на глубине z.

2.1.2 Уравнение переноса в движущейся нормированной вертикальной системе координат

Решение уравнения (2.11) с соответствующими граничными условиями с использованием неподвижной относительно дна водоема вертикальной координаты z неудобно в случае переменного уровня воды. Поэтому целесообразным является переход к нормированной вертикальной координате $\xi = z/h(t)$, где h есть максимальная глубина водоема, а точка $z = 0$ совпадает с поверхностью воды. При этом, движение начала оси z при изменениях уровня воды, строго говоря, приводит к появлению дополнительного метрического слагаемого, а именно, (2.11) преобразуется к виду (см. Приложение А,(Степаненко, 2004, 2005)):

$$c\frac{\partial\overline{f}}{\partial t} = -c\mathscr{A}_f + \frac{1}{Ah^2}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(Ak_f\frac{\partial\overline{f}}{\partial\xi}\right) -$$
$$-\frac{1}{Ah}\frac{\partial A\overline{F_{nz}}}{\partial\xi} + \frac{1}{Ah}\frac{dA}{d\xi}[F_{nz,b}(\xi,h) + F_{tz,b}(\xi,h)] + R_f(\overline{f},...) + \frac{c}{h}\left[\xi\frac{dh}{dt} - B_w\right]\frac{\partial\overline{f}}{\partial\xi}, \quad (2.14)$$

где B_s обозначает осадки минус испарение, т.е. скорость движения свободной поверхности – начала оси z; эта скорость положительна, если она направлена вверх; метрическое слагаемое – последнее в правой части. Хотя уравнения баланса тепла, примесей и импульса реализованы в модели LAKE именно в форме

(2.14), эта форма отличается от (2.11) только наличием метрического слагаемого, так что для простоты последующее изложение будет опираться на форму (2.11).

2.2 Уравнение притока тепла и примесей

Уравнение притока тепла в теле водного объекта в форме (2.11) имеет вид:

$$c_w\rho_{w0}\frac{\partial\overline{T}}{\partial t} = -c_w\rho_{w0}\mathscr{A}_T + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(A\left(\lambda_m + c_w\rho_{w0}\nu_T\right)\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right) - \\ - \frac{1}{A}\frac{\partial A\overline{S}}{\partial z} + \frac{1}{A}\frac{dA}{dz}[S_b + F_{T,b}(z)]. \tag{2.15}$$

Здесь, как и ранее, нижний индекс b означает физическую величину на поверхности дна на данной глубине, λ_m – коэффициент молекулярной теплопроводности, ρ_{w0} – опорное значение плотности. Будем считать нисходящий поток коротковолновой радиации S горизонтально однородным, так что $S_b = \overline{S}$, а поток тепла в донные отложения $F_{T,b}$ рассмотрен ниже в Разделе 2.7.

Ослабление потока коротковолновой радиации $\overline{S}$ с глубиной z задаётся по закону Бугера-Бэра-Ламберта с учётом различных для разных спектральных интервалов и переменных по глубине коэффициентов ослабления α_i:

$$S_i(z) = S_{i0}(1-a_i)\exp\left(-\int_0^z \alpha_i dz'\right), \\ \overline{S} = \sum_{i=1}^{N} S_i(z), \tag{2.16}$$

где S_{i0} и a_i – поток приходящей на поверхность воды радиации и альбедо в i-м спектральном интервале, соответственно. Так, можно отдельно учитывать ослабление в следующих интервалах:

– УФ – ультрафиолетовая радиация,
– ФАР – фотосинтетически-активная радиация,

– БИК – ближняя инфракрасная радиация,
– ИК – инфракрасная радиация.

Поскольку радиация во всех интервалах, кроме ФАР, поглощается в тонком верхнем слое, значительно меньшем глубины сезонного перемешанного слоя (несколько метров), оправданным приближением становится:

$$\overline{S}(z) = S_0(1-\beta_{NIR,UV})(1-a_{PAR})\exp\left(-\int_0^z \alpha_{PAR}dz\right), \tag{2.17}$$

где S_0 – суммарная коротковолновая радиация в приводном слое, $\beta_{NIR,UV} \approx 0.35$ – доля энергии в ИК-, БИК- и УФ-участках спектра, $a_{PAR} \approx 0.06-0.07$ – альбедо ФАР. Действительно, если радиация в некотором участке спектра поглощается внутри перемешанного слоя, то соответствующий ей источник тепла можно сосредоточить и на поверхности – это почти не повлияет на температуру перемешанного слоя (Heiskanen et al., 2015).

В качестве граничного условия для уравнения притока тепла на поверхности водоёма используется уравнение теплового баланса:

$$-\left(\lambda_m + c_w\rho_{w0}\nu_T\right)\left.\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right|_{z=0} = \beta_{NIR,UV}S_0 + E_a - E_s - H - LE, \tag{2.18}$$

где E_a – нисходящее длинноволновое излучение атмосферы, E_s – собственное излучение поверхности, подчиняющееся закону Стефана-Больцмана, H – поток явного тепла в атмосферу, LE – поток скрытого тепла (обе последние величины считаются положительными, когда поток направлен вверх). Потоки H и LE рассчитываются по теории Монина-Обухова. Граничное условие при $z = h$ для уравнения притока тепла заключается в непрерывности температуры и потока тепла на границе "вода-донные отложения".

Уравнение переноса примесей дадим на примере уравнения переноса солёности s:

$$\frac{\partial\overline{s}}{\partial t} = -\mathscr{A}_s + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(A\left(\lambda_s + \mathrm{Le}^{-1}\nu_T\right)\frac{\partial\overline{s}}{\partial z}\right), \tag{2.19}$$

где $\lambda_s \approx 10^{-2}\lambda_m/(c_w\rho_{w0})$ – молекулярный коэффициент диффузии растворённых ионов, Le – турбулентное число Льюиса, традиционно полагаемое равным 1, а обмен солёности с наклонным дном не учитывается. Краевое условие на границе $z = h$ – это нулевой поток солёности на дне. Более физически пол-

ная постановка задачи предполагает решение задач диффузии в водной толще и во всех колонках донных отложений, сопряжённых через граничные условия непрерывности потока солёности и самой солёности при $z = h$, а также условиями, аналогичными сформулированным в Разделе 2.7 для обмена через наклонное дно тепла.

2.3 Уравнения для горизонтальных компонент импульса

Второй закон Ньютона для горизонтальных компонент скорости представляется в форме (2.11) таким образом:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = -\mathscr{A}_u - \overline{\left(\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial p}{\partial x}\right)} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(A(\nu+\nu_m)\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right) + \frac{1}{A}\frac{dA}{dz}F_{u,b}(z) + f\overline{v}, \tag{2.20}$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} = -\mathscr{A}_v - \overline{\left(\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial p}{\partial y}\right)} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(A(\nu+\nu_m)\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}\right) + \frac{1}{A}\frac{dA}{dz}F_{v,b}(z) - f\overline{u}, \tag{2.21}$$

где $(F_{u,b},F_{v,b})$ – это вертикальный поток импульса на дне, т.е. трение, f – параметр Кориолиса. По аналогии с вертикальным потоком импульса в пограничном слое над плоской поверхностью, этот поток импульса можно параметризовать квадратической зависимостью:

$$(F_{u,b},F_{v,b}) = -C_{db}|\overline{\mathbf{u_h}}|\overline{\mathbf{u_h}}. \tag{2.22}$$

Поскольку здесь фигурирует средняя по $A(z)$ скорость, а не скорость вблизи дна, то строгое обоснование этой формулы не представляется возможным. Поэтому коэффициент C_{db} становится калибровочным (Jöhnk, 2000), регулирующим уровень диссипации кинетической энергии осреднённого движения на дне. С другой стороны, для оценки C_{db} можно воспользоваться логарифмическим законом, полагая, что в качестве оценки скорости на верхней границе придонного логарифмического слоя можно использовать $\overline{\mathbf{u_h}}$:

$$C_{db} = \kappa^2 \ln^{-2}\left(\frac{\Delta z_{\log}}{z_{0b}}\right), \tag{2.23}$$

где $\kappa = 0.38 - 0.40$ – константа Кармана, $\Delta z_{\log}$ – толщина логарифмического слоя (в практических расчётах можно выбирать $\Delta z_{\log} \sim \Delta z$, Δz – характерный шаг сетки), z_{0b} – коэффициент шероховатости дна, выбираемый исходя из характерного размера элементов шероховатости на поверхности донных отложений.

На поверхности воды ($z = 0$) в качестве граничного условия задаётся поток импульса, рассчитываемый по теории Монина-Обухова.

Параметризация среднего уклона свободной поверхности и баротропного градиента давления. В настоящем параграфе рассматривается параметризация баротропного барического градиента, вызванного уклоном свободной поверхности водоема. Принципиально новым качеством, вносимым при этом в решение системы уравнений модели, является появление придонного возвратного течения и генерируемой им сдвиговой турбулентности. Баротропность же здесь понимается в том смысле, что при расчете ускорения за счёт градиента давления плотность воды принимается постоянной.

К настоящему времени в литературе описаны два метода вычисления баротропного градиента давления в одномерных по вертикали моделях водоёма:

- метод У.Свенссона (Svensson, 1978; Goudsmit et al., 2002),
- метод, разработанный в ИВП СО РАН (Зиновьев, 2014).

По У.Свенссону, если водоём имеет форму прямоугольного параллелепипеда, то среднее по горизонтали ускорение за счет градиента давления есть:

$$\overline{\frac{1}{\rho_{w0}}\frac{\partial p}{\partial x}} = \frac{g\pi^2}{L_x^2}\int_0^t \overline{u}h\ dt', \tag{2.24}$$

$$\overline{\frac{1}{\rho_{w0}}\frac{\partial p}{\partial y}} = \frac{g\pi^2}{L_y^2}\int_0^t \overline{v}h\ dt', \tag{2.25}$$

где L_x, L_y – горизонтальные размеры водоёма вдоль соответствующих осей. Согласно (2.24)-(2.25), градиент давления появляется вследствие переноса массы средним течением из одной части водоема в другую. Несмотря на прозрачность физического смысла, метод не получил широкого распространения в одномерных моделях (это будет одним из предметов обсуждения в Главе 3).

В методе, взятом за основу в одномерных моделях ИВП СО РАН, средний горизонтальный градиент давления рассчитывается, исходя из условий (Зиновьев, 2014):

$$\int_0^h uL_y dz = Q, \tag{2.26}$$

$$\int_0^h vL_x dz = 0, \tag{2.27}$$

где Q – разница расхода втекающих и вытекающих водотоков (направление течения в них предполагается в данном случае вдоль оси x). В частном случае $Q \approx 0$ уравнения (2.26)-(2.27) означают, что градиент давления мгновенно подстраивается так, чтобы расход скорости по обоим горизонтальным направлениям был нулевым. С одной стороны, при использовании данного подхода в модельном водоёме возникает донное противотечение, что наблюдается и в природе, а с другой – исключаются свободные сейшевые колебания, поскольку они подразумевают циклический перенос массы из одной половины водоема в другую по обеим горизонтальным осям.

Предлагаемая ниже схема является обобщением метода У.Свенссона (2.24)-(2.25) на случай водоёма произвольной формы. Обобщение этой схемы на бароклинный случай будет развито в Главе 3.

Ускорение за счёт баротропного градиента давления на любой глубине z можно записать через уклон свободной поверхности:

$$-\frac{1}{\rho_{w0}}\frac{\partial p}{\partial x_i} = -g\frac{\partial h_s}{\partial x_i},\ i = 1,2, \tag{2.28}$$

(h_s – отклонение свободной поверхности от горизонтального положения), где использовано гидростатическое приближение с постоянной плотностью ρ_{w0}.

Концепция параметризации барического градиента изображена на Рисунке 2.2. Средний по горизонтали градиент давления выражается как:

$$g\overline{\frac{\partial h_s}{\partial x}} = g\alpha_* \frac{h_{s,x2} - h_{s,x1}}{L_{x,0}}, \tag{2.29}$$

$$g\overline{\frac{\partial h_s}{\partial y}} = g\alpha_* \frac{h_{s,y2} - h_{s,y1}}{L_{y,0}}, \tag{2.30}$$

а из закона сохранения объёма (массы) следует:

$$\frac{dh_{s,y2}}{dt} = -\frac{dh_{s,y1}}{dt} = \frac{2}{A_0(t)} \int_0^1 vL_x(z)hd\xi, \tag{2.31}$$

$$\frac{dh_{s,x2}}{dt} = -\frac{dh_{s,x1}}{dt} = \frac{2}{A_0(t)} \int_0^1 uL_y(z)hd\xi, \tag{2.32}$$

где L_x, L_y есть размеры горизонтального сечения тела водоема по осям x и y, соответственно, и, в отличие от (2.24)-(2.25), они зависят от z; $A_0(t)$ – площадь поверхности водоёма. Для простоты, горизонтальное сечение водоема $A(z)$ можно принять в форме эллипса (так что L_x и L_y есть удвоенные полуоси эллипса) или в виде прямоугольника (со сторонами L_x, L_y), но приведённые уравнения можно формально применять и для более сложных форм. Уравнения (2.31)-(2.32) выражают изменение уровня четырех частей поверхности водоема ($h_{s,x1}$ – среднее значение h_s в "левой" половине водоема, $x < x_c$, $h_{s,x2}$ – то же самое для правой части, $x > x_c$, $h_{s,y1}$ – среднее по "нижней" части $y < y_c$, и $h_{s,y2}$ – среднее по "верхней" части, $y > y_c$, где точка (x_c, y_c) – центр сечения). Это изменение происходит за счет расхода воды в двух вертикальных сечениях, $x = x_c$ и $y = y_c$, соответственно (Рисунок 2.2), в пренебрежении притоками и истоками из озера. Множитель $\alpha_* = \pi^2/4$ в (2.29)-(2.30) выбирается из условия, чтобы решение уравнений движения (2.20)-(2.21) в отсутствие вращения ($f = 0$) и при прямоугольном постоянном с глубиной сечении $A(z)$ соответствовало периоду 1-й по горизонтали сейшевой моды по формуле Мериана (Merian, 1828).

Несложно убедиться, что в частном случае, когда форма водоема представляет собой прямоугольный параллелепипед $[L_x \times L_y \times h]$, замыкание (2.29)-(2.30), (2.31)-(2.32) эквивалентно замыканию У.Свенссона (2.24)-(2.25).

В дальнейшем изложении замыкание (2.29)-(2.30), (2.31)-(2.32) будет именоваться параметризацией поверхностных сейш или параметризацией баротропных сейш.

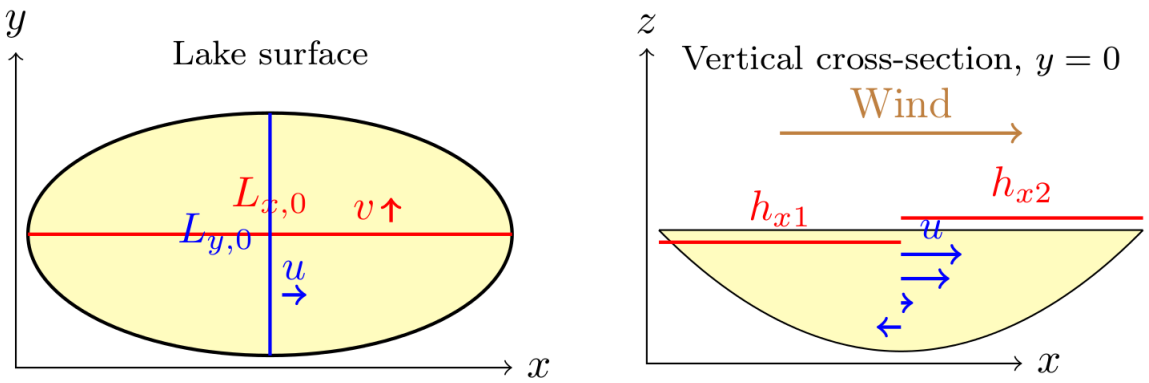


Рисунок 2.2 — Схема, поясняющая вывод уравнений параметризации баротропного барического градиента (поверхностных сейш). Поверхность озера изображена эллипсом слева, с размерами L_{x0} и L_{y0} по соответствующим осям. Величина h_{x1} есть среднее отклонение поверхности от горизонтального положения в левой половине поверхности, h_{x2} – то же самое, но в отношении правой половины; h_{y1} и h_{y2} определены аналогично.

2.4 Турбулентное замыкание

Прогностические уравнения для турбулентной кинетической энергии (ТКЭ), k и скорости ее диссипации, ϵ, имеют вид:

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}A\left(\nu_m + \frac{\nu}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial z} + S + B - \epsilon, \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}A\left(\nu_m + \frac{\nu}{\sigma_\epsilon}\right)\frac{\partial \epsilon}{\partial z} + \frac{\epsilon}{k}\left(c_{\epsilon 1}S + c_{\epsilon 3}B - c_{\epsilon 2}\epsilon\right), \tag{2.34}$$

$$S = \nu\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right], \tag{2.35}$$

$$B = -\frac{g}{\rho_{w0}}\nu_T\left(\alpha_T\frac{\partial T}{\partial z} + \alpha_s\frac{\partial s}{\partial z}\right), \tag{2.36}$$

$$\nu = C_e\frac{k^2}{\epsilon}, \tag{2.37}$$

$$\nu_T = C_{e,T}\frac{k^2}{\epsilon}. \tag{2.38}$$

Здесь $\alpha_T(T,s)$ обозначает коэффициент термического расширения, $\alpha_s(T,s)$ – коэффициент расширения относительно солености, s. Ключевые слагаемые системы: генерация ТКЭ за счёт сдвига скорости S, генерация/сток ТКЭ работой

силы плавучести B, вертикальный турбулентный перенос величин k и ϵ. Постоянные коэффициенты системы σ_k, σ_ϵ, $c_{\epsilon 1}$, $c_{\epsilon 2}$, $c_{\epsilon 3}$ и функции устойчивости C_e, $C_{e,T}$ приводятся в Таблице 2.1.

Таблица 2.1 — Коэффициенты $k-\epsilon$ модели (Burchard, 2002b)

Константы	
σ_k	1
σ_ϵ	1.111
$c_{\epsilon 1}$	1.44
$c_{\epsilon 2}$	1.92
$c_{\epsilon 3}$	1.14, если $B > 0$, и -0.4 в обратном случае (Burchard and Baumert, 1995)
Функции устойчивости	
C_e	Функция устойчивости для импульса (Canuto et al., 2001)
$C_{e,T}$	Функция устойчивости для скаляров (Canuto et al., 2001)

Граничные условия для ТКЭ и ϵ задаются одинаково для нижней и верхней границ, и являются точными для логарифмического пограничного слоя (Burchard and Petersen, 1999):

$$\left.\frac{\nu}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right|_{z=0,h} = 0, \tag{2.39}$$

$$\left.\frac{\nu}{\sigma_\epsilon}\frac{\partial \epsilon}{\partial z}\right|_{z=0,h} = -C_{e,0}^{3/4}\frac{\nu}{\sigma_\epsilon}\frac{k^{3/2}}{\kappa z_0^2}, \tag{2.40}$$

где $C_{e,0} = 0.09$ есть опорное значение функции устойчивости для импульса, $z_0 = 10^{-2}$ м – эмпирическая константа, κ – константа Кармана. В ряде постановок задачи предлагается учитывать обрушение поверхностных волн в верхних граничных условиях (Craig and Banner, 1994), однако соответствующие параметризации, насколько известо автору, по меньшей мере не учитывают ограниченный возраст волнения на небольших водоёмах.

Уравнения (2.33)-(2.34) получены из трёхмерных ыуравнений баланса k и ϵ (Burchard, 2002b), приведённых к форме (2.11), в которой $F_{nz} = 0$, т.к. k и ϵ

переносятся только турбулентностью и средним течением; $F_{tz,b} = 0$ для ТКЭ в соответствии с нулевым потоком k на границах (2.39), а также для скорости диссипации – по причине того, что условие (2.40) предполагает использовование значений k и ϵ вблизи стенки, а они вблизи наклонного дна одномерной моделью явно не воспроизводятся; $\mathscr{A}_k$,$\mathscr{A}_\epsilon = 0$ вследствие отсутствия эмпирических данных о значениях k и ϵ во втекающих и вытекающих водотоках при расчётах конкретных озёр.

2.5 Уравнения тепловлагопереноса в слоях льда и снега

Снежный покров в силу относительно низкой теплопроводности играет для озера зимой роль теплоизолятора и таким образом контролирует рост и таяние льда. Теплоизоляционные свойства снежного покрова определяются его плотностью и толщиной, при том, что плотность обычно существенно возрастает с глубиной. Для реалистичного воспроизведения толщины снега, профиля плотности и, как следствие – профиля температуры в снежном покрове, важно учитывать процессы таяния и переноса жидкой влаги (Володина и др., 2000), а также гравитационного уплотнения. Математическое описание тепловлагопереноса в снежном покрове в модели LAKE тесно следует модели снежного покрова ИВМ РАН (Володина и др., 2000). Основные уравнения, описывающие перенос тепла и жидкой влаги в слое снега, следующие (Степаненко и Лыкосов, 2005)

$$c_{sn}\rho_{sn}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\lambda_{sn}\frac{\partial T}{\partial z} + \rho_{sn}L_{fr}F_{fr}, \tag{2.41}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -(1-W)\frac{\rho_{w0}}{\rho_{sn}}\frac{\partial \gamma_v}{\partial z} - F_{fr} - \frac{W}{\rho_{sn}}C_{sn}. \tag{2.42}$$

Здесь коэффициент теплопроводности снега λ_{sn} рассчитывается по эмпирической формуле:

$$\lambda_{sn} = C_1\left(\frac{\rho_{sn}}{\rho_{w0}}\right)^4 + C_2\frac{\rho_{sn}}{\rho_{w0}} + C_3, \tag{2.43}$$

где $C_1 = 2.514$, $C_2 = 0.796$, $C_3 = 0.021$, $[C_*] =$ Дж/(м с К) . Удельная теплоемкость c_{sn} определяется массовой долей жидкой влаги W:

$$c_{sn} = W c_w + (1 - W) c_i. \tag{2.44}$$

Скорость фазового перехода, F_{fr}, становится отличной от нуля, если температура на данном шаге по времени превышает температуру таяния. При этом энергия, затраченная на фазовый переход, принимается равной энергии, необходимой для возвращения температуры к точке таяния.

Следует пояснить вывод уравнения (2.42). В модели содержание жидкой влаги, W, есть отношение массы жидкой воды к суммарной массе снега, т.е. $W = \rho_{w,sn}/\rho_{sn}$. Чтобы вывести уравнение для W (2.42), заметим, что

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{\rho_{sn}} \frac{\partial \rho_{w,sn}}{\partial t} - \frac{W}{\rho_{sn}} \frac{\partial \rho_{sn}}{\partial t}. \tag{2.45}$$

Локальный баланс массы жидкой влаги определяется инфильтрационным потоком, γ_v, $[\gamma_v] =$м/с, и скоростью замерзания, F^*_{fr}:

$$\frac{\partial \rho_{w,sn}}{\partial t} = -\frac{\gamma_v \rho_{w0}}{\partial z} - F^*_{fr}, \tag{2.46}$$

где использована средняя плотность жидкой воды ρ_{w0}, чтобы перейти от потока объема к потоку массы жидкой влаги. В то же время, изменение плотности снега (как суммы твёрждой и жидкой частей) также определяется инфильтрационным потоком жидкой влаги и, кроме того, скоростью гравитационного уплотнения снега C_{sn}:

$$\frac{\partial \rho_{sn}}{\partial t} = -\frac{\gamma_v \rho_{w0}}{\partial z} + C_{sn}. \tag{2.47}$$

Подставляя (2.47) и (2.46) в (2.45), получаем (2.42), где $F_{fr} = F^*_{fr}/\rho_{sn}$.

Гравитационный поток жидкой влаги, м/с, задается выражением:

$$\gamma_v = h_c \left(\frac{W_v - W_{hc}}{p - W_{hc}} \right)^3. \tag{2.48}$$

Здесь $W_v = W \rho_{sn} \rho_{w0}^{-1}$ есть объемное содержание жидкой влаги (пористость снега, занятая жидкой влагой), W_{hc} – влагонесущая способность снега, h_c – гидрав-

лический поток при насыщении снега водой. Краевое условие на верхней границе снега есть уравнение теплового баланса, аналогичное (2.18). На границе снега со слоем льда принимается непрерывность температуры и потока тепла. Для уравнения переноса жидкой влаги (2.42) задается одно краевое условие: поток γ_v на нижней границе равен нулю.

Для расчёта вертикального распределения температуры внутри ледяного покрова привлекается уравнение, аналогичное (2.15), но при условиях $\mathscr{A}_T = 0$ (нет притоков), $\nu_T = 0$ (теплопроводность осуществляется только молекулярными взаимодействиями) и при задании в этом уравнении теплофизических и радиационных характеристик льда. В отсутствие снега, на верхней границе льда ставится условие теплового баланса (2.18), а при его наличии – условие непрерывности температуры и потока тепла на границе лёд-снег. На нижней границе льда температура полагается равной температуре замерзания, определяемой солёностью воды ниже этой границы. Скорость движения границы фаз пропорциональна перепаду потока тепла на этой поверхности (Воеводин и Гранкина, 2012).

2.6 Уравнения тепловлагопереноса в донных отложениях

В основу описания процессов тепловлагопереноса в грунте под водоёмом положена модель ИВМ РАН (Володин и Лыкосов, 1998), в которой состояние почвы характеризуется температурой, содержанием жидкой, твердой и газообразной влаги. Поскольку под телом водоёма грунт должен быть насыщенным жидкой (при промерзании – твердой) влагой, то содержанием водяного пара в нем можно пренебречь. Если, кроме того, пренебречь влагопроводностью грунта за счет градиента температуры (в силу малости коэффициента термовлаго-

проводности), то соответствующая система уравнений принимает вид:

$$c_s\rho_s\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z_s}\lambda_s\frac{\partial T}{\partial z_s} + \rho_d L F_{fr}, \tag{2.49}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z_s}\lambda_W\frac{\partial W}{\partial z_s} - \frac{\partial \gamma}{\partial z_s} - F_{fr}, \tag{2.50}$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = F_{fr}. \tag{2.51}$$

Здесь λ_W – коэффициент влагопроводности, W и I – отношение массы жидкой воды и льда к массе скелета почвы (донных отложений), соответственно, γ – гравитационный поток влаги. Как видно из системы, в почве рассматриваются процессы диффузии тепла и влаги, инфильтрация жидкой влаги, а также процессы промерзания/таяния воды. Коэффициенты, определяющие интенсивность этих процессов, зависят от переменных состояния грунта – T, W, I. По сравнению с моделью ИВМ РАН, в уравнениях (2.49)-(2.51) также опущены слагаемые, связанные с грунтовым стоком и впитыванием воды корневыми системами растений.

Гравитационный поток влаги в почве определяется следующим образом (Clapp and Hornberger, 1978):

$$\gamma = \gamma_{max}\left(\frac{W}{W_{max}}\right)^{2b_s+3}, \tag{2.52}$$

где γ_{max} и b_s – параметры, зависящие от типа почвы, W_{max} – максимально возможное содержание жидкой влаги, достигающееся при заполнении всего объема пор, свободных ото льда.

Суммарная теплоёмкость почвы складывается из теплоёмкостей сухой почвы, воды и льда:

$$c_s = c_g + c_w W + c_i I. \tag{2.53}$$

Коэффициент диффузии влаги, отражающий действие капиллярно-сорбционных сил, также описывается по Клаппу-Хорнбергеру:

$$\lambda_W = \lambda_{max}\left(\frac{W}{W_{max}}\right)^{b_s+2}. \tag{2.54}$$

Выбор параметров влагопереноса в формулировках Клаппа-Хорнбергера производится согласно классификации типов почвы, изложенной в (Алексеев и др., 1997). Для донных отложений выбирается тип "иловый суглинок".

Коэффициент теплопроводности, следуя тому же подходу, выражается в модели ИВМ РАН через т.н. потенциал почвенной влаги. Однако, численные эксперименты с моделью LAKE по воспроизведению температуры донных отложений оз. Красного (Карельский перешеек) (http://www.flake.igb-berlin.de/data.shtml), где производились измерения температуры на разных глубинах подо дном, показали, что значительно лучшее согласие с данными наблюдений удаётся достичь при использовании схемы расчёта коэффициента теплопроводности, изложенной ниже.

Используется концепция нормированной теплопроводности О.Йохансена (Johansen, 1975), согласно которой

$$\lambda_s = \lambda_{s,d} + (\lambda_{s,s} - \lambda_{s,d}) f(S_r), \tag{2.55}$$

где $\lambda_{s,d}$, $\lambda_{s,s}$ – коэффициенты теплопроводности для сухой и насыщенной почвы, S_r – степень насыщения (объёмная доля пор, занятого водой и льдом). Согласно (Côté and Konrad, 2005b), функцию $f(S_r)$ можно представить как:

$$f(S_r) = \frac{\kappa_s S_r}{1 + (\kappa_s - 1) S_r}, \tag{2.56}$$

где κ_s – константа, зависящая от типа почвы и фазового состояния воды в ней.

Коэффициенты теплопроводности почвенного скелета $\lambda_{s,d}$ и насыщенной почвы $\lambda_{s,s}$ могут быть определены как геометрическое среднее коэффициентов составляющих фаз/минералов λ_i (Côté and Konrad, 2005a)

$$\lambda_{s,*} = \prod_i \lambda_i^{\theta_i}, \quad \sum_i \theta_i = 1, \tag{2.57}$$

где θ_i – объёмное содержание i-й фазы или минерала. Так, коэффициент теплопроводности минеральных частиц почвы $\lambda_{s,d}$ можно в первом приближении рассчитать, используя только содержание кварца (Johansen, 1975):

$$\lambda_{s,d} = \lambda_{m,q}^{q} \lambda_{m,o}^{1-q}, \tag{2.58}$$

где q – объёмное содержание кварца в скелете, $\lambda_{m,q}$ – коэффициент теплопроводности кварца, $\lambda_{m,o}$ – коэффициент теплопроводности других минералов, содержащихся в твёрдых частицах. Далее, коэффициент для насыщенной почвы рассчитывается как

$$\lambda_{s,s} = \lambda_{s,d}^{(1-p)} \lambda_w^{p-\theta_w} \lambda_i^{p-\theta_i}, \tag{2.59}$$

где θ_w – объёмное содержание жидкой влаги, θ_i – объёмное содержание льда.

2.7 Параметризация теплообмена с наклонным дном

Уравнение теплового баланса на наклонной поверхности дна выглядит следующим образом:

$$F_{T,b}(z) + S_b(z) = -\lambda_s \frac{\partial T}{\partial z_s}, \tag{2.60}$$

где в силу малости уклона дна угол падения коротковолновых лучей на поверхность донных отложений положен $\pi/2$, и, как было сказано выше, $S_b = \overline{S}$. Здесь также принято, что альбедо поверхности дна равно нулю. Если рассматривать поверхность донных отложений как границу для двух задач (первая – задача теплопроводности (2.15), где эффект этой границы представлен источником в правой части $F_{T,b}(z)$; и вторая – одномерная по вертикали задача теплопроводности в донных отложениях, где на этой границе требуется поставить граничное условие), то в дополнение к (2.60) нужно поставить второе условие.

Этим условием может быть, например, закон теплообмена для $F_{T,b}(z)$, связывающий поток тепла, придонную скорость течения и градиент температуры в придонном слое. Однако, придонные значения температуры и скорости в одномерной модели водоёма явно воспроизведены быть не могут. Другим условием может быть непрерывность температуры на границе "вода-донные отложения". Это условие также не может быть реализовано точно в одномерной модели, но используется его аналог

$$T_i|_{z_{s,i}=0} = \overline{T}|_{z(z_{s,i}=0)}, \tag{2.61}$$

т.е. температура поверхности донных отложений $T_i|_{z_{s,i}=0}$ на данной глубине $z(z_{s,i} = 0)$ равна средней по горизонтали температуре воды на этой глубине

$\overline{T}|_{z(z_{s,i}=0)}$; i есть номер колонки осадков, $z_{s,i}$ – вертикальная координата, имеющая начало на поверхности i-й колонки.

Схема расположения почвенных (осадочных) колонок приведена на Рисунке 2.3. Каждая колонка представляет собой трёхмерное геометрическое тело, проекция которого на горизонтальную плоскость совпадает с проекцией соответствующей части озёрного дна (Рисунок 2.4). Объединение проекций почвенных колонок совпадает с горизонтальным проложением дна водоёма.

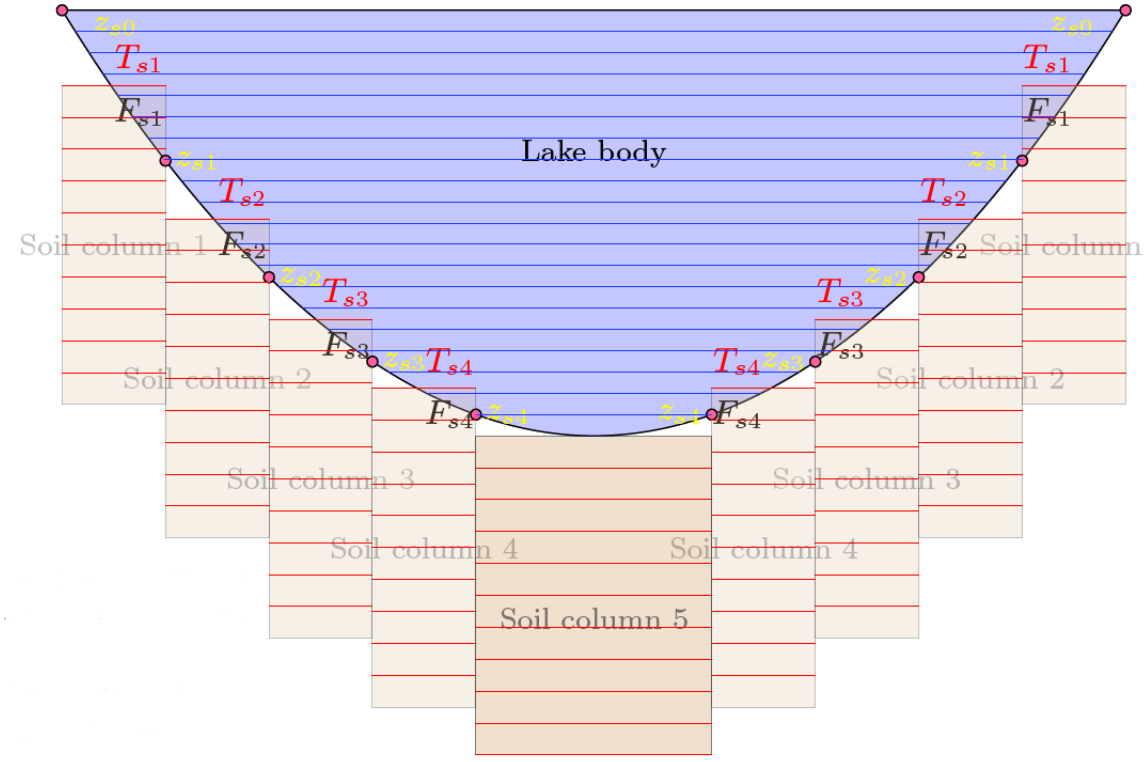


Рисунок 2.3 — Схема расположения слоёв конечно-разностной схемы в теле водоёма и колонках донных отложений в вертикальном сечении

В каждой колонке донных отложений решается одномерная задача тепловлагопроводности, изложенная в Разделе 2.6.

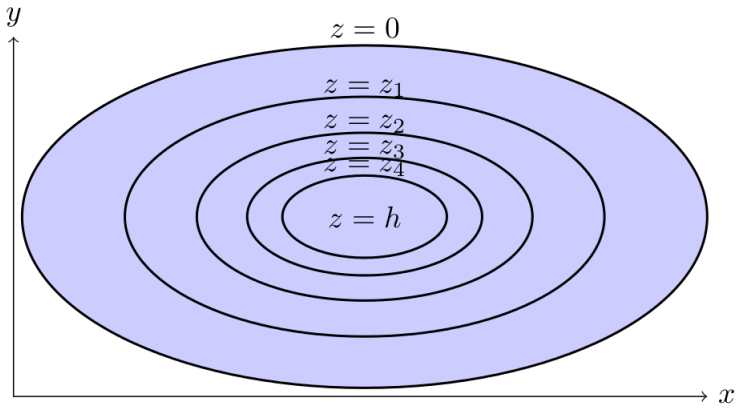


Рисунок 2.4 — Проекции почвенных (осадочных) колонок на горизонтальную плоскость. Проекция i-й колонки ограничена изобатами z_{i-1} и z_i

2.8 Аспекты численной реализации одномерных уравнений термогидродинамики

2.8.1 Численная реализация уравнений сохранения скалярных величин и импульса

Диффузионные слагаемые уравнения притока тепла (2.15) дискретизируются с помощью схемы Кранка-Николсон и центральных разностей по пространству. Остальные члены в правой части уравнения представлены с первым порядком точности по времени, что несущественно влияет на результаты расчётов, т.к. шаг по времени в модели невелик ($\sim$1 мин при характерном шаге сетки по вертикали $\sim$1 м). Таким образом, конечно-разностный аналог (2.15) имеет вид:

$$c_w\rho_{w0}\delta_t T_i^j = -c_w\rho_{w0}\mathscr{A}_{T,i}^j + \frac{1}{A_i}\delta_z\left(A_{i-1/2}(c_w\rho_{w0}\nu_{T,i-1/2}^j + \lambda_m)\delta_{\overline{z}}T_i^{j+1/2}\right) + \delta_z S_{i-1/2}^{j+1} + \frac{1}{A_i}\delta_z A_{i-1/2}\cdot F_{T,b,i}^j, \tag{2.62}$$

где $\mathscr{A}^j_{T,i}$ есть дискретизация адвективного слагаемого $\frac{1}{A}\int_{\Gamma_{A(z)}} T(\mathbf{u_h}\cdot\mathbf{n})dl$ (см. (2.13)), и использованы обозначения

$$\delta_t(\bullet)^j_i = \frac{(\bullet)^{j+1}_i - (\bullet)^j_i}{\Delta t},\ \ \delta_z(\bullet)^j_i = \frac{(\bullet)^j_{i+1} - (\bullet)^j_i}{z_{i+1} - z_i},\ \ \delta_{\bar{z}}(\bullet)^j_i = \frac{(\bullet)^j_i - (\bullet)^j_{i-1}}{z_i - z_{i-1}},$$
$$\delta_z(\bullet)^j_{i-1/2} = \frac{(\bullet)^j_{i+1/2} - (\bullet)^j_{i-1/2}}{z_{i+1/2} - z_{i-1/2}},\ \ (\bullet)^{j+1/2}_i = \frac{(\bullet)^j_i + (\bullet)^{j+1}_i}{2}. \tag{2.63}$$

Уравнения движения (2.20)-(2.21) аппроксимируются аналогично:

$$\delta_t u^j_i = -\mathscr{A}^j_{u,i} - g\alpha_* \frac{h^{j+1/2}_{s,x2} - h^{j+1/2}_{s,x1}}{L_{x,0}} + \frac{1}{A_i}\delta_z\left(A_{i-1/2}(\nu^j_{i-1/2} + \nu_m)\delta_{\bar{z}} u^{j+1/2}_i\right) +$$
$$+ \frac{1}{A_i}\delta_z A_{i-1/2} F^j_{u,b,i} + f v^{j+1/2}_i, \tag{2.64}$$
$$\delta_t v^j_i = -\mathscr{A}^j_{v,i} - g\alpha_* \frac{h^{j+1/2}_{s,y2} - h^{j+1/2}_{s,y1}}{L_{y,0}} + \frac{1}{A_i}\delta_z\left(A_{i-1/2}(\nu^j_{i-1/2} + \nu_m)\delta_{\bar{z}} v^{j+1/2}_i\right) +$$
$$+ \frac{1}{A_i}\delta_z A_{i-1/2} F^j_{v,b,i} - f u^{j+1/2}_i, \tag{2.65}$$

что, в частности, обеспечивает нулевую работу силы Кориолиса. Кроме того, представление горизонтального градиента давления по полунеявной схеме обеспечивает сохранение перехода энергии между кинетической и гравитационной потенциальной энергией (для более общего, бароклинного, представления градиента давления, это показано в Разделе 3.2.6).

2.8.2 Численная реализация $k-\epsilon$ замыкания

К дискретизации двух уравнений турбулентного замыкания (2.33)-(2.34) естественно предъявить следующие требования:

1. неотрицательность численного решения;
2. второй порядок точности по пространству и времени;
3. консервативность схемы относительно первых моментов ТКЭ и диссипации;

4. сохранение переходов кинетической и потенциальной энергии среднего течения в ТКЭ.

Автору неизвестны численные схемы, в которых одновременно выполнялись бы условия 1 и 2. Отрицательные значения k и ϵ могут возникать в схеме из-за источников и стоков в правой части. Неотрицательность решения с источниками/стоками гарантирует схема Патанкара (Patankar, 1980), однако она имеет первый порядок по времени. При использовании схем второго порядка, например схемы Кранка-Николсон, как и сделано в настоящей работе, применяется ограничение снизу на значения k и ϵ. При этом, минимальные значения k_{min} и ϵ_{min} выбираются так, чтобы

$$\nu_{T,min} \equiv C_{e,T0}\frac{k_{min}^2}{\epsilon_{min}} \ll \lambda_m / \left(c_w \rho_{w0}\right). \tag{2.66}$$

Требование 3 выполняется применением центральных разностей для "диффузионных" слагаемых.

Следуя сказанному, выпишем следующую схему для уравнений (2.33)-(2.34) (значения k, ϵ, коэффициентов вязкости и диффузии отнесены к центрам слоёв сетки):

$$\delta_t k_{i+1/2}^j = \frac{1}{A_{i+1/2}}\delta_z\left(A_i\left(\nu_m + \frac{\nu_i^j}{\sigma_k}\right)\delta_{\bar{z}}k_{i+1/2}^{j+1/2}\right) + S_{i+1/2}^{j+1/2} + B_{i+1/2}^{j+1/2} - \epsilon_{i+1/2}^{j+1/2}, \tag{2.67}$$

$$\delta_t \epsilon_{i+1/2}^j = \frac{1}{A_{i+1/2}}\delta_z\left(A_i\left(\nu_m + \frac{\nu_i^j}{\sigma_\epsilon}\right)\delta_{\bar{z}}\epsilon_{i+1/2}^{j+1/2}\right) +$$
$$\frac{\epsilon_{i+1/2}^{j+1/2}}{k_{i+1/2}^{j+1/2}}\left(c_{\epsilon 1}S_{i+1/2}^{j+1/2} + c_{\epsilon 3}B_{i+1/2}^{j+1/2} - c_{\epsilon 2}\epsilon_{i+1/2}^{j+1/2}\right), \tag{2.68}$$

Требованию 4, которое касается вида слагаемых $S_{i+1/2}^{j+1/2}$, $B_{i+1/2}^{j+1/2}$, можно удовлетворить, следуя методу, изложенному в работе (Burchard, 2002b) для системы уравнений пограничного слоя. Ниже приводится его обобщение на случай горизонтально-осредненных уравнений.

Дискретизация генерации ТКЭ за счет сдвига скорости. За обмен между кинетической энергией среднего движения и ТКЭ в уравнениях движе-

ния (2.20)-(2.21) отвечают только слагаемые вязкости и – частично – бокового трения (Goudsmit et al., 2002). Однако, в настоящей версии модели боковое донное трение не учитывается как источник в уравнении ТКЭ, т.е. считается, что вся диссипируемая на дне энергия среднего движения уходит в тепло (перенаправление части этой энергии в ТКЭ можно считать одним из направлений будущего развития модели). Таким образом, если для простоты принимать во внимание в (2.20)-(2.21) только слагаемые вязкости, для кинетической энергии $K = \frac{1}{2}(\overline{u}^2 + \overline{v}^2)$ можно записать

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(A(\nu + \nu_m)\frac{\partial K}{\partial z}\right) - S - \nu_m\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right], \tag{2.69}$$

где в правой части представлен турбулентный перенос , переход K в ТКЭ (то же слагаемое S, что и в (2.33), но с обратным знаком), и вязкая диссипация (в тепло). Естественно потребовать, чтобы сток K в k в (2.69) и скорость сдвиговой генерации k в (2.33) на уровне численной схемы также совпадали.

Уравнение для кинетической энергии в конечно-разностном виде можно получить, умножая (2.64) и (2.65) на $(u_i^{j+1}+u_i^j)/2$ и $(v_i^{j+1}+v_i^j)/2$, соответственно, и складывая получившиеся результаты:

$$A_i\delta_t K_i^j = \delta_z\left(A_{i-1/2}\left(\nu_{i-1/2}^j + \nu_m\right)\delta_{\overline{z}}K_i^{j+1/2}\right) - A_{i-1/2}S_i^{-1} - A_{i+1/2}S_i^{+1} - diss, \tag{2.70}$$

$$K_i^j = \frac{\left(u_i^j\right)^2 + \left(v_i^j\right)^2}{2},\ K_i^{j+1/2} = \frac{\left(u_i^{j+1/2}\right)^2 + \left(v_i^{j+1/2}\right)^2}{2},$$

$$S_i^{+1} = \nu_{i+1/2}^j\frac{u_{i+1}^{j+1/2}u_i^{j+1/2} + v_{i+1}^{j+1/2}v_i^{j+1/2} - \left(K_{i+1}^{j+1/2} + K_i^{j+1/2}\right)}{\left(z_{i+1} - z_i\right)\left(z_{i+1/2} - z_{i-1/2}\right)}, \tag{2.71}$$

$$S_i^{-1} = \nu_{i-1/2}^j\frac{u_i^{j+1/2}u_{i-1}^{j+1/2} + v_i^{j+1/2}v_{i-1}^{j+1/2} - \left(K_i^{j+1/2} + K_{i-1}^{j+1/2}\right)}{\left(z_i - z_{i-1}\right)\left(z_{i+1/2} - z_{i-1/2}\right)}, \tag{2.72}$$

где $diss > 0$ – это молекулярная диссипация K. Теперь, для того, чтобы в проинтегрированном по вертикали уравнении (2.70) суммарный сток от слагаемых S_i^{+1}, S_i^{-1} был равен суммарному притоку от сдвиговой генерации $S_{i+1/2}^{j+1/2}$ в проинтегрированном по объёму конечно-разностном уравнении (2.67), достаточно

положить:

$$S_{i+1/2}A_{i+1/2}\left(z_{i+1}-z_i\right)=A_{i+1/2}S_i^{+1}\left(z_{i+1/2}-z_{i-1/2}\right)+A_{i+1/2}S_{i+1}^{-1}\left(z_{i+3/2}-z_{i+1/2}\right), \tag{2.73}$$

откуда, с привлечением (2.72),(2.71) имеем:

$$S_{i+1/2}^{j+1/2}=\nu_{i+1/2}^{j}\left[\frac{\left(u_{i+1}^{j+1/2}-u_i^{j+1/2}\right)^2+\left(v_{i+1}^{j+1/2}-v_i^{j+1/2}\right)^2}{\left(z_{i+1}-z_i\right)^2}\right]. \tag{2.74}$$

Примечательно, что полученное выражение совпадает с выведенным для одномерных уравнений пограничного слоя (Burchard, 2002b), т.е. без учёта переменного по глубине горизонтального сечения водоёма.

Дискретизация генерации/стока ТКЭ за счет силы плавучести. В дифференциальной постановке можно записать уравнение изменения для нормированной гравитационной потенциальной энергии $G \doteq \frac{g}{\rho_{w0}}(h-z)\rho$

$$\frac{\partial G}{\partial t}=\frac{g}{\rho_{w0}}(h-z)\alpha_T\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{g}{\rho_{w0}}(h-z)\alpha_s\frac{\partial s}{\partial t}, \tag{2.75}$$

где в правой части для тенденций температуры и солености можно использовать уравнения (2.15) и (2.19), так что

$$\begin{aligned}&\frac{\partial G}{\partial t}=\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left[A(h-z)\frac{g}{\rho_{w0}}\left(\left(\nu_T+\lambda_m/(c_w\rho_{w0})\right)\alpha_T\frac{\partial T}{\partial z}+\left(\nu_T+\lambda_s\right)\alpha_s\frac{\partial s}{\partial z}\right)\right]-\\&B+\frac{g}{\rho_{w0}}\left[\lambda_m/(c_w\rho_{w0})\alpha_T\frac{\partial T}{\partial z}+\lambda_s\alpha_s\frac{\partial s}{\partial z}\right]-\\&(h-z)\frac{g}{\rho_{w0}}\left[\left(\nu_T+\lambda_m/(c_w\rho_{w0})\right)\frac{\partial\alpha_T}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial z}+\left(\nu_T+\lambda_s\right)\frac{\partial\alpha_s}{\partial z}\frac{\partial s}{\partial z}\right]+\ldots\end{aligned} \tag{2.76}$$

Здесь выписаны только те слагаемые, которые получаются при преобразовании "диффизионных" членов в уравнениях для температуры и солености. В правой части первый член есть дивергенция потока потенциальной энергии, второй – генерация ТКЭ за счет плавучести с обратным знаком, третий – изменение потенциальной энергии за счет молекулярной теплопроводности и диффузии, четвертый – отражает эффект неоднородности вертикального распределения

коэффициентов термического и солёностного расширения/сжатия. Естественно теперь потребовать наличие одинакового слагаемого B с разными знаками в уравнениях для G и k и на конечно-разностном уровне.

Используя конечно-разностное уравнение теплопроводности (2.62) и аналогичную схему для солёности, получаем:

$$\begin{aligned}
&\frac{g}{\rho_{w0}}(h-z_i)\alpha^j_{T,i}\delta_t T^j_i + \frac{g}{\rho_{w0}}(h-z_i)\alpha^j_{s,i}\delta_t s^j_i = \\
&\frac{1}{A_i}\delta_z\left[\frac{g}{\rho_{w0}}A_{i-1/2}\left(h-z_{i-1/2}\right)\left(\nu^j_{T,i-1/2}+\lambda_m/(c_w\rho_{w0})\right)\alpha_{T,i-1/2}\delta_{\bar z}T^{j+1/2}_i\right] + \\
&\frac{1}{A_i}\delta_z\left[\frac{g}{\rho_{w0}}A_{i-1/2}\left(h-z_{i-1/2}\right)\left(\nu^j_{T,i-1/2}+\lambda_s\right)\alpha_{s,i-1/2}\delta_{\bar z}s^{j+1/2}_i\right] + \\
&-B^{-1}_i - B^{+1}_i + ...,
\end{aligned} \tag{2.77}$$

где

$$\begin{aligned}
B^{+1}_i = &-\frac{g}{\rho_{w0}}\frac{A_{i+1/2}\nu^j_{T,i+1/2}}{2A_i\left(z_{i+1/2}-z_{i-1/2}\right)}* \\
&\left[\alpha_{T,i+1/2}\left(T^{j+1/2}_{i+1}-T^{j+1/2}_i\right)+\alpha_{s,i+1/2}\left(s^{j+1/2}_{i+1}-s^{j+1/2}_i\right)\right],
\end{aligned} \tag{2.78}$$

$$\begin{aligned}
B^{-1}_i = &-\frac{g}{\rho_{w0}}\frac{A_{i-1/2}\nu^j_{T,i-1/2}}{2A_i\left(z_{i+1/2}-z_{i-1/2}\right)}* \\
&\left[\alpha_{T,i-1/2}\left(T^{j+1/2}_{i}-T^{j+1/2}_{i-1}\right)+\alpha_{s,i-1/2}\left(s^{j+1/2}_{i}-s^{j+1/2}_{i-1}\right)\right].
\end{aligned} \tag{2.79}$$

Руководствуясь теми же соображениями, что и при выводе аппроксимации сдвиговой генерации ТКЭ, дискретный вид работы силы плавучести в уравнении для k определяем из условия:

$$A_{i+1/2}\left(z_{i+1}-z_i\right)B^{j+1/2}_{i+1/2} = B^{-1}_{i+1}A_{i+1}\left(z_{i+3/2}-z_{i+1/2}\right) + B^{+1}_i A_i\left(z_{i+1/2}-z_{i-1/2}\right), \tag{2.80}$$

откуда следует:

$$B^{j+1/2}_{i+1/2} = -\frac{g}{\rho_{w0}}\nu^j_{T,i+1/2}\left[\alpha_{T,i+1/2}\delta_z T^{j+1/2}_i + \alpha_{s,i+1/2}\delta_z s^{j+1/2}_i\right].$$

2.9 Валидация модели в идеализированных численных экспериментах

Для валидации одномерных турбулентных замыканий полезны данные контролируемых лабораторных экспериментов. В частности, сравнение с лабораторными данными поволяет калибровать константы турбулентных замыканий (Burchard, 2002a; Reffray et al., 2015). Пожалуй, наиболее востребованными в этом смысле оказались опыты Виллиса-Дирдорфа (Willis and Deardorff, 1976) и Като-Филлипса (Kato and Phillips, 1969). В первом из них реализована свободная конвекция (без сдвига скорости) с постоянным потоком плавучести на поверхности, во втором – перемешивание под действием постоянного трения на верхней границе в изначально линейно стратифицированной жидкости. В силу ограничения объёма настоящей работы, результаты эксперимента Виллиса-Дирдорфа с моделью LAKE здесь не приводятся; они хорошо согласуются с лабораторными данными и результатами других моделей (Burchard, 2002a). Анализ же численных расчётов в постановке классического эксперимента Като-Филлипса понадобится в дальнейшем при обсуждении роли внутренних колебаний в сезонной эволюции верхнего перемешанного слоя озера.

2.9.1 Эксперимент Като-Филлипса

В эксперименте Като-Филлипса воспроизводится заглубление бесконечного однородного по горизонтали сдвигового перемешанного слоя в нижележащий термоклин. Такое течение напоминает заглубление эпилимниона в течение лета в пресноводных водоёмах умеренных широт, поскольку сдвиговая генерация и в водоёмах как правило является основным источником ТКЭ в перемешанном слое (см. Раздел 4.5, в частности Рисунок 4.14). Однако, в водоёмах, помимо трения, на распределение импульса в перемешанном слое влияет также горизонтальный градиент давления и сила Кориолиса. В связи с этим, в настоящем разделе будет рассмотрен эксперимент Като-Филлипса в классической поста-

новке, а в Главе 3 он будет обобщен на случай совместного действия всех упомянутых выше сил.

Для эксперимента Като-Филлипса в модели LAKE были приняты следующие параметры:

- глубина водоема 5 м;
- начальный вертикальный профиль температуры линейно устойчив с градиентом 3 °C/м;
- линеаризованное относительно 15 °C уравнение состояния из (McCutcheon et al., 1993), для которого градиенту температуры 3 °C/м соответствует частота Брента-Вяйсяля $N = N_0 = 6.6 * 10^{-2}$ с$^{-1}$;
- нулевое начальное поле скорости;
- напряжение ветра на поверхности $\tau = 10^{-2}$ Н/м^2.

Аналитическое решение для глубины перемешанного слоя z_{ML}, полученное для подобных условий Дж. Прайсом на основе соображений размерности (Price, 1979; Burchard, 2002a), имеет вид:

$$z_{ML} = C_{Pr79} u_* N_0^{-1/2} t^{1/2}, \tag{2.81}$$

где $C_{Pr79} = 1.05$ – безразмерная константа, подобранная по лабораторным данным.

В такой постановке эксперимента трение очень мало на нижней границе перемешанного слоя, что при постоянном притоке импульса на верхней границе приводит к монотонному росту интегрального импульса в перемешанном слое, росту сдвига скорости и, соответственно, сдвиговой генерации ТКЭ (Рисунок 2.5). Вследствие этого, обеспечивается непрерывная "диффузия" ТКЭ в нижележащий термоклин, т.е. заглубление перемешанного слоя (Рисунок 2.6). Заглубление перемешанного слоя хорошо согласуется с аналитическим решением (2.81), хотя степень согласия зависит от способа определения этой глубины по данным модели (в данном случае – значения ТКЭ, соответствующего границе эпилимниона). Отметим также, что вертикальное распределение ТКЭ (Рисунок 2.7) и турбулентного коэффициента вязкости (Рисунок 2.8) хорошо согласуются с результатами других реализаций $k - \epsilon$ замыкания (Burchard, 2002a).

После достижения перемешанным слоем дна, устанавливается стационарное течение типа Куэтта, где поток импульса на верхней границе компенсируется трением на нижней.

После того, как модель озера успешно проверена в численных экспериментах с идеализированными начальными условиями и внешним воздействием, когда тестируется её способность воспроизводить отдельные физические механизмы (в данном случае – механизмы заглубления верхнего перешанного слоя), её можно с бóльшим основанием применять в расчётах реальных озёр, где формирование термического режима происходит в условиях сочетания уже множества факторов. Моделированию реальных озёр посвящены последующие разделы настоящей главы, где модель LAKE применяется как для пресных, так и для солёного озёр, в сравнении с результатами других одномерных моделей и данными наблюдений.

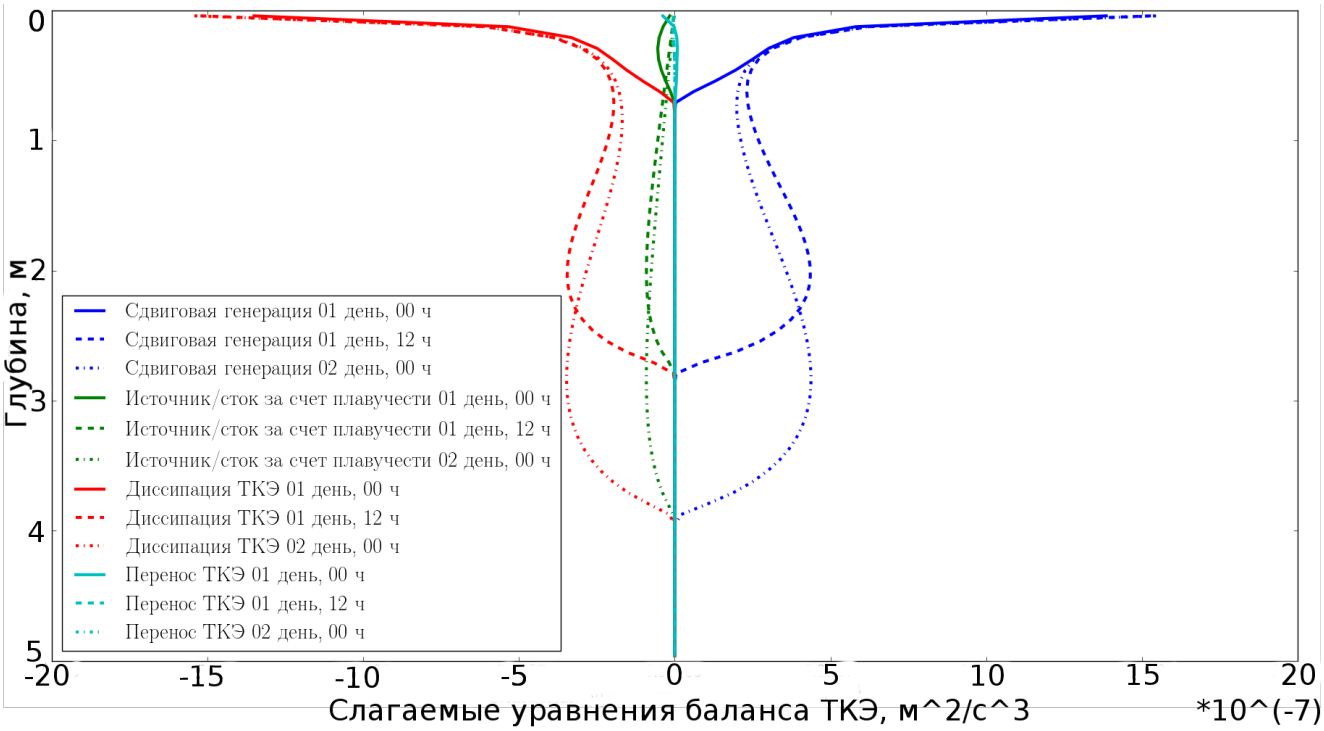


Рисунок 2.5 — Эволюция профилей слагаемых уравнения баланса турбулентной кинетической энергии в эксперименте Като-Филлипса, результаты моделирования. Синяя кривая – сдвиговая генерация, зелёная – источник/сток за счёт плавучести, красная – диссипация, голубая – перенос ТКЭ

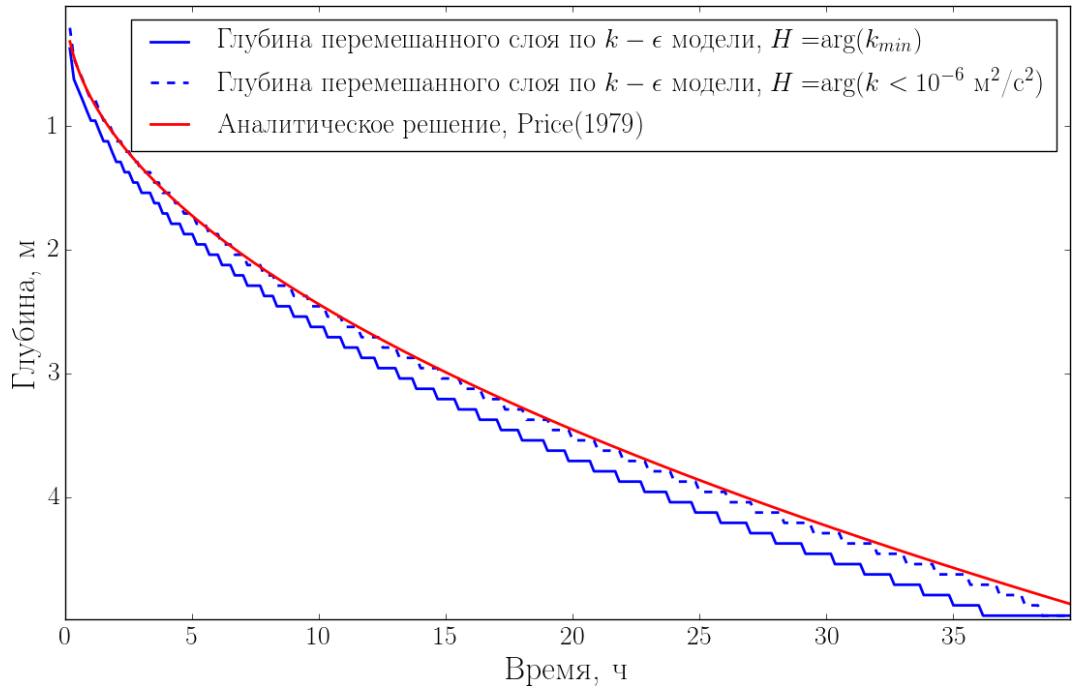


Рисунок 2.6 — Эволюция глубины перемешанного слоя в эксперименте Като-Филлипса, по данным модели и аналитического решения Дж.Прайса; последнее хорошо воспроизводит лабораторные данные (Price, 1979; Burchard, 2002a)

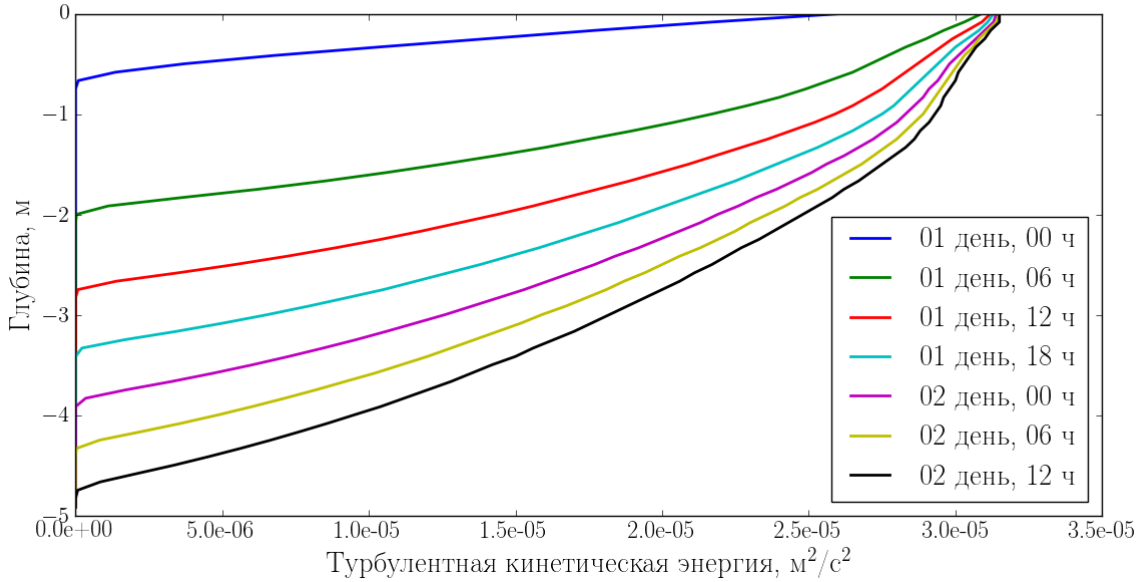


Рисунок 2.7 — Эволюция профиля турбулентной кинетической энергии в эксперименте Като-Филлипса, результаты моделирования

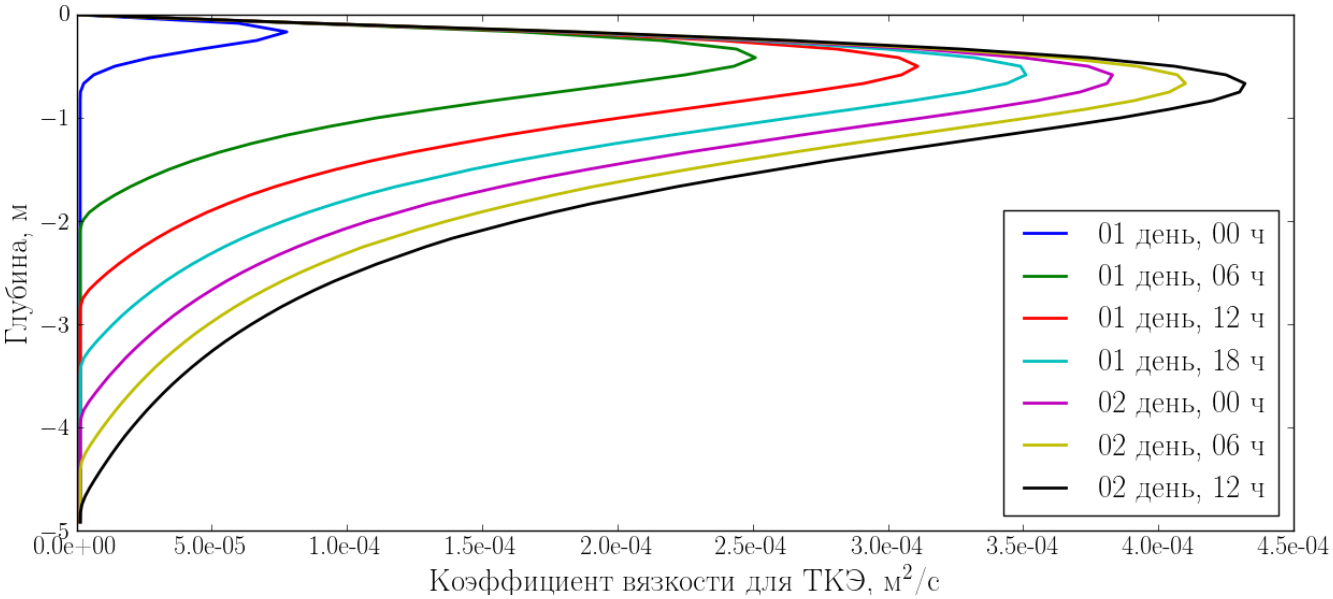


Рисунок 2.8 — Эволюция профиля коэффициента "диффузии" для турбулентной кинетической энергии в эксперименте Като-Филлипса, результаты моделирования

2.10 Сравнение одномерных моделей по данным наблюдений на оз. Коссенблаттер (Германия)[2]

2.10.1 Модели озера

Настоящий раздел посвящён межмодельному сравнению, в котором объектом расчётов выступает оз.Коссенблаттер (Германия). Задача исследования – идентификация различий в результатах одномерных моделей, вызванных разными параметризациями ключевых физических механизмов формирования термического режима водоёма. Ниже приводится короткий обзор моделей озера, участвующих в численных экспериментах. Более полное описание каждой модели дано в Приложении Б, а сжатая сравнительная характеристика – в Таблице 2.2.

[2]Раздел написан на основе статьи (Stepanenko et al., 2013), дополнительные материалы доступны по ссылке http://www.geosci-model-dev.net/6/ 1337/2013/gmd-6-1337-2013-supplement.pdf

Все модели являются одномерными. Отметим, что дно озера Коссенблаттер является практически горизонтальным (Рисунок 2.9), так что оправданно использовать одномерную модель с $A(z) = const$.

Участвующие в эксперименте модели можно подразделить по размерности (Глава 1):

– нульмерная модель (или модель полностью перемешанного водоёма);
– 1/2-мерная модель FLake, в которой вертикальный профиль состоит из верхнего перемешанного слоя и нижележащего термоклина с самоподобным профилем температуры;
– одномерные модели, явно рассчитывающие вертикальный профиль температуры на численной сетке: Hostetler, CLM4-LISSS, MINLAKE96, LAKE, SimStrat и LAKEoneD (последние три модели используют $k - \epsilon$ замыкание).

Эти модели сильно отличаются по вычислительной сложности и могут быть оптимальны для различных приложений. С одной стороны, нульмерная модель может использоваться в палеоклиматических расчётах, где на первый план выходит эффективная теплоёмкость (термическая инерция) и водный баланс внутренних вод суши, и вычислительная простота параметризаций важна для возможности расчётов по моделям климата на больших масштабах времени. С другой стороны, одномерные модели хорошо подходят для многих лимнологических приложений, в которых существенными становятся детали вертикального профиля температуры; кроме того, эти модели с большей точностью должны воспроизводить температуру поверхности и взаимодействие озёр с атмосферой на суточном и сезонном масштабах времени.

Все модели в данном эксперименте имеют шаг по времени, позволяющий подробно воспроизводить суточный ход термодинамических характеристик водоёма, за исключением модели MINLAKE96, в которой шаг равен 1 суткам.

Модели отличаются также описанием взаимодействия водоёма с нижележащим слоем донных отложений. Четыре модели (модель с полным перемешиванием, Hostetler, SimStrat и LAKEoneD) предполагают нулевой поток тепла на дне, в то время как остальные четыре (FLake, CLM4-LISSS, LAKE и MINLAKE96) решают совместную задачу теплопроводности в слоях воды и грунта. При этом, в модели FLake для профиля температуры в донных отложе-

ниях используется та же гипотеза самоподобия, что и в термоклине; в других же моделях в грунте решается уравнение теплопроводности конечно-разностным методом.

2.10.2 Характеристики озера и данные наблюдений

Озеро Большой Коссенблаттер[3] (14° 06’ 37" в.д., 52° 08’ 15" с.ш., 43 м над у.м.) – это озеро в Германии, расположенное в 55 км к юго-востоку от Берлина, со средней глубиной 2 м и максимальной глубиной 5 м (Рисунок 2.9). Площадь озера составляет 168 га. Как видно на Рисунке 2.9, уклоны дна в озере небольшие, и сосредоточены в основном вдоль берегов. В 2003 г. с 1 мая по 10 ноября Метеорологическая обсерватория Линденберга проводила здесь микрометеорологические измерения, как часть программы эксперимента LITFASS-2003 (Beyrich et al., 2006; Beyrich and Mengelkamp, 2006). Комплекс с приборами был установлен на расстоянии 90 м от восточного берега озера. Направления ветра, для которых футпринт пульсационных наблюдений находился в основном над озером, были определены в интервале с юго-запада до северо-востока (азимуты от 200° до 30°)[4], с соответствующими расстояниями до береговой линии от 380 м до более 1 км.

Акустический анемометр и инфракрасный газоанализатор использовались для измерения трех компонент скорости ветра, температуры и абсолютной влажности с частотой 20 Гц [5]. Для расчёта потоков импульса, явного и скрытого тепла по данным этих измерений интервал осреднения принимался равным 10 мин. При расчете турбулентных потоков был применен стандартный набор преобразований и коррекций (Stepanenko et al., 2013).

Остальные метеорологические величины, включая радиационные потоки, были измерены с частотой 1 Гц и также осреднены по 10-минутным интервалам. Контроль качества данных состоял из нескольких этапов, включая как

[3]Großer Kossenblatter See, далее для краткости – оз.Коссенблаттер

[4]Угол направления ветра считается от направления на север, по часовой стрелке

[5]Вся первичная обработка данных измерений, а также расчеты турбулентных потоков выполнены немецкими коллегами.

Таблица 2.2 — Характеристика моделей озера, участвовавших в сравнении на примере оз.Коссенблаттер

Название модели, основные ссылки	Вертикальная структура/количество слоев в базовом эксперименте/шаг сетки (если постоянный)	Шаг по времени	Параметризация турбулентных потоков в приводном слое	Параметризация турбулентного перемешивания	Представление потока тепла на границе воды с донными отложениями
Модель с полным перемешиванием	Однородная температура/1	1 мин	Теория подобия Монина-Обухова (Paulson, 1970; Beljaars and Holtslag, 1991; Large et al., 1994)	—	Поток тепла равен нулю
FLake (Mironov, 2008; Mironov et al., 2010; Kirillin et al., 2011)	Параметризованный профиль температуры / 2	10 мин	Теория подобия Монина-Обухова, коэффициент шероховатости зависит от разгона ветра	Однородная температура в перемешанном слое, автомодельный профиль в термоклине	Автомодельный профиль температуры в донных отложениях
Модель Хостетлера (Hostetler and Bartlein, 1990)	Многоуровневая / 20 / 0.1 м	10 мин	Схема из модели BATS (Dickinson et al., 1993)	Параметризация вертикального коэффициента диффузии Хендерсон-Селлерс для устойчивой стратификации (Henderson-Sellers, 1985), конвективное приспособление (Hostetler and Bartlein, 1990)	Поток тепла равен нулю
CLM4-LISSS, (Hostetler and Bartlein, 1990; Subin et al., 2012b; Oleson et al., 2010)	Многоуровневая / 25 слоев	10 мин	Расширенная схема из модели CLM4 (Oleson et al., 2010; Subin et al., 2012b)	Параметризация вертикального коэффициента диффузии Хендерсон-Селлерс для устойчивой стратификации (Henderson-Sellers, 1985), конвективное приспособление (Hostetler and Bartlein, 1990)	Явное описание теплопроводности в донных отложениях
MINLAKE96 (Fang and Stefan, 1996)	Многоуровневая / 16	24 ч	Аэродинамические формулы (Wu, 1969)	Интегральная модель перемешанного слоя, коэффициент диффузии в термоклине задается эмпирической функцией от N^2	Явное описание теплопроводности в донных отложениях
LAKE (Степаненко и др., 2011)	Многоуровневая / 20	1 мин	Теория подобия Монина-Обухова (Paulson, 1970; Beljaars and Holtslag, 1991; Large et al., 1994)	Замыкание $k-\epsilon$ с функциями устойчивости В.Кануто и соавт. (Canuto et al., 2001)	Явное описание теплопроводности в донных отложениях
Simstrat (Goudsmit et al., 2002; Perroud et al., 2009)	Многоуровневая / 40 / 0.05 м	10 мин	Эмпирические функции (Dingman et al., 1968; Livingstone and Imboden, 1989)	Замыкание $k-\epsilon$ с функциями устойчивости Б.Гальперина и соавт. (Galperin et al., 1988)	Поток тепла равен нулю
LAKEoneD (Jöhnk and Umlauf, 2001; Jöhnk et al., 2008)	Многоуровневая / 20 / 0.1 м	3.3 мин	(Rodi, 1993)	Замыкание $k-\epsilon$ со стандартными коэффициентами	Поток тепла равен нулю

визуальную идентификацию некорректных значений на графиках временного хода, так и автоматизированные проверки попадания измеренных значений в допустимые интервалы и физической согласованности различных величин (Stepanenko et al., 2013).

В исходных данных наблюдений имелись пропуски, возникшие по техническим причинам, общей длительностью несколько дней. Для получения рядов с постоянным шагом по времени эти пропуски были заполнены с помощью линейной интерполяции (для медленно меняющихся величин, и если пропуски занимали несколько 10-минутных интервалов) или данными близлежащих микрометеорологических станций. Если датчик скорости ветра на высоте 2 м не функционировал, скорость ветра с уровня 0.5 м была экстраполирована на эту высоту согласно статистически надежной линейной зависимости между рядами скорости на двух уровнях (то, что скорости на двух низких уровнях в приземном слое зависят друг от друга линейно, следует из логарифмического профиля). Пропуски данных турбулентных потоков не восполнялись.

2.10.3 Постановка численных экспериментов

Постановка численных экспериментов определялась основной задачей: количественной оценкой эффектов использования разных физических параметризаций на согласие между результатами моделирования и данными измерений в терминах температуры воды и турбулентных потоков тепла в атмосферу. Для корректности сравнения результатов моделей, физические параметры, общие для моделей, были заданы одинаковыми значениями, насколько это было возможно в рамках имеющихся физических формулировок моделей и их программной реализации.

Поток нисходящей суммарной солнечной радиации в водной толще определялся законом Бэра-Бугера-Ламберта с коэффициентом экстинкции (ослабления) α, одинаковым для всех моделей. Этот коэффициент был получен из данных измерений прозрачности воды как глубины диска Секки z_{SD}, по эмпи-



Рисунок 2.9 — Озеро Большой Коссенблаттер. У озера имеется один существенный приток; единственный исток расположен в юго-западной части и соединяет озеро в озером Малый Коссенблаттер. Изобаты проведены с шагом 0.5 м. Положение измерительного комплекса обозначено красным кружком. Основа карты заимствована с сайта Министерства окружающей среды, здоровья и защиты потребителей Федеральной Земли Бранденбург (http://www.mugv.brandenburg.de)

рической формуле Пула и Актинса (Poole and Atkins, 1929):

$$\alpha = k_{PA} z_{SD}^{-1}, \tag{2.82}$$

со значением константы $k_{PA} = 1.7$ и измеренным $z_{SD} = 0.24$ м, так что $\alpha = 7.08$ м$^{-1}$. В большинстве моделей альбедо суммарной коротковолновой радиации для поверхности воды было задано 0.07. Зависимость альбедо от высоты Солнца для прямой солнечной радиации была опущена. Это вызвано, во-первых, отсутствием эмпирических данных отдельно по прямой и рассеянной

радиации за период времени модельных расчетов, а во-вторых, тем фактом, что альбедо увеличивается существенно при малых высотах Солнца, когда суммарная радиация мала, так что большие изменения альбедо приводят к небольшому изменению поглощенной радиации. Собственное излучение поверхности рассчитывалось по закону Стефана-Больцмана с излучательной способностью 0.99 во всех моделях.

Начальный профиль температуры воды был задан одинаковым во всех моделях, хотя начальные условия мало влияют на тепловой режим водоема после первого полного перемешивания, а оз. Коссенблаттер полностью перемешивается в течение года многократно. Начальное распределение температуры в донных отложениях не унифицировалось.

В качестве параметризаций потоков явного, скрытого тепла и импульса использовались схемы приводного слоя воздуха, применявшиеся в соответствующих моделях водоема в предыдущих их приложениях. Вызвано это было технической сложностью реализации одной и той же схемы во всех моделях. Поскольку различие схем потоков обуславливает расхождение между результатами моделей, которое сложно выделить из расхождения, вызванного совокупностью всех факторов, был проведен отдельный эксперимент для схем приводных потоков. В этом эксперименте потоки были рассчитаны по параметризациям приводного слоя на основе измеренных рядов метеовеличин и *измеренной* температуры воды. Таким образом, ошибки моделей водоема были исключены, и расхождение между рассчитанными и измеренными турбулентными потоками были вызваны только особенностями моделей приводного слоя и пульсационных наблюдений.

Глубина (или объем воды) является одним из важнейших внешних параметров модели водоема с точки зрения корректного воспроизведения термического режима водного объекта (Balsamo et al., 2010). Часть моделей, используемых в настоящем исследовании, учитывают неоднородное распределение глубины через зависимость площади горизонтального сечения от уровня сечения. Однако, такая зависимость неизвестна для подавляющего числа водоемов Земли, что делает проблематичным ее использование в системах прогноза погоды и моделях климата. С такой "практической" точки зрения оправданной становится постановка численного эксперимента, в которой батиметрия озера представлена

только его средней или максимальной глубиной (т.е. полагая горизонтальное сечение независимым от уровня сечения). При сравнении с данными наблюдений приобретает смысл также эксперимент, в котором глубина модельного водоема задается равной локальной глубине в точке наблюдений. Для оз. Коссенблаттер упомянутые глубины составляют: средняя глубина – 2 м, максимальная глубина – 5 м, и глубина в точке установки измерительного комплекса – 1.2 м.

Задание в модели локальной глубины должно иметь преимущество при сравнении с данными наблюдений в случае, если озеро слабо перемешивается по горизонтали, и локальный профиль температуры определяется в основном локальными процессами вертикального переноса. Выбор средней глубины озера представляется оптимальным, если целевой интерес предсталяет средняя по поверхности озера температура и потоки тепла (что и имеет место в климатических приложениях). Кроме того, модельное озеро со средней глубиной и горизонтальной площадью реального водоема имеет тот же объем и теплоемкость, что и реальное. Однако, насколько известно автору, эти качественные соображения не поддерживались к настоящему моменту количественными сравнениями результатов расчетов моделей водоема при задании разной глубины. Учитывая вышесказанное, в настоящем исследовании во всех моделях была присвоена одинаковая глубина – средняя глубина озера (2 м), но с подмножеством моделей были дополнительно проведены эксперименты с двумя другими вариантами задания глубины.

Параметры численных схем (шаг по времени, вертикальная сетка) между моделями никак не унифицировались. Шаг по времени во всех моделях позволял разрешать явно суточный цикл, за исключением модели MINLAKE96, которая изначально была создана для расчета суточно-осредненных вертикальных профилей температуры и других термодинамических и биохимических переменных.

Для оценки роли донных отложений в термодинамическом режиме озера, четыре модели (FLake, Hostetler, CLM4-LISSS и LAKE) были запущены в отдельных экспериментах, где теплообмен с донными отложениями был включен и выключен.

Калибровка параметров моделей в протоколе эксперимента не подразумевалась.

2.10.4 Результаты и обсуждение

Температура перемешанного слоя

Температура перемешанного слоя в базовом эксперименте. Температура перемешанного слоя определяется здесь как температура верхнего расчетного слоя в моделях, явно воспроизводящих вертикальный профиль, и как собственно температура перемешанного слоя в модели FLake, где для этой величины решается прогностическое уравнение. В данных наблюдений температурой перемешанного слоя считалась температура, измеренная на глубине 2 см. В дальнейшем будет использоваться понятие "температура поверхности" как синоним температуры перемешанного слоя. Эту переменную следует отличать от температуры пленки"(температуры тонкого, толщиной $\sim$1 мм, ламинарного слоя у поверхности воды), которая обычно холоднее температуры перемешанного слоя (Fairall et al., 1996; Чечин и др., 2010). Температура пленки не использовалась в сравнении моделей, поскольку большинство моделей не содержит параметризации этого слоя.

В измеренных и рассчитанных рядах температуры поверхности можно выделить два периода (Рисунок 2.10):

– 1 мая – 8 августа (первые 100 дней), первый период или "лето";
– 9 августа – 8 ноября (последние 90 дней), второй период или "осень".

Для первого периода характерны высокие значения температуры поверхности и в среднем устойчивая стратификация в озере, в то время как в течение второго температура перемешанного слоя в целом уменьшается (при фильтрации суточного цикла), вызывая конвективное перемешивание в водной толще. В дальнейшем эти два периода будут рассматриваться отдельно.

Большинство моделей в целом удачно вопроизводят суточную, синоптическую и сезонную изменчивость температуры поверхности озера (Рисунок 2.10). Однако, можно отметить некоторые особенности модельного "поведения". Так, осенью несколько моделей существенно занижают температуру поверхности, до

2–3 °C. В то же время, летом максимумы температуры в модели FLake часто существенно превышают измеренные. Амплитуда суточных колебаний в модели перемешанного водоема значительно меньше наблюдённых.

На Рисунке 2.11 изображены среднеквадратическая ошибка (СКО) рассчитанной температуры поверхности и средняя ошибка (СО, разница средней по модели и средней по эмпирическим данным). Среднеквадратическая ошибка для модели MINLAKE96 не сопоставляются с СКО других моделей, поскольку эта модель имеет суточный шаг по времени, так что получаемые для нее СКО не включают вклад ошибок суточного и меньших временных маштабов, учитываемые в СКО других моделей. Линейный коэффициент корреляции (ЛКК) между модельными и измеренными рядами температуры поверхности во всех моделях и численных экспериментах составил более 0.97. Для полного периода интегрирования моделей СКО составила от 1 °C до 1.7 °C (Рисунок 2.11, график 1).

Что касается средней ошибки, то, во-первых, модель перемешанного водоема характеризуется максимальным по модулю значением СО, –1.09 °C. Во-вторых, две модели, основанные на схеме вертикальной теплопроводности Хендерсон-Селлерс, модели Hostetler и CLM4-LISSS, показали довольно разные значения средней ошибки, 0.17 °C и –0.8 °C, соответственно. Это можно объяснить: (1) разным описанием радиационного баланса на поверхности и распространения коротковолновой радиации под поверхностью, (2) разным описанием процессов в донных отложениях, и (3) разными схемами расчёта потоков тепла на поверхности. Влияние этих факторов будет по отдельности рассмотрено в последующих разделах. В-третьих, модель LAKE, с одной стороны, и две другие $k-\epsilon$ модели, SimStrat и LAKEoneD, с другой стороны, также имеют довольно отличные значения СО, причем разных знаков (0.16°C, –0.54°C и –0.43°C, соответственно). Поскольку турбулентные замыкания в этих моделях очень близки, такое расхождение может быть обусловлено только разными схемами приводного слоя и учетом/неучетом потока тепла в донные отложения. Эффект донных отложений будет рассмотрен в соответствующем параграфе ниже.

Значения ошибок моделей значительно отличаются для первого периода эксперимента от соответствующих значений для полного периода (график 2 на Рисунке 2.11). Средняя ошибка температуры поверхности для моделей FLake

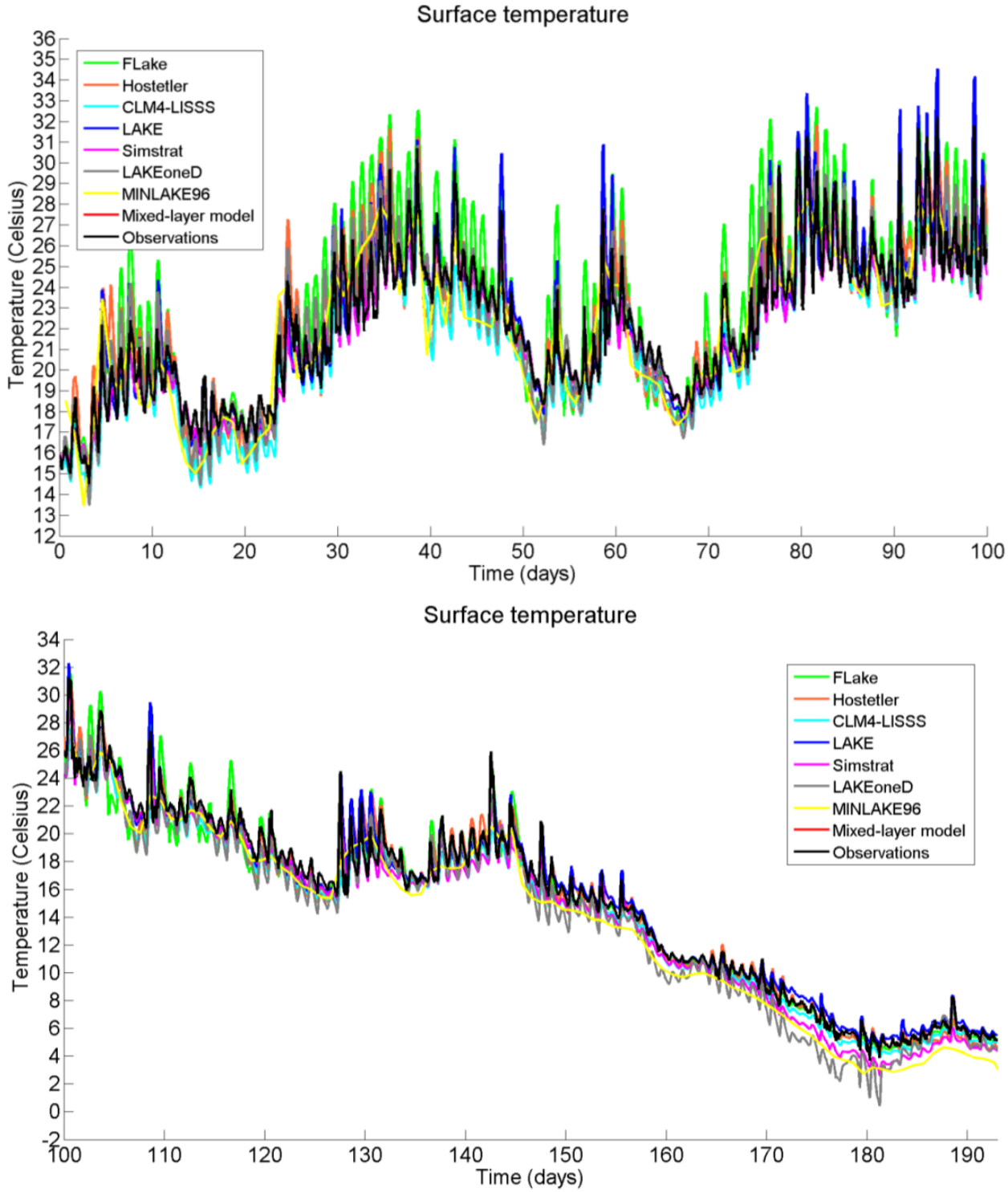


Рисунок 2.10 — Временной ряд температуры перемешанного слоя озера Коссенблаттер по результатам моделирования и данным наблюдений для периодов "лето" (сверху) и "осень"(снизу). Начало на горизонтальных осях – 00:00 1 мая 2003 Всемирного координированного времени (ВКВ).

и Hostetler в первый период больше (1.12 °C и 0.44 °C), а для трех моделей с $k - \epsilon$ замыканием – меньше (абсолютные значения CO < 0.3 °C). Учитывая,

что FLake содержит модуль с описанием донных отложений, в то время как две упомянутые $k-\epsilon$ модели – нет, этот результат свидетельствует о том, что в течение летней устойчивой стратификации, обмен с отложениями ослаблен, и для воспроизведения температуры перемешанного слоя важнее адекватное описание вертикального перемешивания в столбе воды (в частности, расчёт толщины перемешанного слоя), которое $k-\epsilon$ модели, вероятно, осуществляют лучше, чем FLake[6]. Температура в модели перемешанного водоема в первый период в среднем существенно ниже (на 1.04 °C), чем температура поверхности в данных наблюдений, поскольку эта модель по построению не воспроизводит верхнего прогретого слоя водоема (температура этого слоя летом 2003 г. часто превышала температуру придонных слоев на несколько °C; Рисунок 2.12).

График 3 на Рисунке 2.11 демонстрирует ошибки температуры поверхности во второй период моделирования. Средние ошибки существенно отличаются от аналогичных значений для летнего периода. Температура поверхности в моделях Hostetler и FLake теперь мало отличается в среднем от наблюденных значений (величины CO составили –0.20 °C и –0.13 °C, соответственно), в то время как для CLM4-LISSS и LAKE, значения CO почти такие же, что и в первый период (–0.81 °C и 0.16 °C, соответственно). Следует отметить, что модели SimStrat и LAKEoneD заметно занизили температуру перемешанного слоя в осеннее время (–0.80 °C и –1.06 °C). Учитывая сильно отличающуюся (0.16 °C) CO для $k-\epsilon$ модели LAKE для этого же периода времени, приходим к выводу о важности неучтенного в SimStrat и LAKEoneD эффекта притока тепла от донных отложений в тело водоема осенью.

Эффект донных отложений на температуру поверхности. Для проверки предположения о слабом влиянии теплообмена озера с донными отложениями на температуру перемешанного слоя в стратифицированный (первый) период, с моделями CLM4-LISSS, FLake and LAKE был произведен эксперимент, в котором поток тепла на дне водоема был "отключен"(т.е. положен 0, либо была сильно уменьшена теплоёмкость донных отложений). При этом, с моделью перемешанного водоема был проведен дополнительный эксперимент с потоком тепла на дне, заданным из базового эксперимента с моделью LAKE

[6]Недостатки FLake в моделировании толщины перемешанного слоя будут также показаны ниже в применении к другому озеру (Раздел 2.11.3).

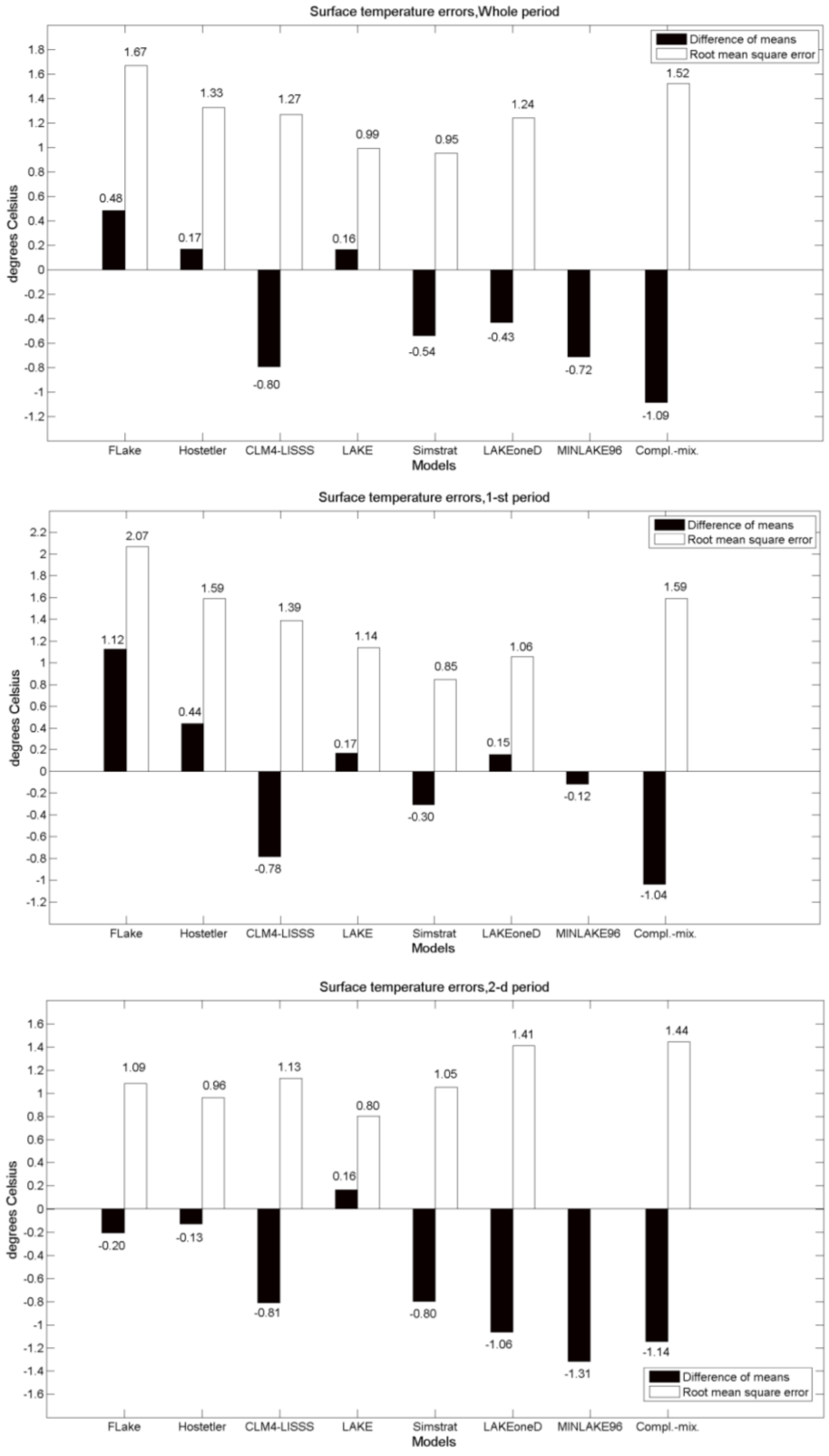


Рисунок 2.11 — Средняя и среднеквадратическая ошибки моделей для температуры перемешанного слоя оз. Коссенблаттер. График 1, 2 и 3 (сверху вниз), пояснения см. в тексте

(включающего обмен с отложениями). Средние ошибки температуры поверхности в описанных здесь экспериментах представлены в Таблице 2.3.

Наименьшую чувствительность средней температуры перемешанного слоя к наличию донных отложений в летний период показала модель FLake (<0.1 °C). Более того, в ней температура при отключении донных отложений понизилась, в то время как в других моделях – повысилась. Повышение температуры свидетельствует о том, что средний поток тепла в соответствующих моделях в базовом эксперименте был направлен вниз. Модели CLM4-LISSS, LAKE и модель перемешанного водоема также оказались слабо чувствительны к наличию донных отложений с максимальным изменением СО в модели CLM4-LISSS (0.23 °C), что подтверждает незначительность эффекта донных отложений на температуру поверхности оз. Коссенблаттер в летний период.

Для трех моделей, отключение взаимодействия с донными отложениями вызвало бóльшие по модулю изменения СО осенью, чем летом (0.15 °C против 0.07 °C в модели FLake, 0.42 °C против 0.21 °C в LAKE и 0.39 °C против 0.17 °C в модели перемешанного водоема). Этот результат ожидаем, поскольку вертикальный поток тепла в озере, включая поток на дне, должен быть сильнее в условиях конвекции, чем в стратифицированный период. В то же время, модель CLM4-LISSS продемонстрировала меньшую чувствительность СО температуры поверхности к наличию отложений осенью, чем летом (0.09 °C против 0.23 °C). Это вызвано высокой чувствительностью донной температуры к наличию отложений в этой модели летом (Рисунок 2.14), значительно большей, чем в других моделях. Причина этой чувствительности будет обсуждаться в последующих разделах.

Далее, рассмотрим влияние донных отложений на сезонную амплитуду температуры эпилимниона. Для этого введем величину:

$$\delta\left(\Delta T_{sm}\right) \doteq \left(T^1_{sm*} - T^2_{sm*}\right) - \left(T^1_{sm} - T^2_{sm}\right), \tag{2.83}$$

где T_{sm} есть рассчитанная температура поверхности, верхние индексы "1" и "2" обозначают средние по первому и второму периоду, а звездочки добавлены для величин, полученных в экспериментах на чувствительность (отличных от базового). В данном случае экспериментом на чувствительность выступает тот, в котором донные отложения отключены. Величина $\delta\left(\Delta T_{sm}\right)$ есть изменение

разницы температуры поверхности "лето минус осень" в "возмущенном" эксперименте по сравнению с базовым. Используя определение средней ошибки (DM – difference of means), это выражение можно переписать

$$\delta\left(\Delta T_{sm}\right) = \left(\mathrm{DM}^1_{Ts*} - \mathrm{DM}^2_{Ts*}\right) - \left(\mathrm{DM}^1_{Ts} - \mathrm{DM}^2_{Ts}\right), \tag{2.84}$$

где DM^i_{Ts}, $i = 1, 2$ есть СО температуры поверхности для первого (лето) и второго (осень) периодов. Можно заметить также, что

$$\mathrm{DM}^1_{Ts} - \mathrm{DM}^2_{Ts} = \left(T^1_{sm} - T^2_{sm}\right) - \left(T^1_{so} - T^2_{so}\right). \tag{2.85}$$

Здесь нижний индекс o обозначает измеренные величины. Это выражение показывает, что $\mathrm{DM}^1_{Ts} - \mathrm{DM}^2_{Ts}$ есть ошибка сезонной разницы температуры поверхности.

Дальнейшее рассуждение, среди прочего, будет исходить из предположения, что модели озера с близкими турбулентными замыканиями должны иметь близкую чувствительность к наличию донных отложений. Речь идет, с одной стороны, о трех $k - \epsilon$ моделях, а с другой – о моделях Hostetler и CLM4-LISSS.

Используя значения средней ошибки из Таблицы 2.3, получаем $\delta\left(\Delta T_{sm}\right) = 0.63°\mathrm{C} > 0$ для модели LAKE, что согласуется с фактом, что система "водоем-донные отложения" имеет бóльшую термическую инерцию, чем водоем без донных отложений. Примем во внимание, что $\mathrm{DM}^1_{Ts} - \mathrm{DM}^2_{Ts}$ для моделей SimStrat и LAKEoneD составляют 0.5 °C и 1.21 °C (Рисунок 2.11). Полагая, что эти две модели имели бы такую же чувствительность к наличию донных отложений, что и LAKE, можно оценить, что пренебрежение обменом с отложениями обусловливает как минимум 50% ошибки в сезонной разнице температуры поверхности в $k - \epsilon$ моделях ($\sim 100\%$ в модели SimStrat и $\sim 50\%$ в LAKEoneD).

Применяя такой же анализ к результатам модели CLM4-LISSS, получаем, что неучет потока тепла на дне водоема обусловливает около 55% ошибки сезонной разницы температуры перемешанного слоя в модели Hostetler ($\delta\left(\Delta T_{sm}\right) = 0.32°\mathrm{C}$ для модели CLM4-LISSS, $\mathrm{DM}^1_{Ts} - \mathrm{DM}^2_{Ts} = 0.57°\mathrm{C}$ в модели Hostetler).

Результаты этого раздела можно суммировать следующим образом:

- эффект от включения донных отложений на температуру поверхности озера в летнее время относительно невелик (~ -0.1°C в средней температуре), благодаря устойчивой стратификации водного столба;
- осенью этот эффект для большинства моделей оказывается по модулю в несколько раз больше (0.2 – 0.4 °C), по причине более интенсивного вертикального обмена в системе "водоем-донные отложения";
- ошибка в воспроизведении разницы температуры поверхности "осень-лето" на $\gtrsim$50% объясняется неучетом теплообмена с донными отложениями – для моделей, не имеющих соответствующей параметризации.

Таблица 2.3 — Средняя ошибка температуры поверхности, °C, в базовом эксперименте и в эксперименте с нулевым потоком тепла на дне (МПП – модель с полным перемешиванием)

	FLake			CLM4-LISSS			LAKE			МПП		
	полн. пер.	пер. 1	пер. 2	полн. пер.	пер. 1	пер. 2	полн. пер.	пер. 1	пер. 2	полн. пер.	пер. 1	пер. 2
Базовый эксперимент	0.48	1.12	-0.20	-0.80	-0.78	-0.81	0.16	0.17	0.16	-1.11	-1.32	-0.88
Экспер. с нулевым потоком тепла на дне	0.38	1.06	-0.35	-0.72	-0.55	-0.90	0.07	0.38	-0.26	-1.21	-1.15	-1.27

Влияние глубины водоема на температуру поверхности. Как уже говорилось выше, в дополнение к базовому эксперименту, где глубина озера была задана 2 м (средняя глубина оз. Коссенблаттер), с моделями FLake, Hostetler и LAKE были проведены эксперименты со значениями глубины 1.2 м (глубина в точке измерений) и 5 м (максимальная глубина озера). Эффект от использования этих значений глубины на ошибки моделей озера представлен в Таблице 2.4. Для первого периода, модели FLake и Hostetler демонстрируют рост СО с увеличением глубины (с 1.01 °C до 1.30 °C и с 0.36 °C до 0.50 °C, соответственно, при изменении глубины с 1.2 м до 5 м). Для LAKE характерна противоположная зависимость СО от глубины (СО уменьшается с 0.28 °C

до –0.19 °C на том же интервале изменения глубины). Характер зависимости СО от глубины для первых двух моделей вероятно связан с повышением в них температурной стратифицированности озера при увеличении глубины водоёма (см. следующий раздел), что приводит к ослаблению вертикального потока тепла из-за меньшей турбулентной теплопроводности. Противоположная связь СО с глубиной в модели LAKE, очевидно, связана с более интентенсивным вертикальным перемешиванием, по сравнению с моделями FLake и Hostetler, в летнее время: а именно, с увеличением глубины возрастает толщина слоя воды, вовлеченной в вертикальный теплообмен, так что "эффективная теплоемкость" (теплоемкость, связывающия приток энергии из атмосферы и изменение температуры поверхности) растет. Осенью же, отклик СО на увеличние глубины во всех трех моделях качественно одинаков по причине того, что водоем во всех моделях в это время полностью перемешан по вертикали, и эффективная теплоемкость определяется не толщиной перемешанного слоя, а глубиной водоема. Тогда, возрастание глубины приводит к более медленному осеннему остыванию озера и более высоким значением СО.

Данные Таблицы 2.4 не позволяют определенно заключить, локальная глубина или средняя глубина является оптимальной для воспроизведения температуры поверхности. Средниая ошибка и СКО температуры эпилимниона в соответствующих двух экспериментах отличаются на $\sim 0.1°$C, что находится в пределах разрешающей способности датчиков температуры. Также можно видеть, что "оптимальная глубина" зависит от модели.

Стратификация и придонная температура

В настоящем разделе кратко рассмотрено качество моделирования стратификации озера. Сопоставляются также временные ряды температуры дна из разных моделей, хотя измерения этой величины не проводились.

В качестве меры температурной стратификации здесь будет использована разница температуры на поверхности и на глубине 1 м (положение нижнего измерителя температуры), δT_{0-1}. Средняя ошибка и СКО переменной δT_{0-1}

Таблица 2.4 — Средняя ошибка (СО) и среднеквадратическая ошибка (СКО) температуры поверхности, °C, в численных экспериментах с разными значениями глубины озера, h

		FLake			Модель Хостетлера			LAKE		
		полный период	период 1	период 2	полный период	период 1	период 2	полный период	период 1	период 2
h=1.2 м (глубина в точке измерений)	СО	0.39	1.01	–0.28	–0.06	0.36	–0.51	0.08	0.28	–0.14
	СКО	1.59	1.96	1.07	1.42	1.62	1.16	1.03	1.20	0.83
h=2 м (средняя глубина, базовый эксперимент)	СО	0.48	1.13	–0.20	0.17	0.44	–0.13	0.16	0.17	0.16
	СКО	1.67	2.07	1.09	1.33	1.59	0.96	0.99	1.14	0.80
h=5 м (максимальная глубина)	СО	0.88	1.30	0.42	0.60	0.50	0.72	0.45	–0.19	1.13
	СКО	1.69	1.94	1.36	1.51	1.60	1.42	1.47	1.30	1.63

приведены на Рисунке 2.13. Характер ошибок можно также визуально проследить, сопоставляя рассчитанные и измеренные временные ряды δT_{0-1} (Рисунок 2.12).

Дно оз. Коссенблаттер в точке измерений (1.2 м) близко к положению датчика температуры (1 м), так что поток тепла на дне может существенно влиять на δT_{0-1}. Чтобы проверить это, результаты численного эксперимента с заданием глубины 1.2 м (Таблица 2.5) были сопоставлены с результатами эксперимента с глубиной 2 м для двух моделей, учитывающих донные отложения (FLake и LAKE). Параметр стратификации δT_{0-1}, отличается в этих двух экспериментах в терминах как СО, так и СКО на величины ~ 0.1°C. Поскольку это сопоставимо с точностью приборов, можно заключить, что близость донных отложений к уровню 1 м мало влияет на параметр стратификации в этих двух моделях.

Как видно из Рисунка 2.13, модели FLake и Hostetler существенно завышают летнюю стратифицированность водоема (СО для δT_{0-1} составляет 2.88 °C и

3.18 °C, соответственно). В октябре и начале ноября эти модели, как и остальные, удачно воспроизвели полностью перемешанное конвекцией состояние водоема (Рисунок 2.12). Завышение вертикального градиента температуры в моделях FLake и Hostetler летом согласуется с положительными СО температуры поверхности в этих моделях за первый период (Рисунок 2.11): слабое вертикальное перемешивание приводит к нагреву эпилимниона и охлаждению (в сравнении с другими моделями) температуры дна (Рисунок 2.14). Однако, модель CLM4-LISSS, которая использует ту же параметризацию коэффициента турбулентной теплопроводности, что и модель Hostetler (Henderson-Sellers, 1985), стратификацию воспроизвела удачно (Рисунок 2.13). Это не может быть объяснено наличием в модели CLM4-LISSS донных отложений (в отличие от Hostetler), поскольку донные отложения в летнее время должны усиливать стратификацию в озере. Объяснить полученное различие в результатах моделей CLM4-LISSS и Hostetler можно модификацией радиационной схемы в первой из них. Дело в том, что в модели CLM4-LISSS было допущено существенное отклонение в описании распространения радиации в толще воды от предписанного в протоколе эксперимента, а именно, поглощение видимой части коротковолновой радиации по закону Бэра-Ламберта производилось ниже глубины 0.6 м, а не непосредственно под поверхностью, как в других моделях. Это означает перенос сильного источника тепла из верхнего слоя на глубины 0.6 м и ниже. Это вызывало рост температуры на средних глубинах и одновременно охлаждение температуры поверхности, что и ослабляло устойчивую стратификацию. Систематическое занижение температуры поверхности моделью CLM4-LISSS в течение всего периода моделирования (Рисунок 2.11), по крайней мере, частично, вызвано той же причиной.

Не следует ожидать существенного роста температуры дна в летний период в моделях FLake и Hostetler в силу слабого вертикального перемешивания в этих моделях и ничтожного количества радиации, достигающего дна в мутном оз. Коссенблаттер, что подтверждает Рисунок 2.14. Рисунок 2.14 также демонстрирует, что в трех $k-\epsilon$ моделях временные ряды температуры дна очень близки, несмотря на то, что две модели не учитывают донные отложения. Это опять согласуется со сделанным выше выводом о малой роли донных отложений в летнем термическом режиме озера. Донная температура в результатах расчетов по модели CLM4-LISSS в течение лета существенно ниже (до 10 °C) чем в

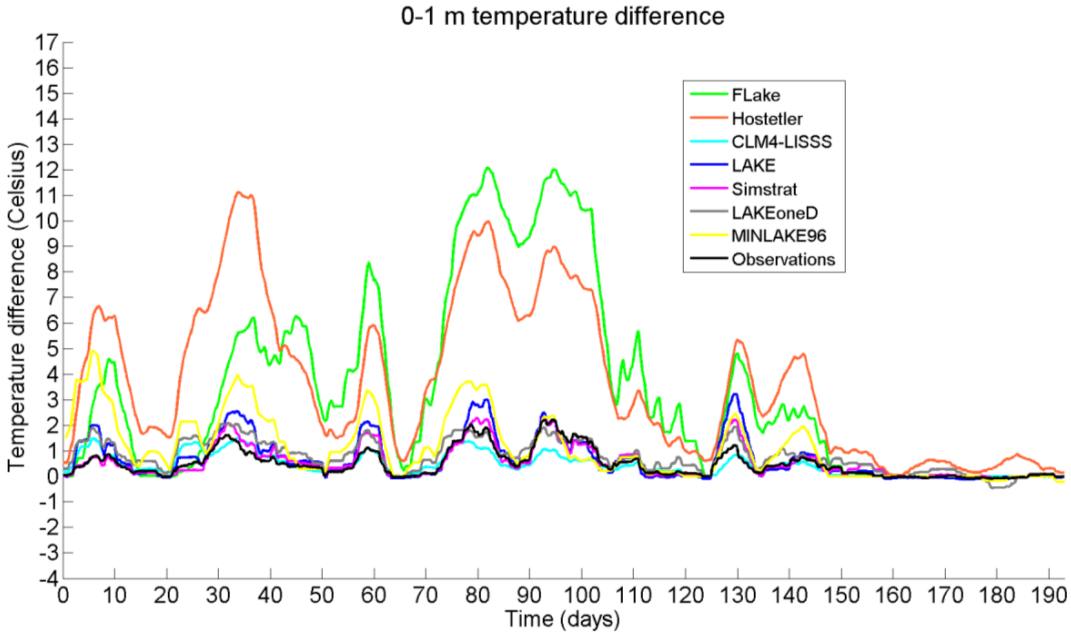


Рисунок 2.12 — Временные ряды разницы температуры на поверхности и на глубине 1 м (δT_{0-1}) по результатам моделирования и данным наблюдений (глубина в точке измерений составляет 1.2 м). Все временные ряды сглажены скользящим средним с окном 5 сут. Начало на временно́й оси – 00:00 ВКВ 1 мая 2003 г.

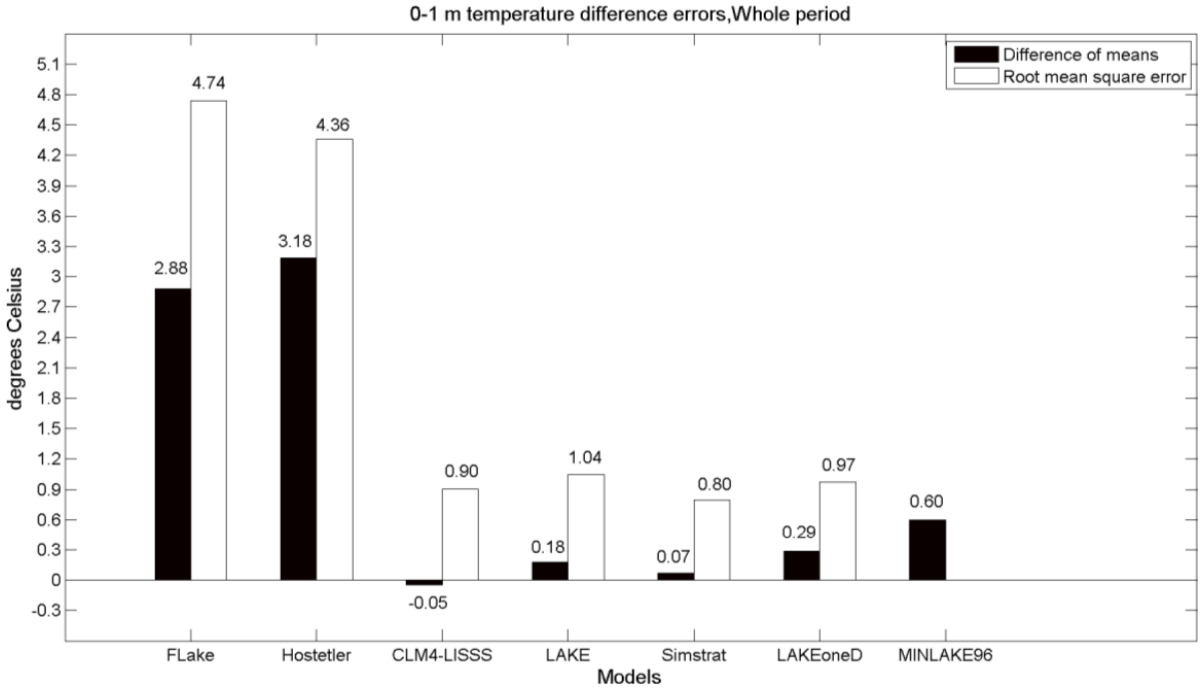


Рисунок 2.13 — Средняя и среднеквадратическая ошибки моделей озера для величины δT_{0-1} (разница температуры на глубинах 0 и 1 м)

моделях с $k-\epsilon$ замыканием, т.е., в нижней части профиля развивается сильно устойчивая стратификация, начиная с первых дней эксперимента. В отличие от других моделей, температура дна в CLM4-LISSS и MINLAKE96 падает в течение первых 15 дней эксперимента (первая половина мая), что свидетельствует в пользу низких начальных значений температуры в нижних слоях грунта, вызывающих отток тепла от поверхности. Учитывая, что суммарная толщина слоя донных отложений и материнской породы в модели CLM4-LISSS составляет 40 м, заниженная в начальный момент температура в этом слое оказывает охлаждающий эффект на температуру дна в течение всего периода интегрирования. Можно также отметить, что температура дна в модели CLM4-LISSS испытывает резкие "скачки" амплитудой 2–3 °C, за которыми следует медленное остывание; эти явления связаны с событиями усиленного вертикального перемешивания. Похожие явления наблюдаются и в ряде донной температуры модели LAKE.

На Рисунке 2.14 показаны также результаты расчетов по моделям FLake, CLM4-LISSS и LAKE в экспериментах без учета донных отложений. Отклик донной температуры на "выключение" донных отложений в модели CLM4-LISSS оказался значительно сильнее, чем в двух других моделях. Этот результат согласуется с высказанной выше гипотезой о нереалистично низких значениях в начальном профиле температуры грунта в этой модели, поскольку при исключении этого фактора температура дна значительно бы выросла, что и произошло в данном случае. Кроме того, при росте донной температуры в CLM4-LISSS на 2–6 °C в условиях отключенных донных отложений происходит увеличение средней летней температуры поверхности только на 0.23 °C, что опять подтверждает вывод о слабом влиянии теплообмена с донными отложениями на температуру эпилимниона в летний период на оз. Коссенблаттер.

Турбулентные потоки тепла в атмосферу и тепловой баланс озера

Рассмотрим ошибки потоков явного и скрытого теплаrассчитанные для полного периода эксперимента (Рисунок 2.15). В сравнении были задействова-

Таблица 2.5 — Средняя ошибка (СО) и среднеквадратическая ошибка (СКО) для разницы температуры 0-1 м , δT_{0-1}, °C, в численных экспериментах с разными значениями глубины, h. Среднее измеренное значение δT_{0-1} для полного периода 0.50°C, 0.72°C – для первого и 0.26°C – для второго периодов, соответственно

		FLake			Модель Хостетлера			LAKE		
		полный период	период 1	период 2	полный период	период 1	период 2	полный период	период 1	период 2
h=1.2 м (глубина в точке измерений)	СО	2.90	4.48	1.21	4.30	6.22	2.24	0.09	0.15	0.03
	СКО	4.55	5.85	2.48	5.68	7.17	3.46	1.00	1.20	0.72
h=2 м (средняя глубина, базовый эксперимент)	СО	2.88	4.29	1.36	3.18	4.69	1.56	0.18	0.26	0.09
	СКО	4.74	5.92	2.98	4.36	5.58	2.43	1.06	1.25	0.81
h=5 м (максимальная глубина)	СО	0.42	0.59	0.24	2.84	4.35	1.22	0.21	0.38	0.03
	СКО	1.21	1.44	0.88	4.03	5.24	2.05	1.09	1.37	0.69

ны все измеренные значения потоков. Значения среднеквадратической ошибки потоков тепла велики относительно средних значений, особенно СКО потока явного тепла (10–14 Вт/м^2 при характерных значениях потока в несколько десятков Вт/м^2). Примечательно, что все значения средней ошибки положительны, и в большинстве случаев остаются положительными при оценке отдельно для лета и осени. Очевидно, что эти ошибки могут быть взываны тремя факторами: ошибкой температуры поверхности в моделях озера, ошибками схем приводного слоя и нерепрезентативностью данных пульсационного метода измерений.

Для того, чтобы исключить ошибку температуры перемешанного слоя, по схемам приводного слоя были произведены расчеты потоков с использованием *измеренной* температуры воды. Получившиеся при этом ошибки потоков приведены на Рисунке 2.16. Как видно, величины ошибок существенно не поменялись, и значения средней ошибки сохранились положительными.

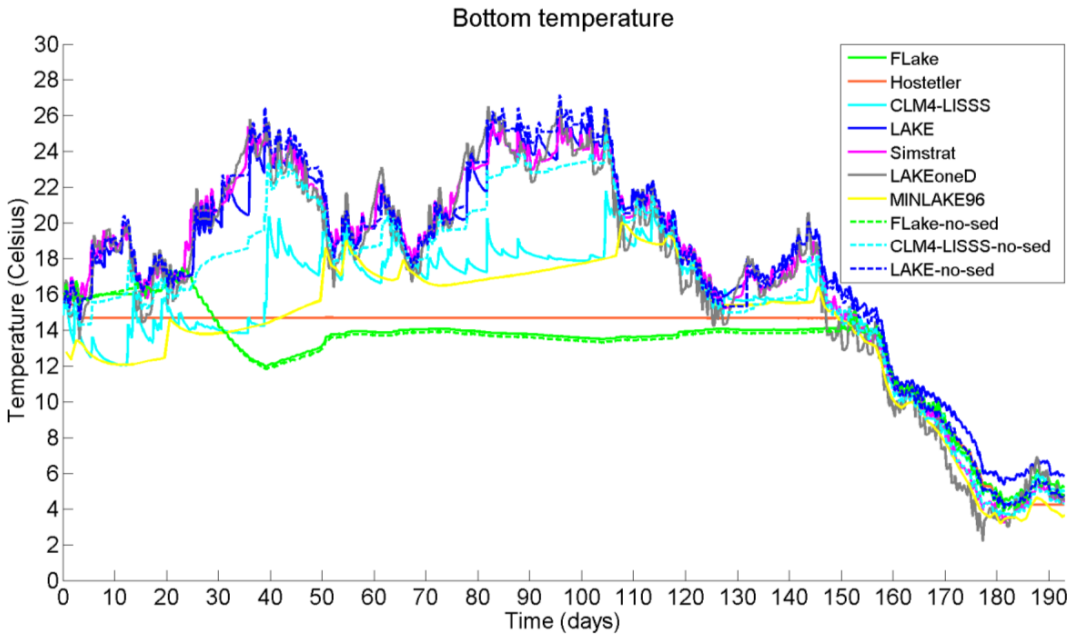


Рисунок 2.14 — Временные ряды температуры дна оз. Коссенблаттер, по результатам моделирования. Начало временной оси соответствует 00:00 ВКВ 1 мая 2003 г.

Можно предположить, что ошибки потоков могут быть вызваны нарушением предполагаемой теорией подобия горизонтальной однородности приземного слоя, что должно наиболее ярко приявиться при направлениях ветра от ближайших берегов, находящихся на расстоянии до 90 м от точки измерений. Однако, исключение всех значений потоков, значительная часть футпринт-функции которых попадала на сушу (азимуты ветра от 60° до 200°) не позволили существенно сократить ошибки схем приводного слоя относительно данных пульсационных наблюдений.

Теперь рассмотрим ошибки потоков явного и скрытого тепла моделей водоема в контексте неопределенности измеренных методом ковариации пульсаций потоков. Неопределённость потоков, полученных по пульсационным измерениям, обстоятельно изучена для условий эксперимента LITFASS-2003 в работе М.Маудера и соавт. (Mauder et al., 2006), на основе сравнения результатов различных измерительных систем. Так, показано, что СКО потоков явного и скрытого тепла системы USA-1/LI-7500, используемой обсерваторией Линденберга на оз. Коссенблаттер, относительно базовой системы (CSAT3/LI-7500), составили 15 Вт/м^2 and 24.4 Вт/м^2, соответственно. Эти величины близки к СКО моделей (Рисунки 2.15 и 2.16), что уже не позволяет судить о качестве

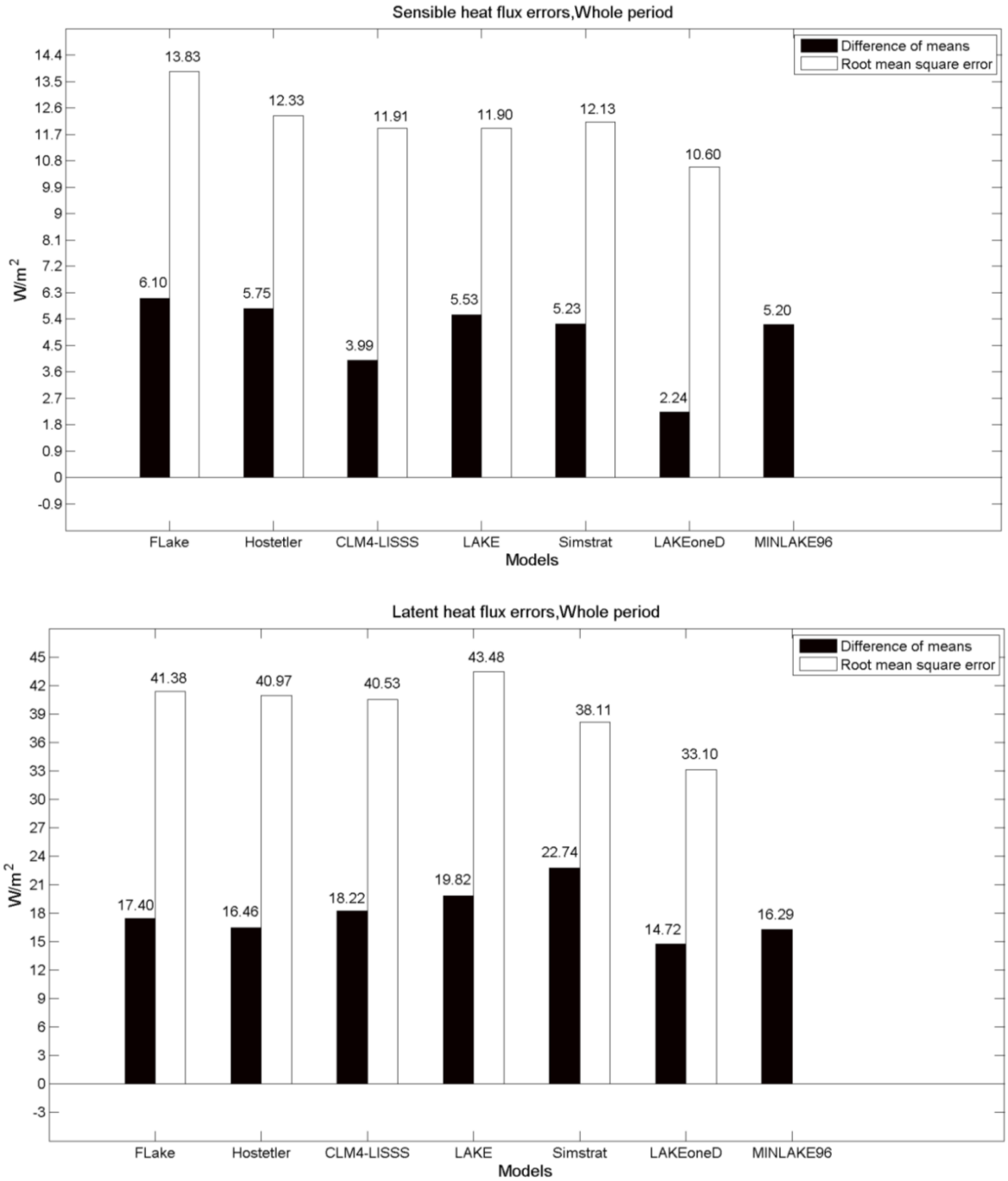


Рисунок 2.15 — Средняя и среднеквадратическая ошибки моделей озера для потоков явного (сверху) и скрытого (снизу) тепла. Средний измеренный поток явного тепла составляет 8 Вт м$^{-2}$, поток скрытого тепла 69 Вт м$^{-2}$.

рассчитанных моделями потоков тепла при сравнении с измеренными потоками в терминах этой меры ошибки.

Перейдем к рассмотрению возможных причин положительных значений СО модельных потоков тепла. Вначале заметим, что систематический сдвиг

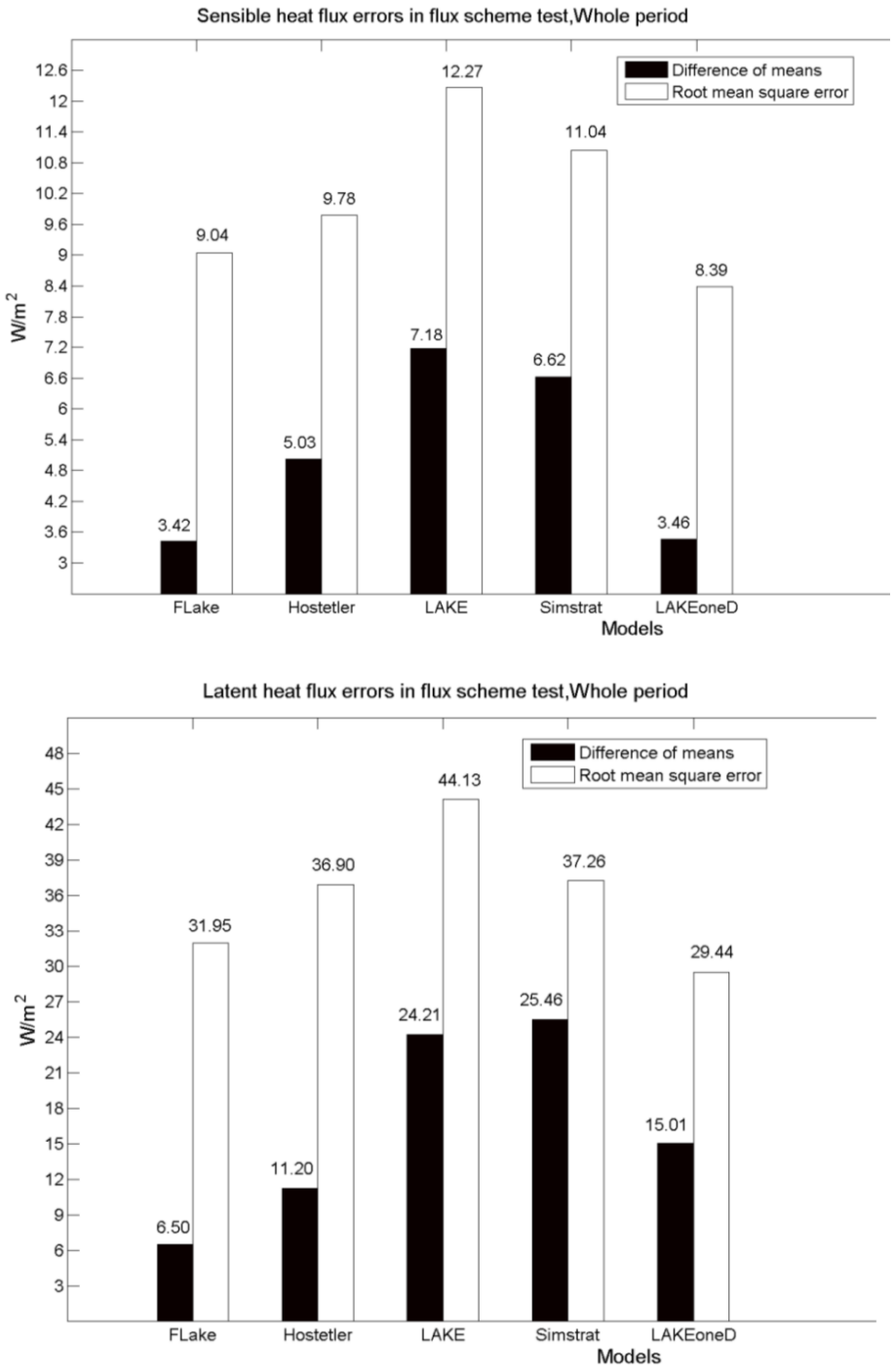


Рисунок 2.16 — Средняя и среднеквадратическая ошибки схем приводного слоя моделей озера для потоков явного (сверху) и скрытого (снизу) тепла. Средний измеренный поток явного тепла составляет 8 Вт м$^{-2}$, поток скрытого тепла 69 Вт м$^{-2}$.

рассчитанных потоков явного и скрытого тепла относительно измеренных означает соответствующий сдвиг в значениях потока энергии в водоем (под потоком энергии в водоем здесь понимается сумма направленного вниз турбулентного

потока тепла на поверхности и потока радиации, проникающего под поверхность). Осредненный по полному рассматриваемому периоду в базовом эксперименте поток энергии в водоем оказался для разных моделей в пределах от 6 Вт/м^2 до 13 Вт/м^2 (для LAKE 10 Вт/м^2), в то время как аналогичная величина по данным наблюдений составила 26 Вт/м^2. Для определения значимости этого различия, с моделью LAKE был произведен дополнительный эксперимент, в котором потоки явного и скрытого тепла, рассчитанные по схеме приводного слоя, были заменены измеренными рядами. Это привело к сильному повышению в модели температуры поверхности, так что СКО для полного периода достигло 3.83 °C, а СО стала равна 3.02 °C (против 0.99 °C и 0.16 °C в базовом эксперименте, соответственно). Следовательно, измеренные потоки тепла с большой ошибкой не позволяют замкнуть тепловой баланс водоема, поскольку модель LAKE имеет консервативную конечно-разностную схему, а также успешно воспроизвела температуру поверхности и стратификацию озера в базовом эксперименте. Для проверки этого вывода был рассчитан тепловой баланс водоема с привлечением только эмпирических данных.

После осреднения по глубине трехмерного уравнения притока тепла с радиационным источником в точке измерений, получаем:

$$\rho_{w0} c_w \frac{d\overline{T}^v}{dt} = S_{z=0} + F_{t,z=0} - S_{z=h_{loc}} - F_{t,z=h_{loc}} + R, \tag{2.86}$$

где $\overline{T}^v$ – температура воды, осредненная по глубине, h_{loc} – локальная глубина озера, S – коротковолновая радиация, проникшая под поверхность воды, F_t – направленный вниз турбулентный поток тепла, а слагаемое R содержит вертикально осредненные слагаемые горизонтальной адвекции и теплопроводности. Величина $S_{z=h_{loc}}$ пренебрежимо мала из-за высокой мутности воды, поток тепла на дне $F_{t,z=h}$ на оз. Коссенблаттер не измерялся. Однако, поток тепла $F_{t,z=h}$, диагностированный в модели LAKE, оказался мал по сравнению с другими членами (2.86). Принимая это во внимание и подставляя измеренные величины во все слагаемые (2.86), кроме R, имеем

$$\rho_{w0} c_w \frac{d\overline{T}^{v*}}{dt} = S^*_{z=0} + F^*_{t,z=0} + R + \delta, \tag{2.87}$$

где звездочки стоят у величин, рассчитанных по данным измерений, а невязка δ возникает из-за ошибок наблюдений, включая ошибки приборов и неточность оценки потоков энергии соответствующими измерительными методиками, в частности, методом ковариации пульсаций. Отметим также, что величина T^* вычисляется путем численного (приближенного) интегрирования температуры по глубине, используя измеренные значения температуры на дискретных уровнях наблюдений, что также вносит вклад в δ. Временные ряды $R + \delta$ были рассчитаны по уравнению (2.87) для полного периода наблюдений с временным разрешением 30 мин (определяется разрешением по времени пульсационных потоков), с привлечением данных датчиков температуры на глубинах 2, 10, 20, 50 и 100 см, $h_{loc} = 1.2$ м, коротковолновой и длинноволновой радиации и потоков тепла с приборов, расположенных на мачте (см. Раздел 2.10.2).

Среднее значение $R + \delta$ для полного периода составило -28 Вт/м^2. Вопрос теперь заключается в том, какой из двух величин, R или δ, это среднее значение в основном может (если может) быть отнесено. Полученное здесь среднее величины $R + \delta$ согласуется со значениями невязки теплового баланса для оз. Валькеа-Котинен (Финляндия) и других озер (см. (Nordbo et al., 2011) и ссылки в этой статье). Авторы этой статьи обсуждают возможные источники невязки и заключают, что известное систематическое занижение турбулентных потоков методом ковариации пульсаций за счет недоучета вклада крупных вихрей (вторичных циркуляций) (Foken, 2008), является одной из наиболее вероятных причин (в наших терминах это означает, что δ преобладает над R). Соответствующий недостаток вклада низкочастотных пульсаций в турбулентные потоки был рассмотрен в большом количестве экспериментальных и модельных (LES) работ (Aubinet et al., 2012). В частности, отмечается, что масштаб неоднородностей ландшафта, который вызывает вторичные циркуляции, не учитываемые при расчетах ковариаций пульсаций с интервалом осреднения $\sim$10 мин, составляет от 100 м до $\sim$10 км.

Озеро Коссенблаттер попадает в этот интервал. Второй возможной причиной систематического занижения потоков тепла методом ковариации пульсаций могут быть ошибки, присущие данным моделям приборов (Mauder et al., 2006). В упомянутой здесь статье показано, что средняя ошибка суммарного потока тепла для комбинации приборов USA-1/LI-7500, использованной на озере, относительно базовой комбинации составила ≈ -4 Вт/м^2. Суммарный поток

тепла для других сочетаний приборов, использованных в данном сравнении, отклонялся в среднем от показаний базового сочетания на 10–30 Вт/м^2. Такой диапазон средней ошибки, вызванный исключительно конструкцией приборов, позволяет сделать вывод, что данных фактор мог также внести существенный вклад в среднее занижение пульсационных потоков относительно значений, следующих из замыкания теплового баланса водоема.

Рассмотрим теперь член R, вклад которого в общую невязку теплового баланса определяется внутренними циркуляциями и волнами в водоеме (сейшами, ленгмюровскими циркуляциями и др.), а также адвекцией тепла притоками. Поскольку оз. Коссенблаттер не имеет крупных притоков, эта адвекция может быть обусловлена только ручьями и подповерхностным стоком. Ниже приводится оценка этого эффекта.

Рассмотрим теперь тепловой баланс водоема, полагая равенство расходов притоков и вытекающего водотока (для оз. Коссенблаттер потеря массы воды испарением составляет ∼10% от стока с водосбора, так что это равенство выполняется с хорошей точностью):

$$\rho_{w0} c_w V \frac{d\tilde{T}}{dt} = ... + \rho_{w0} c_w D \left(T_{in} - T_{out}\right) + A_0 \left(\hat{S}_{z=0} + \hat{F}_{t,z=0}\right), \tag{2.88}$$

где V есть объем водоема, D – расход вытекающего водотока, $\tilde{T}$ – средняя по объему температура воды, T_{in} и T_{out} – средние значения температуры втекающих и вытекающего водотоков, соответственно, и A_0 – площадь водоема; операция $\hat{(...)}$ означает осреднение по поверхности озера. Отсюда, добавок к потоку энергии на поверхности $\delta\hat{F}_{t,z=0}$, эквивалентный адвекции тепла, есть

$$\delta\hat{F}_{h,z=0} = \frac{\rho_{w0} c_w D \left(T_{in} - T_{out}\right)}{A_0}. \tag{2.89}$$

Расход притоков может быть оценен как $D = S_c r$, где S_c – площадь водосбора, и r – интенсивность атмосферных осадков. Наконец, для получения верхней оценки для $\delta\hat{F}_{t,z=0}$, разницу температуры в (2.89) можно принять 10 °C (знак значения не имеет с точки зрения оценки порядка величины). Подставляя теперь интенсивность осадков для окрестностей Берлина 500 мм/год, площадь водосбора оз. Коссенблаттер 2384 га и площадь озера 170 га, приходим к $\delta\hat{F}_{t,z=0} \approx 9$ Вт/м^2. Таким образом, адвекция тепла, входящая в R может обусло-

вить не более одной трети от $R+\delta$. Однако, этот результат получен при оценке $T_{in} - T_{out} \approx 10°\text{C}$, которая может быть реалистична для небольших периодов времени, однако вряд ли может быть показательна для сезонного масштаба времени. Действительно, естественно предположить, что T_{in} близка к температуре почвы на водосборе озера, а верхние слои почвы обычно испытывают значительно большую амплитуду суточного хода, чем озеро, и то же справедливо для сезонной изменчивости. Следовательно, величина $T_{in} - T_{out}$ должна менять знак в суточном и сезонном ходе, так что сезонное осреднение $\delta\hat{F}_{t,z=0}$ должно уменьшить полученную оценку.

Что касается второго фактора, вносящего вклад в R – внутренних циркуляций – то нет причин считать, что они могут обусловить при сезонном осреднении источник тепла в данной точке водоема. Действительно, поскольку их эффект заключается в перемешивании тепла по горизонтали, ненулевой систематический вклад в среднюю по профилю температуру в данной точке означал бы наличие внутри водоема источников или стоков тепла помимо рассмотренных выше притоков и истока, например, термальных источников или интенсивных ключей. О наличии же последних в оз. Коссенблаттер информации нет.

В качестве заключения настоящего раздела отметим, что, учитывая значения среднего отклонения[7] суммарного потока тепла схем приводного слоя от пульсационных наблюдений 17–28 Вт/м^2 (Рисунок 2.16), и полагая среднюю ошибку самих пульсационных наблюдений $\sim 20 - 30$ Вт/м^2, находится объяснение большей части как средней невязки теплового баланса озера по данным измерений, так и указанного среднего отклонения модельных потоков тепла от наблюдений.

2.10.5 Выводы

Проведено сравнение результатов расчетов одномерными моделями оз. Гроссер Коссенблаттер (Германия) в течение периода открытой воды, с 1

[7]Здесь "средняя ошибка" схем приводного слоя заменена на "среднее отклонение", поскольку, как следует из настоящей дискуссии, эталону – потокам по пульсационному методу – самому свойственна существенная неопределённость

мая по 10 ноября 2003 г. Все модели, в целом, успешно воспроизвели суточную, синоптическую и сезонную изменчивость температуры поверхности, за исключением модели полностью перемешанного водоема, в который суточный цикл оказался существенно сглажен. Модели FLake и Hostetler неудовлетворительно воспроизвели стратификацию озера летом, что, по-видимому, связано с недостаточным сдвиговым вертикальным перемешиванием. Показано, что отключение потока тепла на дне слабо влияет на температуру поверхности (в пределах разрешения датчиков температуры) в период с мая по август. Однако в период с августа по октябрь среднее понижение температуры поверхности при отключении блока донных отложений составляет до -0.4 °C, что объясняется более интенсивным (конвективным) вертикальным теплообменом. Расхождение между моделями в донной температуре (до 10 °C) оказалось значительно большим, чем для температуры поверхности; здесь вклад внесли ряд факторов, в частности, параметризация вертикального турбулентного теплопереноса, инициализация профиля температуры в донных отложениях и толщина слоя отложений. Чувствительность донной температуры к отключению донных отложений также сильно различалась между моделями.

Потоки явного и скрытого тепла в атмосферу, рассчитанные моделями, в среднем существенно превышали потоки, оцененные по методу ковариации пульсаций: среднее отклонение суммарного потока тепла составило $17 - 28$ Вт/м^2 (интервал по множеству моделей). Близкие значения были получены, когда схемы расчёта потоков в приводном слое были запущены с измеренными значениями температуры поверхности. Невязка теплового баланса озера, рассчитанная только по данным измерений (включая пульсационные потоки) и осредненная за период интегрирования моделей попала в тот же диапазон значений. Таким образом, наиболее вероятной причиной отклонения рассчитанных потоков от измеренных была ошибка измеренных потоков, что согласуется с широко обсуждаемой в литературе проблемой о занижении турбулентных потоков методикой ковариации пульсаций.

В качестве заключения по оценке результатов расчетов разными моделями озера можно привести следующие выводы:

- использование вертикально-разрешающих моделей даже для мелкого полимиктического оз. Коссенблаттер позволяет значительно улучшить

результаты по воспроизведению температуры поверхности относительно модели полностью перемешанного водоема;

- наличие параметризации теплообмена в донных отложениях несущественно изменяет ход температуры поверхности в летнее время, пока температура растет (примерно до середины августа); эффект донных отложений в период осеннего перемешивания на температуру поверхности заметно сильнее;
- тепловой баланс на поверхности водоема является основным фактором, определяющим температуру поверхности, так что эта величина слабо чувствительна к ошибкам воспроизведения температуры дна и стратификации в металимнионе. Однако, значительне отклонение задаваемой в модели глубины озера от средней (5 м вместо 2 м в данном случае) приводит к существенному сдвигу в температуре перемешанного слоя.

2.11 Сравнение одномерных моделей по данным наблюдений на оз.Валькеа-Котинен (Финляндия)[8]

2.11.1 Характеристики озера и данные наблюдений

Валькеа-Котинен – это небольшое озеро в южной Финляндии (61°14’31.02" с.ш., 25°3’48.83" в.д.), расположенное на высоте 156 м над у.м. со средней и максимальной глубинами 3 и 6 м, соответственно ((Futter et al., 2008), Рисунок 2.17). Площадь озера составляет 4.1 га, ширина – около 100 м, длина – 440 м (Рисунок 2.17b). Продольная ось озера ориентирована с юго-востока на северо-запад. Водосбор озера занимает 30 га и покрыт лесом. Наличие леса и вытянутая форма озера приводят к "туннелирующему эффекту", т.е. в розе ветров преобладающие направления попадают в узкие сектора, содержащие ЮВ и СЗ азимуты (Vesala et al., 2006). Глубина озера существенно неоднородна, особенно в поперечном направлении (Рисунок 2.17b). Вода в оз. Валькеа-Котинен харак-

[8]Раздел написан на основе статьи (Stepanenko et al., 2014)

теризуется умеренной мутностью (глубина диска Секки составляет 1 м; (Arst et al., 2008)) и содержит значительное количество CO_2, так что озеро является источником этого газа (Huotari et al., 2011).

Университет г.Хельсинки проводил измерения на оз. Валькеа-Котинен с 2003 по 2009 гг. (Vesala et al., 2006; Huotari et al., 2009, 2011; Nordbo et al., 2011). В настоящей работе для проверки моделей водоема были выбраны данные наблюдений за 2006 г. (2 мая – 31 декабря), поскольку этот год данными обеспечен в наибольшей степени. Эмпирические данные включают, во-первых, измерения основных метеорологических величин (температура, модуль и направление скорости ветра, удельная влажность, атмосферное давление), потоки радиации (радиационный баланс и суммарная радиация). Временные ряды этих величин использовались для граничных условий в моделях водоема. Кроме того, были доступны также результаты пульсационных измерений в виде рассчитанных потоков импульса, явного и скрытого тепла в приводном слое, а также вертикальные профили температуры воды; временные ряды этих величин были использованы для валидации моделей. Детали по заполнению пропусков в данных измерений приведены в (Stepanenko et al., 2014).

Измерения атмосферных величин и температуры воды производились в юго-восточной части озера и центре озера (где глубина составляет 6 м), соответственно (Рисунок 2.17b). Система пульсационных измерений была установлена таким образом, чтобы при потоке с преобладающих направлений ветра (вдоль озера), приборы вносили минимальные искажения в измерения друг друга. Детали расчета пульсационных потоков изложены в (Nordbo et al., 2011). По причине близости берегов к измерительной платформе (менее 50 м в северо-восточном направлении), только два узких сектора направлений ветра, содержащих азимуты СЗ и ЮВ, характеризовались футпринт-функцией, приемлемой для расчета пульсационных потоков (Vesala et al., 2006). Это привело к укорочению рядов рассчитанных пульсационных потоков на 23%, и в еще большей степени – за счет невыполнения критерия стационарности (Nordbo et al., 2011); в итоге, пропуски по турбулентным потокам составили 65% периода интегрирования моделей. Вертикальный профиль температуры воды измерялся косой термисторов с номинальной точностью 0.3 K; датчики находились на следующих глубинах: 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 1.75, 2.0, 2.25, 2.5, 2.75, 3.0, 3.25, 3.5, 4.0 м. Здесь длительность пропущенных рядов составила 2.85% рассматриваемого периода.

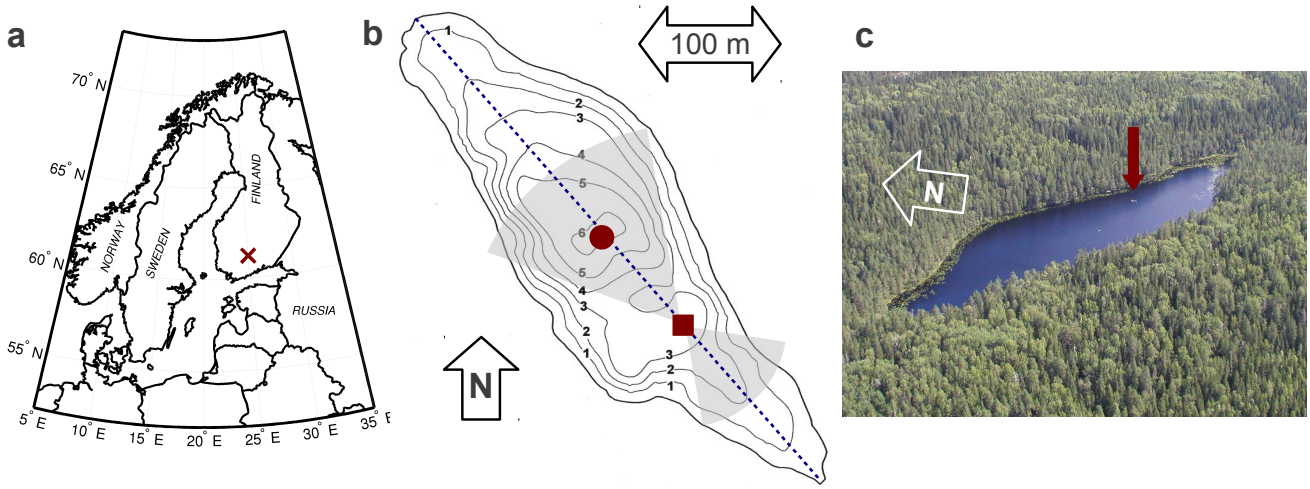


Рисунок 2.17 — a) Положение оз. Валькеа-Котинен в Северной Европе (красный крестик). b) Распределение глубины в озере (черные линии – изобаты, м; построено по данным (Kankaala et al., 2006), продольный размер озера – 440 м (синяя штрихованная линия), точка измерения вертикального профиля температуры воды (красный кружок), плот с комплексом измерений (красный квадрат) и направления ветра, для которых футпринт пульсационных измерений дает основной вклад в потоки с поверхности озера (серые секторы). c) Фотография озера с положением плота (красная стрелка; фото Ильпо Хакалы). Карта водосбора озера доступна в (Rasilo et al., 2012), (Рисунок 1)

2.11.2 Модели озера и постановка численных экспериментов

В настоящем исследовании привлекались пять моделей водоёма: FLake, CLM4-LISSS, LAKE, LAKEoneD и Simstrat. Краткая характеристика моделей уже приводилась в Таблице 2.2, а более полное описание доступно в Приложении Б. Эффекты морфометрии озера отражены в уравнениях всех трёх $k-\epsilon$ моделей одинаково.

Постановка численных экспериментов с моделями озера в настоящей работе мало отличалась от аналогичных сравнений в рамках проекта LakeMIP (Stepanenko et al., 2010, 2013). Физическим параметрам, присутствующим во всех моделях, были, насколько это возможно, присвоены одинаковые значения (Таблица 2.6). Коэффициент экстинкции был задан равным 3 м$^{-1}$, согласно данным прямых измерений (Arst et al., 1999, 2008) . Геотермальный поток тепла

считался равным 0 Вт/м^2, и это значение было применено к нижним границам слоя донных отложений в моделях FLake, CLM4-LISSS и LAKE и на дне водоема – в моделях LAKEoneD и Simstrat. С каждой моделью были проведены эксперименты с глубиной 3 м (средняя глубина водоема) и 6 м (максимальная глубина). Кроме того, поскольку участвующие $k-\epsilon$ модели имеют возможность учитывать морфометрию озера, с ними, в дополнение к основному эксперименту, где глубина водоема считалась однородной, был реализован эксперимент с заданием морфометрии согласно известной для данного озера гипсометрической кривой. Модели интегрировались в период с 00:30 (ВКВ+2) 2 мая 2006 г. до 00:00 (ВКВ+2) 31 декабря 2006 г.

В инструкциях для участников сравнения моделей калибровка параметров не была прописана явно. Однако, часть моделей калибровалась, что практически неизбежно при применении любой модели к конкретному озеру. В модели Simstrat коэффициент сопротивления в приводном слое был настроен на значение 10^{-3}, что дало наилучшее совпадение с вертикальным распределением температуры. В модели LAKE для успешного воспроизведения температуры поверхности оказался важным параметр шероховатости (z_0), калиброванный к значению 10^{-3} м. Это позволило воспроизвести температуру поверхности со средней ошибкой 0.08°C, и среднеквадратической ошибкой 1.1°C. Настоящее значение z_0 и соответствующее ему значение коэффициента сопротивления высоки по сравнению с характерными значениями, измеренными над океаном (Репина и Артамонов, 2017), но согласуются с повышенными значениями для небольших озёр (Stepanenko et al., 2014).

Результаты базового эксперимента и дополнительных экспериментов приводятся в следующем разделе. Под базовым экспериментом будет пониматься расчет с однородной глубиной 3 м.

Таблица 2.6 — Параметры моделей озера в расчётах оз.Валькеа-Котинен

Параметр	Значение
Глубина	3 м или 6 м
Коэффициент экстинкции	3 $м^{-1}$
Альбедо воды	0.06
Отражательная способность воды для длинноволновой радиации	0
Коэффициент серости воды	0.98
Геотермальный поток тепла	0 Вт $м^{-2}$
Морфометрия озера	В базовом эксперименте – постоянная глубина, в дополнительном эксперименте – переменная глубина (только для $k-\epsilon$ моделей)

2.11.3 Результаты и обсуждение

Температура перемешанного слоя

Временные ряды температуры поверхности по результатам разных моделей показаны на Рисунке 2.18. В целом, модели удовлетворительно воспроизвели суточную, синоптическую и сезонную изменчивость температуры перемешанного слоя. Мгновенные отклонения рассчитанной температуры от измеренной составляют, как правило, менее 2°C, что можно считать достаточной точностью для атмосферных приложений. Действительно, такая же величина характерна для суточной амплитуды температуры поверхности водоема, в то время как суточная амплитуда температуры поверхности суши в несколько раз больше (в 2006 г. суточная амплитуда температуры воздуха над озером в период с мая по июль имела характерное значение 10°C, а суточная амплитуда температуры окружающей суши должна быть не меньше). Поэтому, полученная ошибка температуры поверхности воды не влияет существенно на воспроизведение разницы температуры "вода-суша" в теплый период года. А это, в свою

очередь, необходимо для реалистичных результатов агрегирования потоков на поверхности в системах прогноза погоды и моделях климата.

Существенные ошибки в температуре поверхности заметны только в результатах модели LAKE (5-6 дней в начале мая) и FLake (5 дней в конце августа). Эти пики могут быть обусловлены только некорректностью расчёта составляющих теплового баланса перемешанного слоя. Поскольку радиационные составляющие в моделях унифицированы, остается две возможные причины завышения температуры: либо схемы приводных потоков недостаточно тепла переносят в атмосферу, либо турбулентное перемешивание в эпилимнионе слишком слабо, чтобы распределить тепло от радиационного нагрева поверхностных слоев на бóльшие глубины (иными словами, неверно воспроизведена глубина перемешанного слоя). Однако, когда модель LAKE была запущена со схемой потоков в приводном слое из модели FLake, пики температуры в начале мая мало изменились, что свидетельствует в пользу недостаточного подповерхностного перемешивания в этой модели. В случае же модели FLake, наиболее выраженные максимумы температуры в интервале 110-120 дней с момента начала интегрирования соответствуют двукратному уменьшению глубины перемешанного слоя. Тогда пики температуры являются следствием сохранения интегрального теплосодержания (энтальпии) перемешанного слоя.

Суточный ход с амплитудой $\sim$2°C хорошо выражен вплоть до конца сентября, когда сильно падает приток суммарной радиации, а также суточная амплитуда потоков тепла на поверхности (см. ниже в этом разделе). В ноябре температура поверхности в моделях FLake, CLM4-LISSS и LAKE достигает нуля, и формируется слой льда. Лед также образуется в модели LAKEoneD, однако температура поверхности воды остается при этом положительной, в силу особенностей параметризации льда в этой модели (Ashton, 2011). В модели SimStrat ледовый покров не предусмотрен.

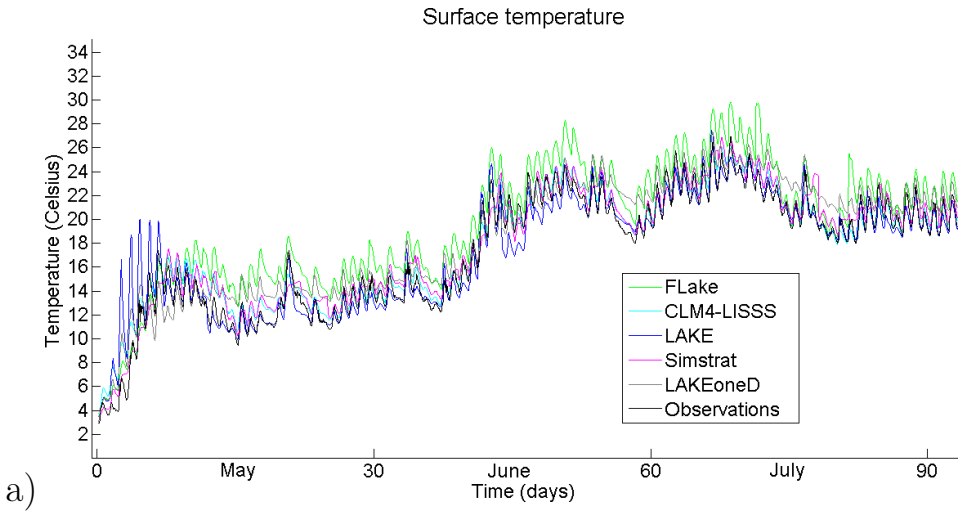
Средняя и среднеквадратическая ошибки (СКО) воспроизведения температуры поверхности, рассчитанные для всего периода интегрирования, показаны в Таблице 2.6. Средняя ошибка всех моделей положительна и не превосходят 1.2°C, а СКО оказывается в примерном интервале 1-2°C. Здесь не обсуждаются физические причины положительности всех значений средней ошибки, поскольку две из пяти меньше номинальной точности датчиков температуры. Как ска-

зано выше, в силу унификации значений радиационных констант, ошибка температуры поверхности обусловлена схемой турбулентных потоков в приводном слое и подповерхностным перемешиванием. Важность схемы приводного слоя иллюстрируется тем фактом, что при запуске модели LAKE с параметризацией коэффициента шероховатости как функции от разгона ветра[9], заимствованной из модели FLake, вместо постоянного значения $z_0 = 10^{-3}$ м, значений ошибок температуры поверхности в LAKE приблизились к таковым модели FLake (средняя ошибка 1.17°C, СКО 1.96°C, при значениях 0.08°C и 1.1°C в базовом эксперименте, соответственно).

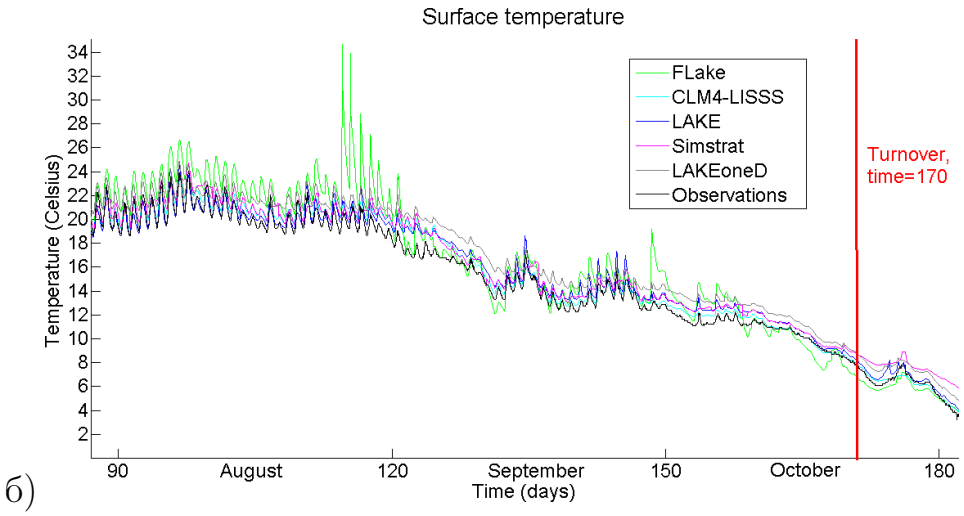
Турбулентные потоки тепла в приводном слое

Среднемесячный суточный ход турбулентных потоков тепла в атмосферу, для июля и ноября, показан на Рисунке 2.20. Примечательно, что суточный ход потока явного тепла, показанный на Рисунке 2.20а, характерен для всех месяцев с мая по сентябрь включительно, что имеет место также и в данных наблюдений (Nordbo et al., 2011). Этот поток почти всегда положителен, т.е. поверхность озера теплее приводного слоя. Минимальное значение потока отмечается около 16:00 местного времени, когда разница температуры вода-воздух падает. Ночью поток явного тепла увеличивается благодаря падению температуры воздуха. Это падение можно объяснить адвекцией воздуха с радиационно выхоложенной поверхности суши. В октябре форма суточного хода потока явного тепла сохраняется, однако со значительно меньшей амплитудой, и более высокими минимальными значениями (от 5.5 Вт/м^2 в результатах FLake до 12.5 Вт/м^2 по данным LAKE), свидетельствующими о сезонном охлаждении суши и, следовательно, переносимого с нее воздуха. Рисунок 2.20б демонстрирует почти отсутствие суточного хода потока явного тепла в ноябре, но также положительные значения потока, за исключением результатов модели LAKEoneD, где поток почти равен 0. Последнее согласуется с очень низкими значениями потока скрытого тепла в этой модели за тот же период (Рисунок 2.20г). Поскольку

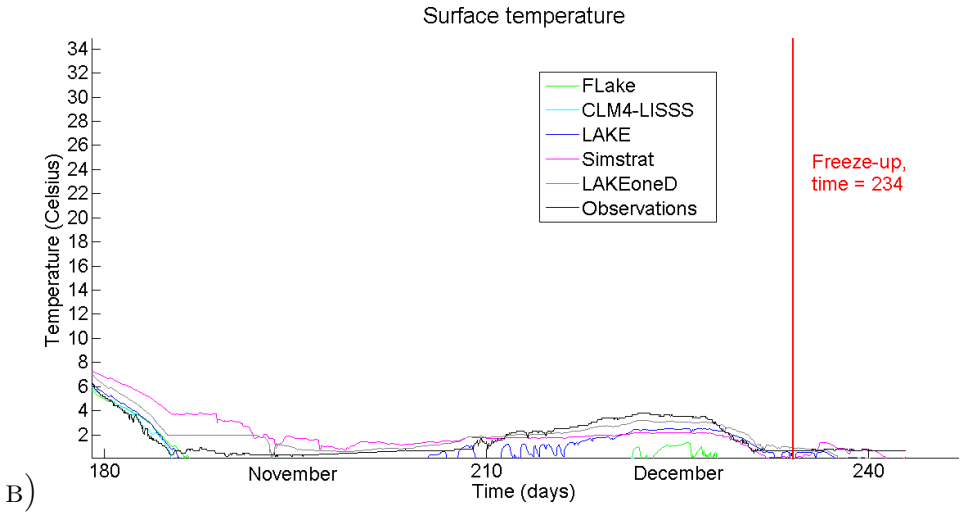
[9] *Разгоном ветра* называют расстояние от некоторой характерной точки, как правило, центра водоёма, до берега в направлении, противоположном ветру



а)



б)



в)

Рисунок 2.18 — Временные ряды температуры поверхности по результатам моделей (базовый эксперимент) и данным наблюдений на оз.Валькеа-Котинен (2 мая – 31 декабря 2006; рисунок а: май–июль; рисунок б: август –октябрь; рисунок в: ноябрь – декабрь). Начало оси абсцисс соответствует 00:30 местного времени 2 мая 2006 г.

температура поверхности (воды или льда – в случае наличия ледяного покрова) в модели LAKEoneD мало отличается в ноябре от температуры в других моде-

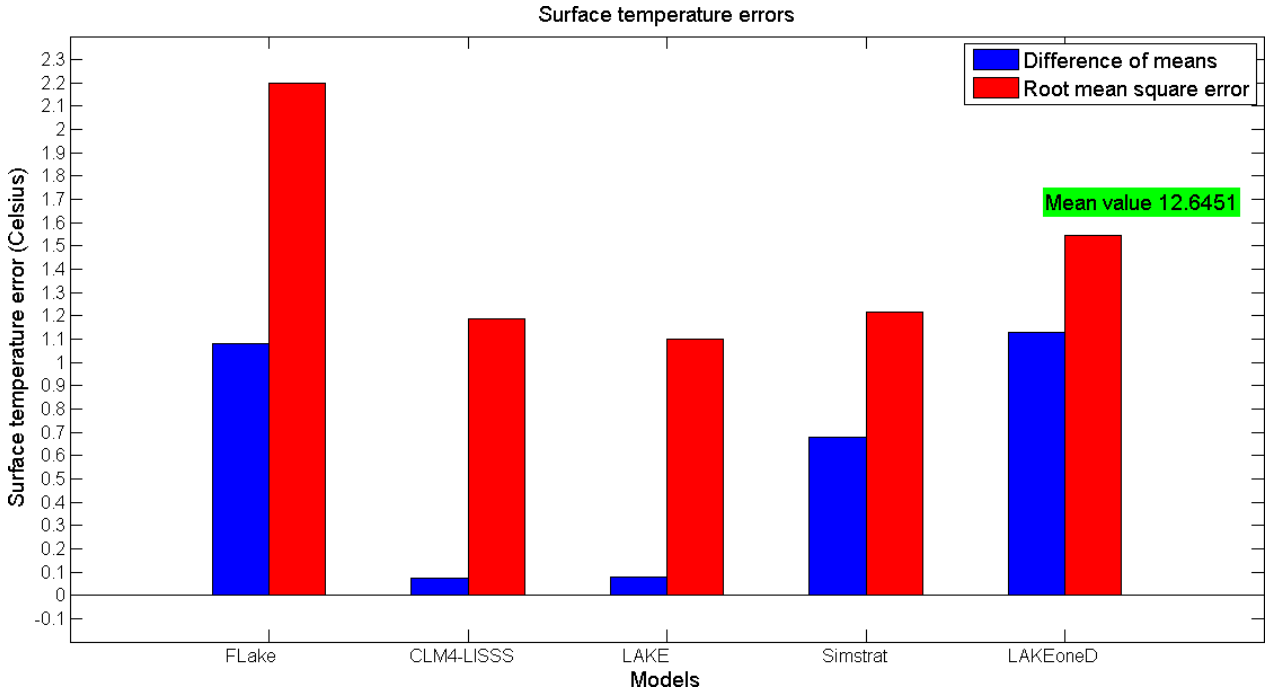


Рисунок 2.19 — Ошибки воспроизведения температуры поверхности моделями в базовом эксперименте (средняя ошибка дается синими столбиками; красными – среднеквадратическая ошибка). Средняя измеренная температура показана в зеленом прямоугольнике.

лях (Рисунок 2.18в), малые потоки тепла свидетельствуют о низких значениях коэффициентов обмена в схеме приводного слоя модели. Единственный месяц с постоянно отрицательными значениями потока явного тепла во всех моделях – это декабрь (с разбросом среди моделей от -3.6 до -14.4 Вт/м^2). В свою очередь, это способствует постепенному повышению температуры поверхности воды в первой половине декабря (Рисунок 2.18в).

Суточный ход потока скрытого тепла существенно отличается от хода потока явного тепла (Рисунок 2.20в). Так же, как и для потока явного тепла, суточный ход потока скрытого тепла для всех месяцев в период с мая по сентябрь имеет близкую форму. Максимум потока достигается около 14:00 местного времени. Время максимума очевидно связано с достижением максимума температурой поверхности озера, и, соответственно, удельной влажности у поверхности. Начиная с октября, суточный ход потока скрытого тепла сходит на нет (Рисунок 2.20г).

Поскольку пропуски в данных пульсационных потоков велики, для сравнения этих рядов с модельными из модельных рядов были исключены данные, совпадающие по времени с этими пропусками. Для результирующих рядов были

рассчитаны средняя ошибка и СКО (Рисунок 2.21). Как видно, средняя ошибка положительна для всех моделей и обоих потоков, т.е. потоки тепла моделями завышаются. Как средняя ошибка, так и СКО велики в сравнении со средними значениями потоков. Этот результат хорошо согласуется с полученным ранее для оз.Коссенблаттер (раздел 2.10.4, (Stepanenko et al., 2013)), а также с избыточным испарением, продемонстрированным для оз.Валькеа-Котинен схемой LAKEHTESSEL (Manrique-Suñén et al., 2013) (LAKEHTESSEL – это схема водоема, основанная на модели FLake, является частью схемы деятельного слоя HTESSEL (ЕЦСПП), (Dutra et al., 2010)). В последней статье сообщается о средней ошибке потока скрытого тепла для летних месяцев около 25 Вт/м^2, близкой к значениям на Рисунке 2.21.

Как было показано в разделе 2.10.4, систематический сдвиг между измеренными и рассчитанными потоками тепла может быть в значительной степени объяснен занижением реальных потоков тепла на поверхности водоема методикой пульсационных потоков. Основной аргумент здесь заключается в том, что для реальных потоков тепла на поверхности невязка, возникающая между алгебраической суммой потоков на поверхности и изменением теплосодержания столба воды (уравнение (2.87)) на больших временах осреднения должна быть мала. Однако, при подстановке пульсационных потоков в (2.87) она оказывается не мала, и ее знак соответствует занижению потоков пульсационной методикой. За обсуждением причин такого занижения "реальных" потоков (т.е. потоков, полученных из уравнения теплового баланса озера) читатель может обратиться к обширной литературе (например, (Wilson et al., 2002; Foken et al., 2006; Foken, 2008; Nordbo et al., 2011)).

Для оз.Валькеа-Котинен, подстановка пульсационных потоков в уравнение теплового баланса приводит к средней за период открытой воды 2006 г. невязке 16 Вт/м^2 (Nordbo et al., 2011). Если отнести эту невязку только к систематической ошибке пульсационных потоков, то это объясняет 46-70% средней ошибки модельного суммарного потока тепла (этот интервал соответствует разбросу между моделями средней ошибки суммарного потока от 23 до 35 Вт/м^2, Рисунок 2.21). Оставшиеся 30-54% средней ошибки модельного суммарного потока можно отнести на счет завышения моделями средней температуры поверхности (Рисунок 2.19) и ошибок схем приводного слоя. Ошибки схем приводного слоя могут иметь причиной существенную неоднородность ландшафта (лес как

"ступенька" на краю озера), неучет особенностей поверхностного волнения в условиях очень ограниченного разгона ветра и др. Существующий набор данных наблюдений на озере, к сожалению, не позволяет проанализировать эти причины детально.

Независимо от причин систематического сдвига между потоками тепла на поверхности озера и пульсационными потоками, последние, очевидно, отражают временную изменчивость динамики приземного слоя и потоков в нем на масштабах времени от внутрисуточного до сезонного, и поэтому могут быть использованы для валидации модельных потоков на уровне корреляции рядов. В этом отношении, все модели водоема продемонстрировали удовлетворительное качество: коэффициенты корреляции для потока явного тепла составили от 0.55 до 0.63, а для потока скрытого тепла – от 0.70 до 0.74.

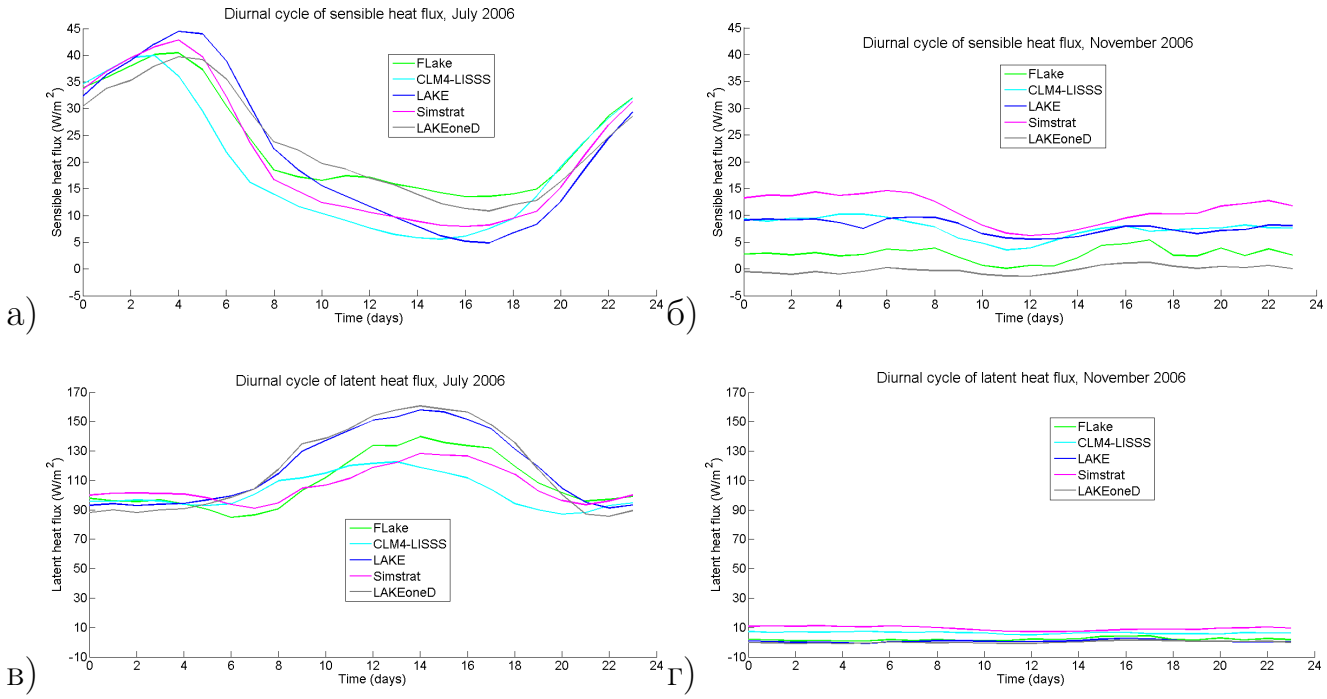
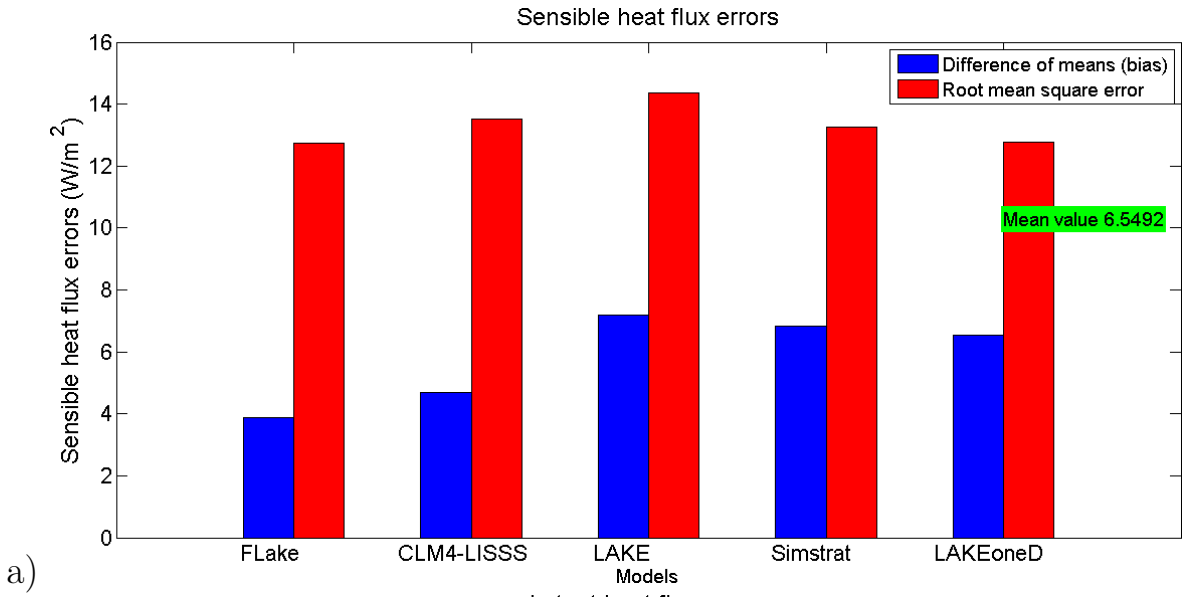
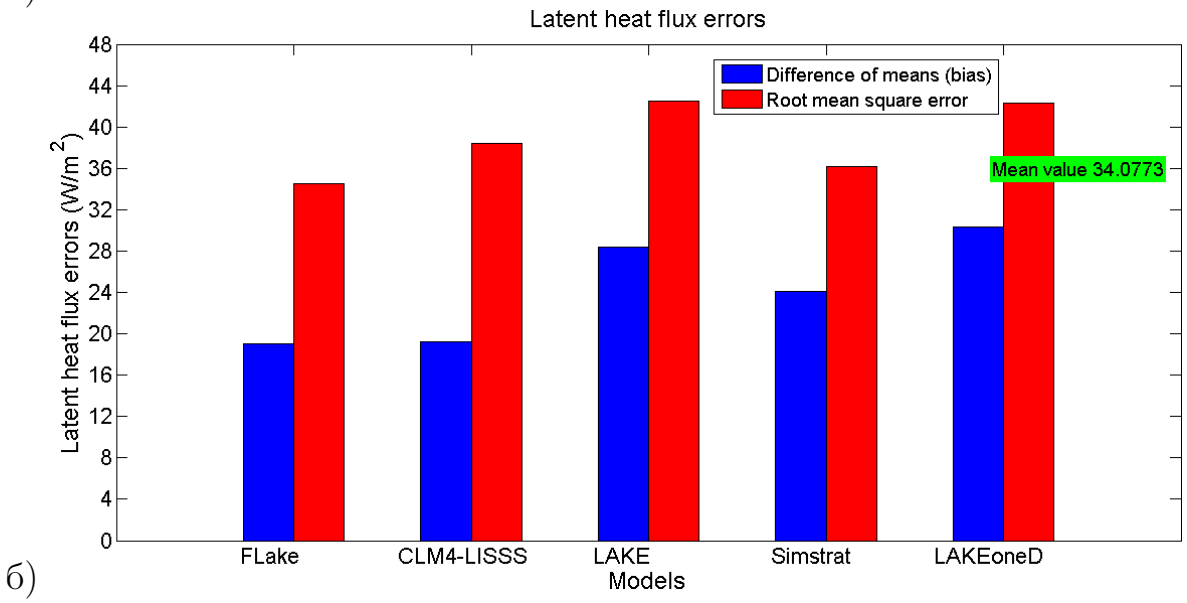


Рисунок 2.20 — Среднемесячный суточный ход потоков явного и скрытого тепла для июля и ноября 2006 г., рассчитанные в базовом эксперименте: (а) поток явного тепла, июль, (б) поток явного тепла, ноябрь, (в) поток скрытого тепла, июль, и (г) поток скрытого тепла, ноябрь.



а)



б)

Рисунок 2.21 — Ошибки воспроизведения потоков явного тепла (а) и скрытого тепла (б) моделями в базовом эксперименте (синие колонки – средняя ошибка; красные колонки – среднеквадратическая ошибка). Средние измеренные значения потоков явного и скрытого тепла даны в зеленых прямоугольниках на (а) и (б), соответственно

Вертикальное распределение температуры

Общая характеристика. Эволюция вертикального профиля температуры воспроизводится моделями довольно по-разному (Рисунок 2.22). Общей чертой во всех моделях является наличие стратифицированного периода (с перемешанным слоем у поверхности) и осеннего выравнивания профиля. Можно считать,

что лучше других летнюю стратификацию воспроизвела модель CLM4-LISSS (Рисунок 2.22б); в ней удачно отражено постепенное потепление водоема на всех глубинах до августа, и глубина перемешанного слоя составляет ∼1.5 м. Профиль температуры в термоклине почти линеен в этой модели; то же самое характерно для данных наблюдений (Рисунок 2.22е). Хорошие оценки ошибок для этой модели можно среди прочего объяснить аккуратной спецификацией параметров поверхности озера в условиях ограниченного разгона ветра, в частности, коэффициента шероховатости (Subin et al., 2012a).

Модель FLake воспроизводит характерную глубину перемешанного слоя (не считая коротких периодов почти двукратного сжатия этой величины, упомянутых выше), однако это единственная модель, в которой эта глубина уменьшается в течение июля и августа (2.22а). Этот результат согласуется с моделированием оз.Валькеа-Котинен схемой LAKEHTESSEL (Manrique-Suñén et al., 2013), которая использует FLake для вертикального переноса в озере. Это указывает на недостаточное развитие перемешанного слоя в модели в условиях слабого ветра (средняя скорость ветра на озере в 2006 г. составила 1.2 м/с со скоростями >5 м/с наблюденными в <5% измерений в течение периода открытой воды). Более того, термоклин в модели FLake более тонкий, чем в наблюдениях, и ограничен снизу слоем постоянной температуры (≈ 4°C) толщиной примерно 1 м. Это означает, что тепло практически не проникает ниже термоклина, и сохраняется выше него, что способствует положительной средней ошибке температуры поверхности (Рисунки 2.18 и 2.19).

Все три $k-\epsilon$ модели производят значительно большее перемешивание в озере, чем имело место по эмпирическим данным (Рисунки 2.22в-2.22д). При этом, перемешивание в модели Simstrat оказалось слабее, чем в двух других благодаря уменьшенному коэффициенту сопротивления в приводном слое (см. обсуждение роли потока импульса ниже в этом разделе). В распределении температуры модели LAKE в придонном слое часто наблюдается тонкий устойчивый слой, отсутствующий в LAKEoneD и Simstrat. Это указывает на роль донных отложений в LAKE (не учтенных в двух других моделях), которые создают устойчивую стратификацию у дна за счет потока тепла, направленного в более холодные слои грунта.

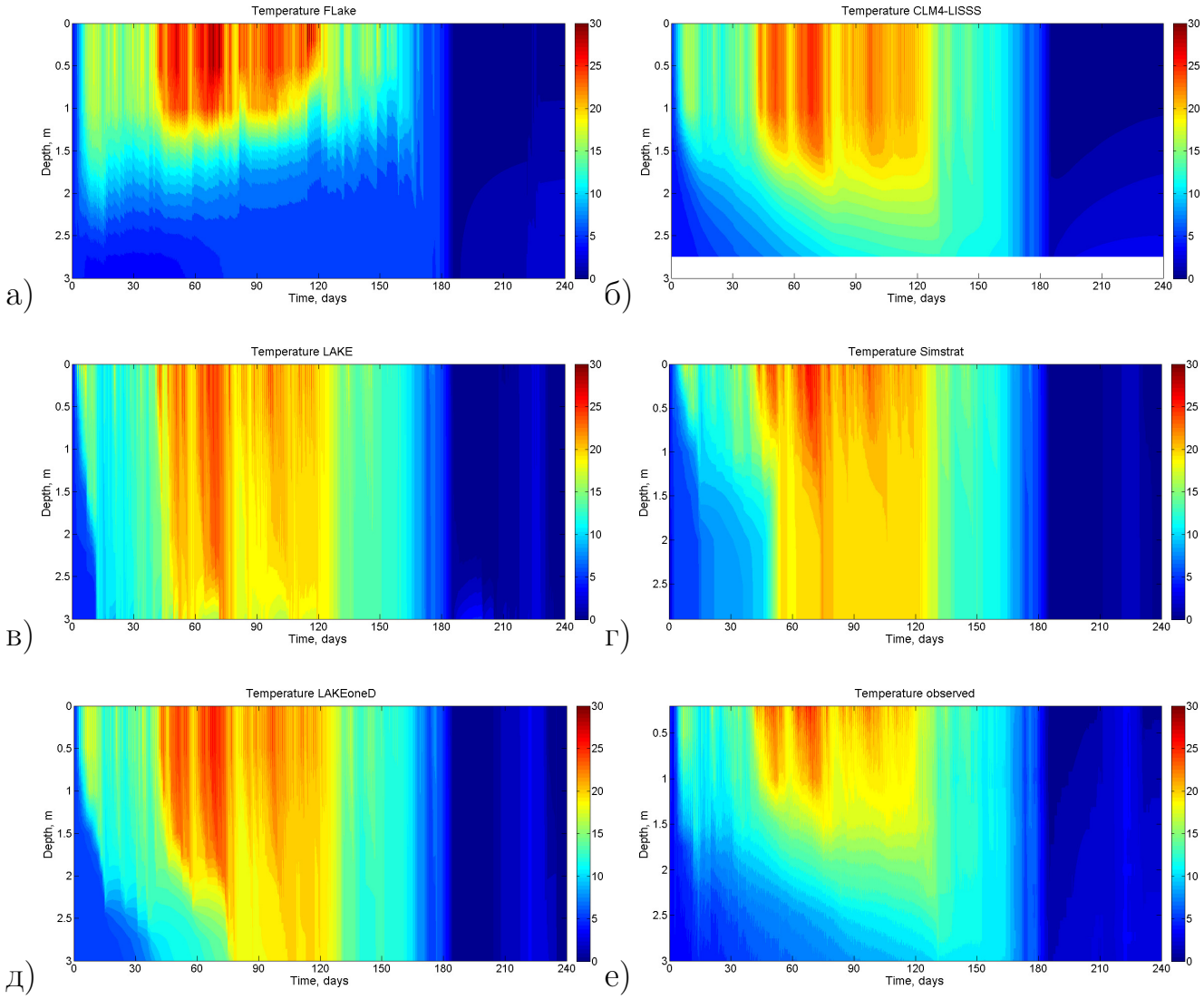


Рисунок 2.22 — Эволюция вертикального распределения температуры в оз. Валькеа-Котинен по результатам моделей в базовом эксперименте (а – FLake, б – CLM4-LISSS, в – LAKE, г – Simstrat, д – LAKEoneD) и данным измерений (е). Температура дана в °C, начало временно́й оси соответствует 0:30 2 мая 2006 г.

Коэффициент сопротивления. Рассмотрим теперь результаты численного эксперимента, в котором задавалась однородная глубина 6 м. В то время как модели FLake и CLM4-LISSS выдали профили температуры близкие к тем, которые были получены в эксперименте с глубиной 3 м (не показано), в моделях с замыканием $k-\epsilon$ получены существенно другие вертикальные распределения (Рисунки 2.23а-д). В модели LAKE вертикальное перемешивание оказалось значительно сильнее, чем в данных наблюдений (Рисунок 2.23е), моделях SimStrat и LAKEoneD (Рисунки 2.23б и 2.23в). Причиной этому является высокое значе-

ние коэффициента трения (сопротивления) C_d, определяющего поток импульса из атмосферы:

$$\tau = \rho_a C_d u^2, \tag{2.90}$$

где τ – поток импульса, ρ_a – плотность воздуха и u – модуль скорости ветра. В модели LAKE коэффициент трения, осредненный за период интегрирования, составил $1.2 \cdot 10^{-2}$, в то время как для других моделей эта величина была равна $1.8 \cdot 10^{-3}$ (FLake), $4.5 \cdot 10^{-3}$ (CLM4- LISSS), $1 \cdot 10^{-3}$ (SimStrat) и $1.1 \cdot 10^{-3}$ (LAKEoneD). Повышенное значение C_d в LAKE обусловлено относительно высоким значением коэффициента шероховатости (10^{-3} м), подобранным (как уже сказано выше) для наилучшего согласия с данными измерений по температуре поверхности. Величины C_d в модели CLM4-LISSS были также довольно высокими благодаря использованию зависимости коэффициента шероховатости воды от разгона ветра (Subin et al., 2012a). В модели FLake, зависимость шероховатости от разгона ветра также включена, но ее формулировка другая (через эмпирическую зависимость коэффициента Чарнока от разгона ветра) с другими результирующими z_0 и, соответственно, значениями C_d. Увеличенный поток импульса из атмосферы в модели LAKE вызывает бóльшую сдвиговую генерацию ТКЭ в перемешанном слое и бóльшую скорость его заглубления. Для проверки этой гипотезы, с моделью LAKE был проведен дополнительный эксперимент, со значением коэффициента трения $C_d = 10^{-3}$, при том, что потоки явного и скрытого тепла рассчитывались, как в базовом эксперименте. Получившееся при этом распределение температуры (Рисунок 2.23г) практически идентично распределению в модели SimStrat (Рисунок 2.23б) и близко к наблюдениям (Рисунок 2.23е).

Полученный выше результат свидетельствует в пользу того, что коэффициент сопротивления $\approx 10^{-3}$ является оптимальным для воспроизведения вертикального перемешивания в оз. Валькеа-Котинен во всех моделях, независимо от параметризации турбулентного обмена. Однако, это значение C_d существенно расходится со средней эмпирической величиной, полученной по данным пульсационных наблюдений на этом озере ($7 \cdot 10^{-3}$). Измеренное на оз.Валькеа-Котинен среднее значение $C_d = 7 \cdot 10^{-3}$ значительно превышает характерные величины для открытого океана и больших озёр (Wüest and Lorke, 2003; Репина и Артамонов, 2017), где обычно $C_d = 1 \div 2 \cdot 10^{-3}$, а порядок 10^{-2} достигается только для скорости ветра ≈ 1 м/с и ниже. Повышенное значение коэффи-

циента сопротивления для небольшого водного объекта может быть вызвано увеличенной шероховатостью, создаваемой молодым поверхностным волнением. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Возраст волнения C_p/U_{10} (C_p – фазовая скорость волн, U_{10} – скорость ветра на высоте 10 м) монотонно увеличивается с увеличением расстояния от подветренного берега. Фазовую скорость волны можно оценить из двух соотношений К.Хассельмана для значимой высоты волны $H_{1/3}$ (Hasselmann et al., 1973; Wüest and Lorke, 2003):

$$H_{1/3} = c_1 \left(\frac{u_{*a}^2 F}{g} \right)^{1/2}, \tag{2.91}$$

$$H_{1/3} = c_2 \left(\frac{u_{*a}^2}{g} \right) \left(\frac{C_p}{u_{*a}} \right)^{1/3}, \tag{2.92}$$

откуда следует:

$$C_p = c_3 \left(u_{*a} g F \right)^{1/3}, \tag{2.93}$$

где u_{*a} – динамическая скорость в воздухе, F – разгон ветра (среднее расстояние до берега), $c_1 = 0.051$, $c_2 = 0.96$, $c_3 = \left(c_1 c_2^{-1} \right)^{2/3} \approx 0.14$ – эмпирические константы. Таким образом, максимальный возраст волнения для водоёмов с размерами, например, 1 км и 100 м, 10 км и 1 км, отличается в $\sqrt[3]{10} \approx 2.15$ раза, то есть даже для относительно крупных озёр волнение продолжает развиваться и далеко от равновесия с полем ветра. Наибольший рост скорости волн на единицу расстояния от берега имеет место для небольших водоёмов ($\partial C_p / \partial F \sim F^{-2/3}$), где эффекты возраста волн на турбулентный обмен с атмосферой можно ожидать наиболее существенными.

Влияние степени развития волнения на турбулентный обмен можно выразить через коэффициент динамической шероховатости z_0 или C_d. Так, с использованием безразмерного разгона ветра $F_* \doteq Fg/U^2$ (Vickers and Mahrt, 1997a) (U – модуль скорости ветра в приводном слое), в модели FLake реализована следующая параметризация параметра Чарнока:

$$\alpha_{Ch} = \alpha_{Ch,0} + C_{Ch,1} F_*^{-1/3}, \tag{2.94}$$

$$z_0 = \alpha_{Ch} \frac{u_{*a}^2}{g}, \tag{2.95}$$

где $\alpha_{Ch,0} = 1.23{\cdot}10^{-2}$ – константа Чарнока для развитого волнения, $C_{Ch,1} = 0.7$ – эмпирическая постоянная. Отсюда, используя логарифмический профиль скорости, и значение скорости 5 м/с на высоте 2 м, можно получить, что для $F = 1$ км параметр шероховатости $z_0 = 3.7 \cdot 10^{-4}$ м, при стандартном значении параметра Чарнока – $z_0 = 4.2 \cdot 10^{-5}$ м, что вызывает увеличение потока импульса из атмосферы в первом случае по сравнению со вторым на 57%. Для озёр с размерами меньше 1 км эффект получается ещё сильнее.

Оценка эффекта неразвитого волнения на поток импульса, приведённая выше, оказывается намного ниже отношения измеренного на оз. Валькеа-Котинен C_d к величинам, характерным для протяжённых водных поверхностей. В этой связи, следует обратить внимание, что высокое измеренное значение коэффициента сопротивления в приводном слое воздуха может быть нерепрезентативным для водной поверхности малого озера, поскольку значительная часть футпринта потока импульса может оказаться на суше. Дополнительным фактором формирования *переменного по высоте* потока импульса в приводном слое служит также наличие леса вокруг исследуемого озера. Репрезентативность потока импульса, измеренного по методике ковариации пульсаций в этом случае, обсуждается ниже в Разделе 2.12.

В случае, когда поле поверхностного волнения не достигает равновесия с приводным слоем воздуха (неразвитое волнение), принято считать, что поток импульса из атмосферы разделяется на два: один из них сообщается движениям, связанным с поверхностным волнением, а второй ускоряет подповерхностное течение (Wüest and Lorke, 2003). При этом можно предположить, что уменьшенный за счёт образования волн импульс, передаваемый течению, обуславливает более медленное сезонное заглубление перемешанного слоя по сравнению со случаем, когда волнение отсутствует. Частично этот эффект компенсируется обрушением молодых волн, который можно сформулировать как поток ТКЭ на верхней границе перемешанного слоя (Craig and Banner, 1994). Этот поток есть передача кинетической энергии волнения в количество ТКЭ в перемешанном слое, что способствует увеличению вовлечения на нижней границе эпилимниона. Тем не менее, часть кинетической энергии волнения непрерывно теряется при обрушении на мелководье и таким образом не участвует в формировании турбулентного режима перемешанного слоя озера. Следует оговориться, что приведённую концепцию сложно подтвердить на строгом теоретическом

уровне, когда поле скорости разлагается на среднюю, турбулентную и волновую компоненту с описанием обмена между этими составляющими. В то же время, лабораторные эксперименты подтверждают большую чувствительность вертикального профиля скорости течения к наличию и направлению волнения (см. (Lin, 2008), а также теоретические оценки влияния волнения на профиль скорости в (Tambroni et al., 2015)).

Для оценки эффекта волнения на глубину перемешанного слоя в первом приближении, в модель LAKE была включена параметризация разделения потока импульса (Stepanenko et al., 2014), опирающаяся на работы (Китайгородский и Волков, 1965; Lin et al., 2002). Поток импульса в граничном условии для уравнения движения задавался как $\tau = \tau_a - \tau_{waves}$, где τ_a – поток импульса из атмосферы, τ_{waves} – поток, сообщаемый волновым движениям (Wüest and Lorke, 2003). Результирующие профили температуры в модели LAKE представлены на Рисунке 2.23д, где видно, что эффект от разделения потока импульса оказывается практически таким же, как от уменьшения коэффициента сопротивления (Рисунок 2.23г). Этот результат требует дальнейшей проверки по причине простоты параметризации разделения потока импульса. В частности, в ней явно не учитываются такие эффекты как переход волновой энергии в ТКЭ в результате обрушений, взаимодействие между волновыми движениями и течением. Более строгий подход предполагает привлечение более подробных моделей взаимодействия полей волнения и течений (Fan et al., 2010).

Эффект морфометрии дна. В этом разделе обсуждается эксперимент, проведенный с $k-\epsilon$ моделями, где было учтено неоднородное распределение глубины. Озеро Валькеа-Котинен имеет котловину с значительными уклонами дна практически по всем горизонтальному проложению дна (Рисунок 2.17b), так что эффекты морфометрии могут быть существенными. Вертикальное распределение температуры, полученное в этих экспериментах (Рисунок 2.24) демонстрирует значительно больший прогрев под термоклином, чем в экспериментах с однородной глубиной. Для объяснения этого результата обратимся к уравнению притока тепла:

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} = \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}Ak_T\frac{\partial \overline{T}}{\partial z} + F_{T,b}\frac{1}{A}\frac{dA}{dz} - \frac{1}{\rho_{w0}c_w}\frac{\partial \overline{S}}{\partial z}, \tag{2.96}$$

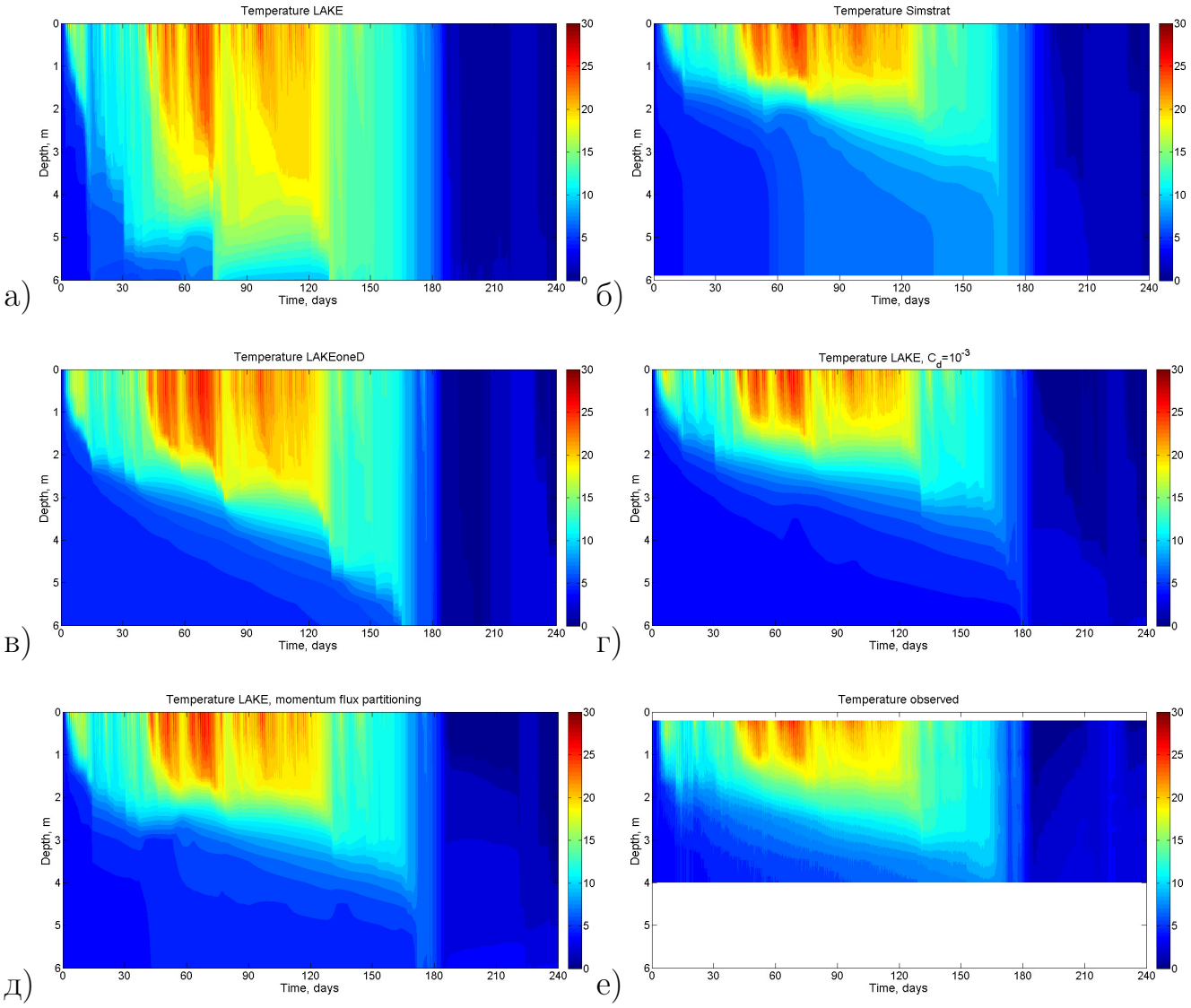


Рисунок 2.23 — Эволюция вертикального распределения температуры в оз. Валькеа-Котинен по результатам $k-\epsilon$ моделей в эксперименте с глубиной 6 м без учета неоднородности распределения глубины (а – LAKE, б – Simstrat, в – LAKEoneD, г – LAKE с $C_d = 10^{-3}$, д – LAKE с разделением потока импульса), и данным наблюдений (рисунок е – то же, что и Рисунок 2.22е, но с другой вертикальной шкалой). Температура дана в °C, начало временно́й шкалы соответствует 0:30 2 мая 2006 г.

где k_T – коэффициент температуропроводности, F_{Tb} – поток тепла через наклонное дно. Второе слагаемое в правой части (2.96) не учитывалось в моделях LAKE, SimStrat и LAKEoneD. Далее, раскрывая первое слагаемое правой части, имеем:

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k_T \frac{\partial \overline{T}}{\partial z} - \frac{1}{\rho_{w0} c_w} \frac{\partial \overline{S}}{\partial z} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dz} k_T \frac{\partial \overline{T}}{\partial z}. \tag{2.97}$$

Последнее слагаемое в правой части уравнения (2.97), которое отвечает за эффекты морфометрии, всегда положительно под перемешанным слоем озера в летнее время, потому что $dA/dz < 0$ и $dT/dz > 0$. Таким образом, включение эффектов мофометрии эквивалентно добавлению источника тепла, что и приводит к распределениям, показанным на Рисунке 2.24. Физическая причина указанного эффекта заключается в том, что при учете неоднородного распределения глубины любой данный поток тепла на глубине z, направленный вниз, нагревает меньший объем воды, чем при однородном распределении глубины. Очевидно, что это эффект нагрева должен по меньшей мере частично компенсироваться стоком тепла в относительно холодные (в теплое время года) донные отложения. Таким образом, на примере оз. Валькеа-Котинен можно сделать вывод, что для озер с сильно меняющейся с глубиной площадью горизонтального сечения A включение эффетка морфометрии в уравнение притока тепла должно сопровождаться учетом краевого потока тепла в донные отложения $F_{T,b}$.

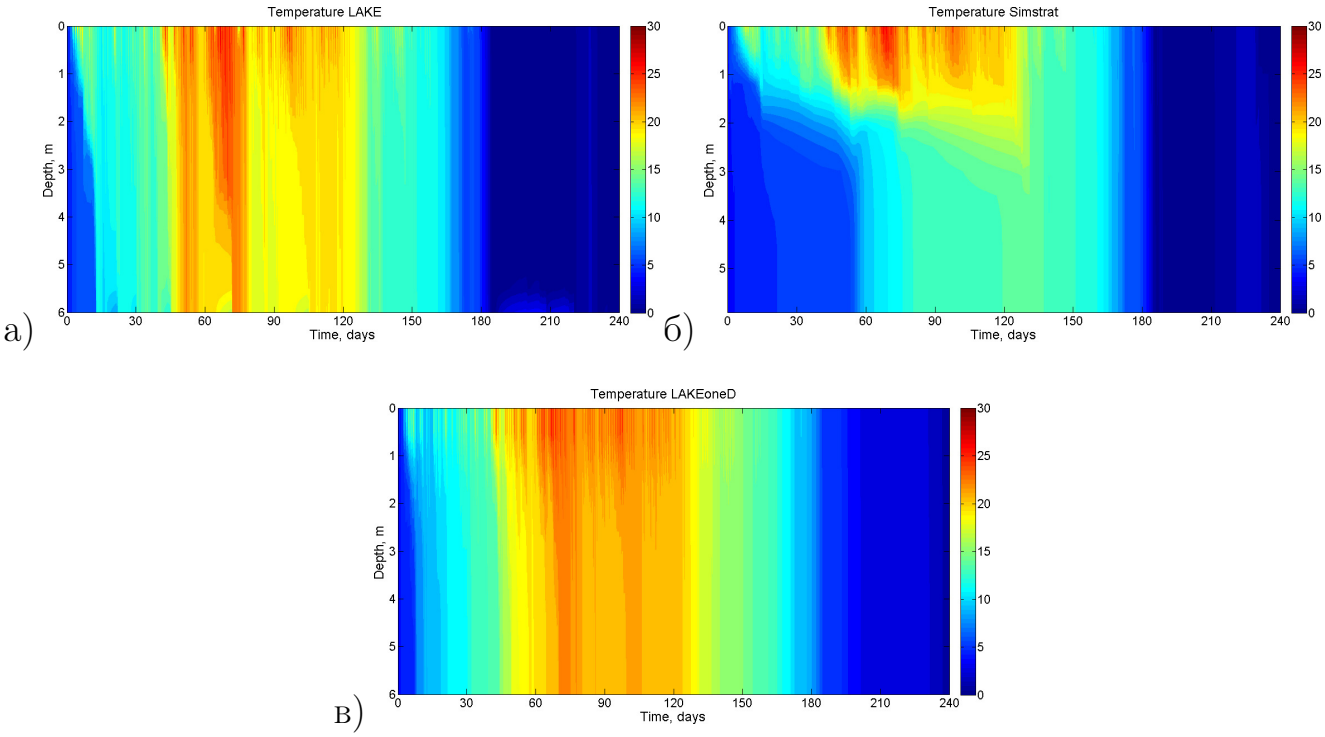


Рисунок 2.24 — Эволюция вертикального распределения температуры в оз. Валькеа-Котинен по результатам $k - \epsilon$ моделей в эксперименте с глубиной 6 м с учетом неоднородности распределения глубины (а – LAKE, б – Simstrat, в – LAKEoneD). Температура дана в °C, начало временно́й шкалы соответствует 0:30 2 мая 2006 г.

2.11.4 Выводы

Пять одномерных моделей водоема, использующих различные турбулентные замыкания, схемы приводного слоя воздуха и параметризации донных отложений были использованы для расчета термодинамического режима оз. Валькеа-Котинен для периода открытой воды 2006 г., с использованием для граничных условий данных метеорологических измерений на самом озере. Результаты моделирования сопоставлены с данными измерений температуры воды и потоков тепла, влаги и импульса в приводном слое (по методу ковариации пульсаций).

Температура поверхности озера воспроизведена моделями в целом успешно, однако с завышением средней величины на $0.1°C - 1.1°C$ и короткими "выбросами". Потоки явного и скрытого тепла в атмосферу завышены в среднем всеми моделями относительно результатов пульсационных измерений. Это согласуется с результатом, полученным ранее дла оз. Коссенблаттер, Раздел 2.10.4, (Stepanenko et al., 2013). От 46 до 70% (для разных моделей) этого систематического сдвига может быть объяснено средней ошибкой суммарного потока тепла по данным пульсационных измерений относительно потока, полученного из теплового баланса водоема. С другой стороны, коэффициенты корреляции между пульсационными потоками и потоками, рассчитанными моделями водоема, довольно высоки как для потока явного тепла ($0.55 - 0.63$), так и для потока скрытого тепла ($0.70 - 0.74$).

Что касается вертикального распределения температуры, то удачный результат в базовом эксперименте продемонстрирован моделью CLM4-LISSS. Модель FLake реалистично воспроизводит характерные значения глубины перемешанного слоя, однако эта величина уменьшается в модели во второй половине лета, что противоречит как данным наблюдений, так и другим моделям. По всей видимости, это связано с недостаточным заглублением перемешанного слоя в модели в условиях слабого ветра, характерного для оз. Валькеа-Котинен. Расчеты по моделям озера, построенным на $k - \epsilon$ замыкании (LAKE, SimStrat, и LAKEoneD), позволили получить близкие пространственно-временные распределения температуры, чувствительные к выбору коэффициента сопротив-

ления в приводном слое. При задании этого коэффициента 10^{-3} в LAKE и SimStrat, было получено реалистичное вертикальное распределение температуры. Однако, это "оптимальное" значение значительно меньше полученного по результатам обработки данных акустического анемометра ($C_d = 7 \cdot 10^{-3}$). Высокое значение C_d по методу ковариации пульсаций не может быть полностью объяснено повышенной шероховатостью водной поверхности вследствие малого возраста волнения на небольшом озере, поэтому проверки требует гипотеза о репрезентативности потока импульса, измеренного подобным образом на небольшом открытом участке, окружённом лесом.

Впервые сформулирована гипотеза об уменьшении толщины сезонного перемешанного слоя в небольшом водоёме вследствие потребления полем развивающегося волнения части потока импульса и кинетической энергии из атмосферы и неполной последующей передачи этого импульса и энергии полю средней скорости и ТКЭ.

И наконец, рассмотрен эффект неоднородного распределения глубины (морфометрии) в $k-\epsilon$ моделях. Включение эффекта морфометрии существенно усиливает рост температуры ниже перемешанного слоя водоема. Это вызвано меньшим объемом воды, который нагревается потоком тепла сверху. Ухудшение при этом согласия результатов расчетов с измеренным полем температуры обусловлено неучетом краевого стока тепла в донные отложения на каждой глубине. Упомянутые эффекты пропорциональны величине $dA/dz \cdot A^{-1}$, которая велика для оз. Валькеа-Котинен на всех глубинах в силу значительного уклона дна.

2.12 Обсуждение систематического расхождения турбулентных потоков по расчетам моделей водоёма и по методу ковариации пульсаций

Сравнение сезонно-осреднённых потоков явного и скрытого тепла по данным моделей озера и пульсационных измерений показали, что оба потока оказываются существенно ниже по данным наблюдений (Рисунки 2.15 и 2.21).

Аналогичный результат получен при применении моделей FLake и LAKE к оз. Куйваярви (Финляндия) в работе (Heiskanen et al., 2015). Исключение ошибки температуры поверхности (т.е. использование теории Монина-Обухова для расчёта потоков тепла с измеренной температурой поверхности, Рисунок 2.16) приводит к близким результатам. Поскольку модели водоёма используют закон сохранения тепла, и часть из них удовлетворительно воспроизводит вертикальный профиль температуры, то рассчитываемые ими потоки явного и скрытого тепла должны быть близкими к значениям, получаемым классическим методом теплового баланса. Иными словами, по методу теплового баланса потоки также должны превышать таковые по методике ковариации пульсаций, что и показано, в частности, в работе (Nordbo et al., 2011). В дополнение к этому, использование потоков тепла по методу ковариации пульсаций как граничных условий в модели LAKE приводит к значительному увеличению ошибки температуры поверхности (Раздел 2.10.4). В связи с этим, в настоящем разделе приводится дополнительное обсуждение природы ошибок метода ковариации пульсаций в условиях неоднородного ландшафта, ярким примером которого является озеро, окружённое лесом. Это представляется тем более важным, что в последнее десятилетие значительно возросло количество стационарных долговременных EC(eddy covariance)-станций на внутренних водоёмах. Исходя из понимания причин систематических ошибок пульсационных измерений, можно рекомендовать усовершенствование методик наблюдений.

Очень полезным инструментом в задаче установления связи EC-потоков в точке с потоками тепла на поверхности или потоками в приземном слое, полученными горизонтальным осреднением, является вихреразрешающее моделирование (LES), поскольку оно позволяет с высоким разрешением получать эволюцию трёхмерных полей всех термогидродинамических полей, участвующих в формировании турбулентных потоков. В связи с этим, кратко рассмотрим результаты работы (Глазунов и Степаненко, 2015)[10], где по данным LES-моделирования рассматриваются основные особенности трёхмерного атмосферного потока над озером, окружённым лесом. Используется LES-модель, разработанная в ИВМ РАН и НИВЦ МГУ А.В.Глазуновым (Глазунов, 2009, 2014).

В центре расчётной области вихреразрешающей модели расположено “озеро”, представляющее собой эллипс с полуосями 200 м и 60 м, что примерно со-

[10]Расчёты и анализ результатов выполнены А.В.Глазуновым

ответствует размерам оз. Валькеа-Котинен. “Озеро” в модели окружено массивом прямоугольных параллелепипедов, имитирующих лесную растительность. Доля площади поверхности, занятая объектами, составляет 0.25. Расчеты проводились при высоте параллелепипедов 16 метров и 8 метров. Сеточный размер области в основных расчетах составлял 1024×512×128 или 512×1024×128 узлов, с шагом сетки 0.5 м по всем трем пространственным направлениям. Шаг по времени выбран 0.025 с. Численный эксперимент проводился на 1.5 ч модельного времени, последние 0.5 часа использовались для осреднения и вычисления статистических моментов турбулентных полей. Во всех расчётах набегающий поток был нейтрально стратифицированным. Неустойчивая или устойчивая стратификация над озером достигалась заданием температуры поверхности Θ_s, которая была выше или ниже температуры набегающего воздуха Θ_0 на 5 K (во всех расчетах $\Theta_0 = 282$ K). Вычисления проводились на суперкомпьютере “Ломоносов” МГУ (Sadovnichy et al., 2013) с использованием до 2048-ми ядер в параллельном режиме.

На Рисунке 2.25 (сверху) изображено среднее течение в погранслое над "озером". Отчётливо виден ротор на подветренном берегу, а также значительный сдвиг скорости приблизительно на уровне "деревьев" над значительной частью площади "озера". Этой же высоте соответствует максимум сдвиговой генерации ТКЭ и самой ТКЭ (не показано). Потоки тепла и импульса, полученные горизонтальным и временным осреднением, также оказываются существенно зависимыми от высоты (Рисунок 2.25, снизу). Максимальный поток импульса имеет место примерно на высоте "деревьев", и убывает практически до нуля у поверхности. Таким образом, можно ожидать, что поток импульса, измеренный как ковариация пульсаций на некоторой высоте над поверхностью, будет выше, чем фактическое трение на поверхности (в ≈2 раза на высоте ≈ 2 м в данных LES-расчётах). Обратная картина отмечается с потоком явного тепла: здесь поток максимален по модулю на поверхности и быстро убывает с высотой, так что значение этой величины, полученное по EC-технологии, вероятно, будет ниже, чем значение на поверхности (на ≈ 30% на высоте ≈ 2 м по результатам LES).

Приведённые результаты подтверждают высказанную выше гипотезу, что EC-измерения дают оценки турбулентных потоков, систематически отклоняющиеся от значений потоков на поверхности, так что потоки, рассчитанные по

одномерным моделям озера, ближе к значениям на поверхности. Этот вывод представляется заранее неочевидным, т.к. теория подобия Монина-Обухова, которая используется в большинстве моделей, не учитывает эффектов неоднородности подстилающей поверхности. Примечательно, что поток импульса, вычисленный этими же моделями (для озёр Коссенблаттер, Валькеа-Котинен и Куйваярви (Heiskanen et al., 2015)), в среднем ниже, чем EC-поток (не показано) – также, как и в LES-расчётах поток на поверхности меньше потока на вышележащих уровнях, т.е. поток импульса по моделям водоёма, вероятно, также ближе к действительному трению на поверхности, чем трение, оцененное по измерениям акустических анемометров.

Лабораторное исследование баланса импульса в турбулентном потоке за прямоугольным уступом и за краем "леса", составленного из тонких высоких цилиндров, представлено в работе (Markfort et al., 2013). В обоих случаях лабораторные эксперименты, также как и в численных численных экспериментах А.В.Глазунова, показали наличие вихря с горизонтальной осью, а также рост дисперсии продольной компоненты скорости и потока импульса с высотой над поверхностью, следующей за уступом ("лесом"), до уровня примерно высоты уступа ("леса"). Авторы делают вывод, что наличие уступа (леса) существенно влияет на поток импульса на новой поверхности и турбулентные статистики на расстояниях до 100 высот уступа (деревьев), и только на бóльшем удалении от кромки леса пограничный слой можно считать приспособившемся к новой подстилающей поверхности.

Неоднородность распределения потока импульса по высоте зафиксирована также и в пульсационных измерениях в неоднородных ландшафтах. Так, зимой 2015 г. на побережье Белого моря (территории Беломорской биологической станции МГУ имени М.В.Ломоносова) сотрудниками и студентами МГУ и ИФА РАН имени А.М.Обухова, при участии автора, произведён натурный эксперимент, в котором на оз. Верхнее, с горизонтальными размерами $\approx$ 200 м$\times$130 м, было установлено несколько акустических анемометров, в т.ч. – в центре озера – мачта с двумя уровнями измерений . В течение 5 суток наблюдений отмечено два периода большой скорости ветра и один период слабого ветра. При этом поток импульса на высоте 5 м всегда превышал поток импульса на высоте 2 м, в среднем в 2 раза. Дисперсия вертикальной скорости была также существенно больше на верхнем уровне, в то время как ТКЭ с высотой менялась слабо, что

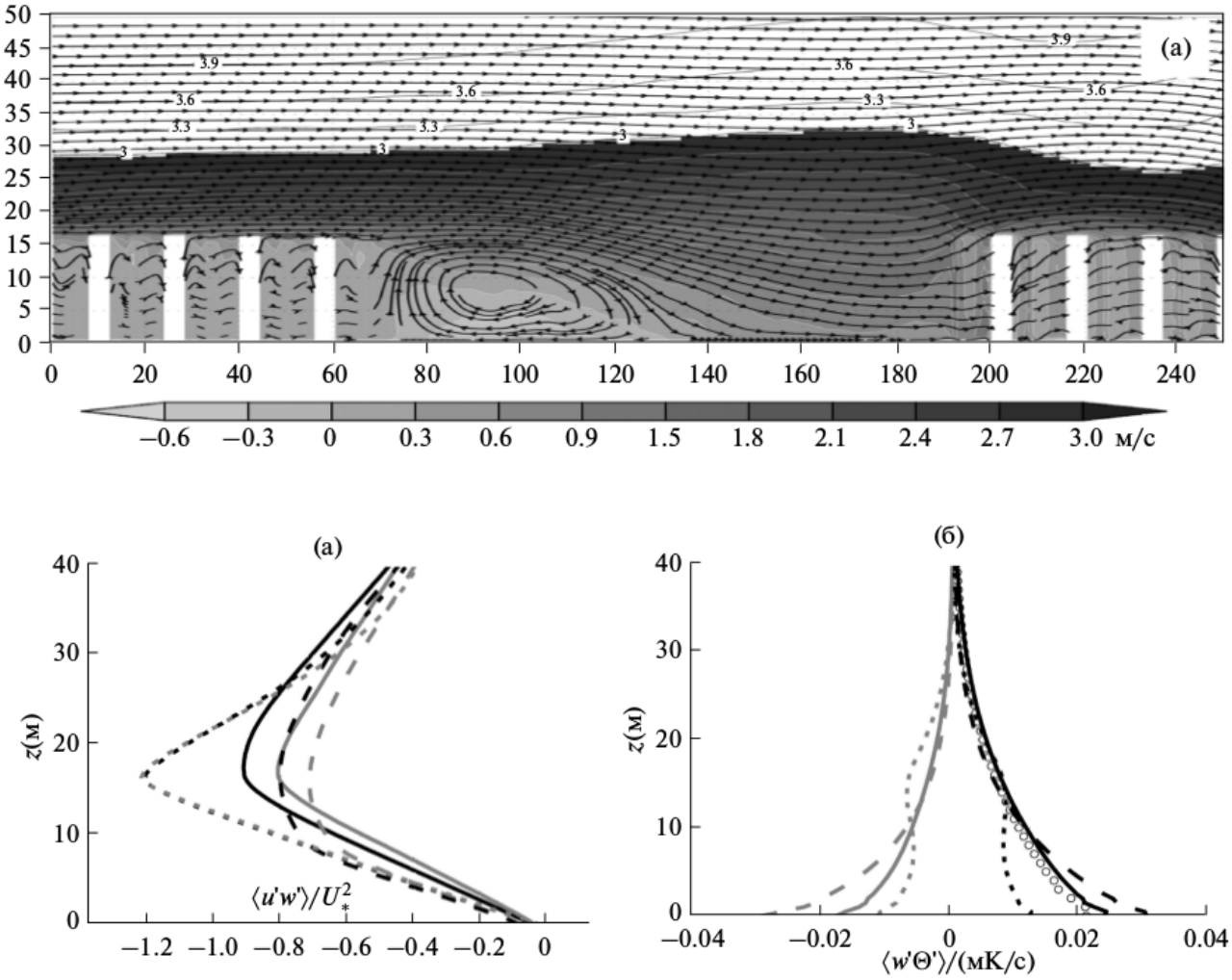


Рисунок 2.25 — Результаты вихреразрешающего (LES) моделирования турбулентного потока над небольшим озером, окружённым лесом. Сверху – среднее течение в вертикальной плоскости, проходящей через центр “озера”. Продольная компонента средней скорости ветра изображена оттенками серого. Нанесены линии тока, указывающие направление течения. Снизу – осреднённые по площади “озера” характеристики турбулентности в зависимости от высоты: слева – вертикальный турбулентный поток импульса, нормированный на квадрат скорости трения в набегающем потоке, справа – турбулентный кинематический поток тепла. Различные кривые соответствуют численным экспериментам с различными параметрами

уже не согласуется с изложенными выше результатами LES-расчётов. Объяснение последнему требует дальнейших исследований.

В подтверждение этим закономерностям можно привести также результаты крупного международного эксперимента TurbEFA (Queck et al., 2016), в ко-

тором на одной линии, пересекающей небольшую (размером ≈ 200 м$\times$130 м) поляну в лесу, были установлены 4 высоких мачты с 4-6 уровнями EC-измерений на каждой, причём две мачты находились в лесу, а две – на противоположных опушках поляны. На мачтах, расположенных на опушке, получен близкий к линейному рост потока импульса с высотой.

Примечательно, что изменение потока импульса с высотой над небольшим озером, окружённым лесом (или опушкой леса), как в LES-расчётах (Рисунок 2.25), так и в натурных измерениях (Queck et al., 2016; Barskov et al., 2017), оказалось близким к линейному. В вихреразрешающем моделировании квазилинейным получился также профиль потока тепла при стратификации обоих знаков. Это позволяет предположить, что, имея пульсационные измерения на двух-трёх уровнях в приземном слое, можно линейной или другой простой функцией экстраполировать с этих уровней поток на поверхность, учитывая, что поток на поверхности и является искомым в большинстве исследований. Теоретического обоснования линейности профилей потоков в турбулентном погранслое за уступом в литературе, по-видимому, ещё представлено не было, но эмпирическая проверка этой гипотезы не составляет труда, если, наряду с пульсационными измерениями, проводятся теплобалансовые измерения в почве (водоёме).

В контексте приводимого здесь обсуждения объяснение получает высокое значение коэффициента сопротивления C_d, измеренное на оз. Валькеа-Котинен и обсуждаемое в Разделе 2.11.3. А именно, теперь есть основания считать, что измеренный в приводном слое поток импульса значительно превышает поток импульса на поверхности, и для получения в одномерных моделях реалистичной глубины перемешанного слоя не требуется привлекать гипотезу о разделении потока импульса из атмосферы. Представляется, что в настоящее время уровень теории, вычислительный технологий и средств измерений не позволяет строго оценить количественное соотношение обсуждаемых здесь физических эффектов (неоднородности пограничного слоя и развития волнения на небольших разгонах ветра), и наука о турбулентных течениях в неоднородных ландшафтах, с одной стороны, и турбулентной динамике небольших водоёмов – с другой, ожидает основного своего развития в будущем.

2.13 Численное моделирование заглубленного максимума температуры в оз. Большой Вилюй (Камчатка) [11]

2.13.1 Введение

Замечательное свойство эстуариев и некоторых солёных озер заключается в нахождении пресного слоя воды поверх солёного. Это приводит к формированию заглублённого или придонного максимума температуры. Он наблюдается в т.н. гелиотермических озерах (Kalecsinsky, 1902; Егоров, 1991; Wetzel, 2001), в некоторых озёрах в период ледостава (Spigel and Priscu, 1996; Kirillin and Terzhevik, 2011), а также в искусственных солнечных прудах (Velmurugan and Srithar, 2008). К настоящему времени математические модели, воспроизводящие этот максимум, были либо специально развиты для случая плотностной стратификации этих водоемов (Shirtcliffe, 1964; Егоров и Зилитинкевич, 1999; Kirillin and Terzhevik, 2011) и не могут быть применены других водоёмов, либо разрабатывались для искусственных солнечных прудов (Rabl and Nielsen, 1975; Atkinson and Harleman, 1983; Bernad et al., 2013).

Заглублённый максимум температуры имеет значение для экосистемы водоёма. Дело в том, что положение пикноклина во многом определяет глубину максимума концентрации хлорофилла (Cantin et al., 2011). К максимуму хлорофилла, расположенному в металимнионе, приурочено значительная часть первичной продуктивности озёр (см. (Camacho, 2006) и приведённые в этой статье ссылки). В то же время, продуктивность фитопланктона в значительной степени зависит от температуры воды (Eppley, 1972; Quiros, 1988; Kishi et al., 2007). Таким образом, температура в металимнионе может значительно влиять на первичную продукцию и, следовательно, на продуктивность экосистемы в целом. Продуктивность же, в свою очередь, определяет трофический статус водоёма, с которым связана концентрация парниковых газов (Casper, 1992).

В настоящем разделе модель LAKE используется для расчёта термической структуры эстуарного озера Большой Вилюй (п-ов Камчатка). Модель

[11] Раздел написан на основе статьи (Stepanenko et al., 2018)

проверяется на данных наблюдений, собранных на этом озере в июле 2015 г. Небольшая амплитуда приливов позволяет пренебречь их адвективным и динамическим эффектами на масштабе времени порядка недели. Основываясь на модельных расчетах и физических законах, производится количественная оценка вклада различных физических механизмов в величину максимума температуры. Насколько известно автору, это делается впервые в мире.

2.13.2 Характеристика озера и данные измерений

Озеро Большой Вилюй (52.825° с.ш., 158.55° в.д.) расположено на восточном побережье п-ва Камчатка (Рисунок 2.26). Вместе с небольшим озером Малый Вилюй оно образует эстуарий, соединяющийся с океаном небольшим водотоком. Площадь оз. Большой Вилюй составляет 4.3 км^2, средняя глубина – 3 м. Глубина озера растет от 1.5-2 м в его южной части до 6.5-7 м – в северо-западной (Рисунок 2.26). Длина эстуарного водотока составляет примерно 2.5 км, ширина – от 50 до 200-300 м, а глубина в фазе отлива достигает 1 м. На побережье океана амплитуда приливов характеризуется величинами 1-2 м. В озере амплитуда приливов существенно ослабевает, вплоть до 0.01-0.03 м в северо-западной части. Основной приток в оз. Большой Вилюй – это р. Большой Вилюй. Минерализация в ней не превышает 20-40 мг/л ($\approx 0.02-0.04$‰). Благодаря наличию источников как пресной, так и солёной воды, тело водоема состоит из двух водных масс: верхний перемешанный слой распресненной воды и нижний стратифицированный слой солёной воды. Это приводит к наличию очень устойчивого пикноклина, с верхней границей на глубине ~ 1.5 м в летнее время года (Горин, 2013). В то время как пресная вода поступает в озеро непрерывно, морская вода, по-видимому, проникает в озеро в основном зимой (Горин, 2013). Солёность морской воды варьирует от 25‰ летом до 32‰ зимой. Климат побережья умеренной морской, летом преобладает облачная погода, с небольшими дождями, моросью и туманами. Характерной чертой местной атмосферной циркуляции являются бризы.

Автоматические измерения[12] были проведены на озере в 2015 г. в двух точках – на заякоренном катамаране (Рисунок 2.27) и на берегу озера (Рисунок 2.26), в период с 15 по 28 июля (см. список приборов и измеряемых величин в Таблице 2.7). Кроме этих измерений, осуществлялись ежедневные измерения вертикального распределения температуры и солёности зондом CastAway-CTD рядом с катамараном. Также были проведены две полные съемки озера тем же зондом. Временные ряды акустического анемометра были синхронизированы с данными газоанализатора, для последующего расчета турбулентных потоков явного тепла[13], импульса и метана. Турбулентные потоки были вычислены[14] по методу ковариации пульсаций с привлечением спектральной коррекции (Moncrieff et al., 2004), компенсации флуктуаций плотности (Webb et al., 1980), поправки акустической температуры на влажность воздуха (Van Dijk et al., 2004), компенсации временного сдвига, двойного поворота для компенсации наклона оси прибора, блокового осреднения, и статистических тестов (Vickers and Mahrt, 1997b). Интервал для скользящего осреднения был выбран равным 20 мин, результирующие временные ряды турбулентных потоков получены с шагом 10 мин.

Для оценки прозрачности воды в озеро погружался белый объект до глубины видимости наблюдателем – аналогично измерениям диском Секки.

2.13.3 Постановка численных экспериментов

В экспериментах по воспроизведению термического режима оз. Большой Вилюй в модели LAKE задавалось 40 слоев сетки. В $k-\epsilon$ замыкании использовались функции устойчивости В.Кануто и соавт. (Canuto et al., 2001), плотность воды рассчитывалась как функция температуры и солёности согласно (McCutcheon et al., 1993). Турбулентные потоки в приводном слое по теории подобия Монина-Обухова с безразмерными универсальными функциями из работ

[12] Участники экспедиции – И.А.Репина, А.Ю.Артамонов, В.М.Степаненко

[13] Потоки скрытого тепла не рассчитывались, поскольку в распоряжении участников экспедиции не было высокочастотного датчика влажности

[14] Вычисления выполнены И.А.Репиной

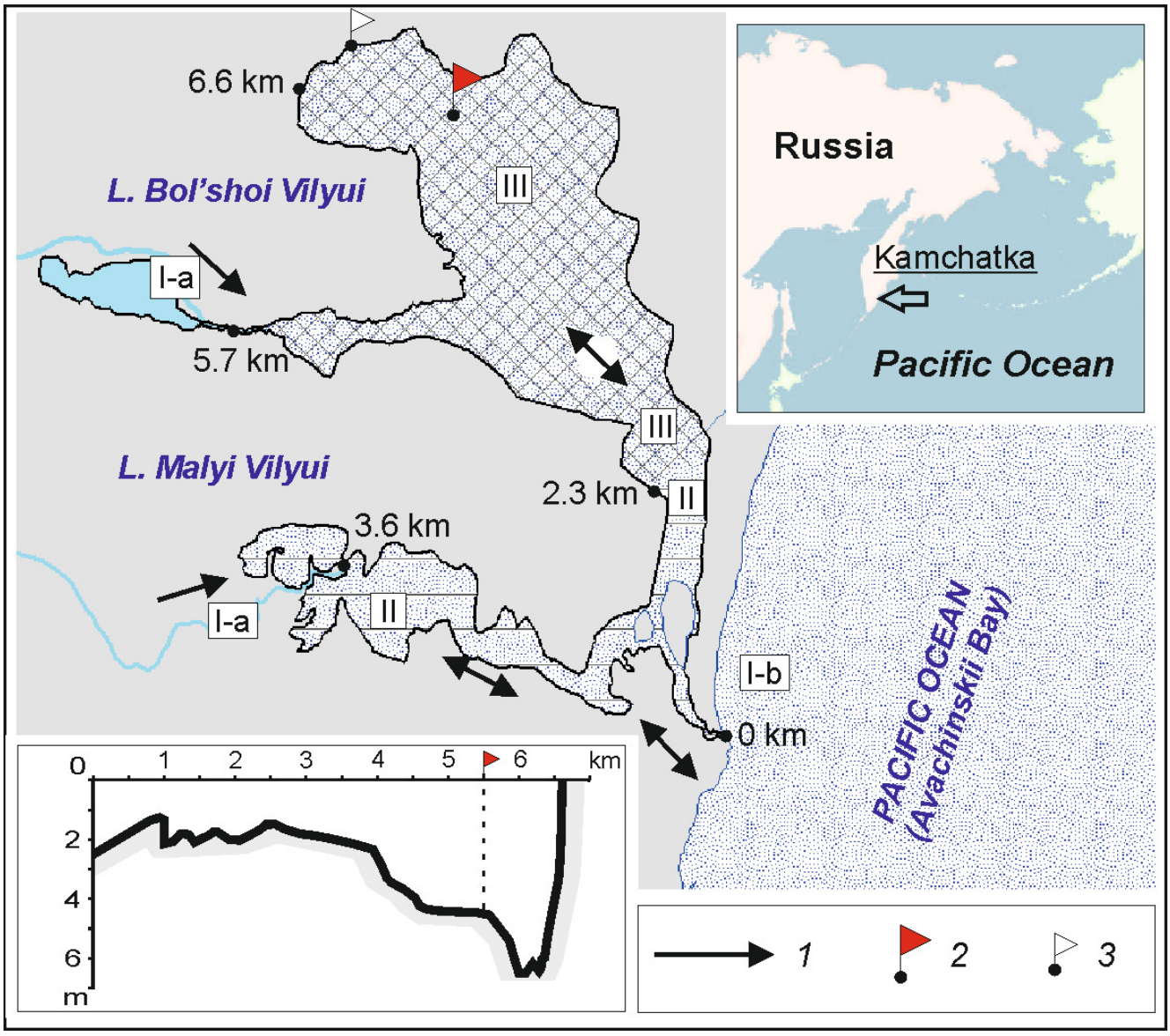


Рисунок 2.26 — Эстуарий р. Большой Вилюй и его гидрологические зоны (по С.Л.Горину): I-a – речные водные массы; I-b – морские водные массы; II – зона смешения; III – вторичные водные массы; 1 – направление течения рек и приливных течений; 2 – положение катамарана с комплексом измерений в июле 2015 г.; 3 – Вилючинский рыбоводный завод, положение наземных измерений; 6.6 км... и т.д. – расстояние от устья эстуария; на нижней врезке – продольный профиль эстуария и оз. Большой Вилюй (по горизонтали – расстояние от устья эстуария, глубины даны для фазы высокого прилива)

(Paulson, 1970; Businger et al., 1971). Поток импульса из атмосферы разделялся между ускорением течений и развитием поверхностного волнения согласно (Stepanenko et al., 2014).



Рисунок 2.27 — Катамаран с комплексом измерений, заякоренный на оз. Большой Вилюй в июле 2015 г. В состав приборов входят акустический анемометр Gill WindMaster 3D, газоанализатор LI-COR 7700, а также коса датчиков температуры воды

Ослабление коротковолновой радиации S с глубиной z задавалось по закону Бугера-Бэра-Ламберта (2.17) с переменным по глубине коэффициентом экстинкции α. По нашим измерениям, вода в пикноклине существенно мутнела с глубиной. Поэтому, в модели, под перемешанным слоем, величина α задавалась линейно увеличивающейся с глубиной до значения $2\alpha_{ML}$ на дне (здесь α_{ML} – коэффициент ослабления в перемешанном слое; его выбор поясняется ниже в Разделе 2.13.7).

Донные отложения в модели были представлены в виде 5 вертикальных колонок, начинающихся с разных глубин, с вертикальным переносом тепла и метана в каждой. Таким образом, был учтен теплообмен между телом водоема и донными отложениями на всех глубинах. Параметризация поверхностных

Таблица 2.7 — Приборы, установленные на оз. Большой Вилюй в июле 2015 г., и измеряемые ими величины

Прибор	Измеряемые величины	Частоты измерений (период)
	Катамаран	
Акустический анемометр WindMaster 3D (Gill Instruments)	Компоненты скорости ветра и акустическая температура. Средняя скорость ветра и температура	20 Гц
Газоанализатор LI-COR 7700	Концентрация метана в воздухе, температура воздуха и давление	20 Гц
Коса с датчикам температуры воды: 1 датчик Starmon mini, 4 датчика ATD-HR	Температура воды на глубинах 0.2 м, 1.15 м, 2.1 м, 3.05 м и 4 м	1 мин
	Берег озера	
Автоматическая метеостанция Davis Vantage Pro 2	Скорость ветра и направление на высоте 7 м, температура воздуха, атмосферное давление, и влажность на высоте 5 м	5 мин
Пиранометр CMP21 (Kipp & Zonen)	Восходящий и нисходящий потоки коротковолновой радиации	1 мин
Пиргеометр CGR3 (Kipp & Zonen)	Восходящий и нисходящий потоки длинноволновой радиации	1 мин

сейш (см. раздел 2.3) была в модели отключена, поскольку, наряду с ветровым воздействием, озеро подвержено влиянию приливов, которые могут сложным образом взаимодействовать с сейшами, и тогда указанная параметризация может вызывать в модели ложные эффекты. В модели были учтены адвективные слагаемые для температуры, солёности и импульса $\mathscr{A}_T$, $\mathscr{A}_s$, $\mathscr{A}_u$, $\mathscr{A}_v$, отражающие приток этих величин рекой, и исток водотоком, соединяющим озеро с океаном.

В расчетах оз. Большой Вилюй в модели задавались следующие параметры: $h = 7$ м, разгон ветра 1.5 км, суммарный расход рек и ручьев в перемешанный слой озера 2.8 м^3/с (Горин, 2013) (такой же расход предполагался из перемешанного слоя озера в океан), и температура рек считалась равной 6°C. Адвекция тепла и солёности приливами не учитывалась по двум причинам: (1) в северо-западной части озера, где осуществлялись измерения для сравнения с моделью, приливные колебания уровня воды очень малы (~ 1 см), т.е. мал про-

никающий в эту часть объем морской воды, и (2) общий объем воды, входящий в озеро из океана за приливной цикл, оценить с достаточной точностью трудно.

Для реалистичного учета в модели коэффициента шероховатости для импульса, величина z_0 была получена из данных пульсационных измерений над озером, с использованием логарифмического закона, скорректированного на эффекты стратификации (Repina et al., 2012). Этот параметр хорошо коррелировал со скоростью ветра, хотя известные параметризации z_0 (включая формулу Чарнока и ее обобщения) не позволили удовлетворительно воспроизвести эту зависимость при значениях скорости <4 м/с. Поэтому, в модели LAKE параметр z_0 рассчитывался как полином 4-й степени модуля скорости ветра, хорошо аппроксимирующий эмпирическую зависимость.

В качестве начальных условий по температуре и солёности были задействованы соответствующие профили, измеренные около катамарана зондом CastAway-CTD. Для использования в граничных условиях модели, были привлечены температура воздуха и модуль скорости ветра по данным измерений на катамаране акустическим анемометром, влажность воздуха и направление ветра – из записей метеостанции Davis Instruments на берегу, нисходящие потоки коротковолновой и длинноволновой радиации – по наблюдениям датчиков Kipp&Zonen; все эти данные были приведены к шагу по времени 10 мин.

Модельные эксперименты проводились для периода с 13:20 ВКВ+12 17 июля 2015 г. по 9:00 ВКВ+12 28 июля 2015 г. (ВКВ+12 – местное камчатское время).

Ввиду того, что основной причиной развития заглублённого максимума температуры, согласно имеющимся представлениям, является поглощение коротковолновой радиации под перемешанным слоем, с моделью проведены следующие серии экспериментов на чувствительность:

– эксперименты на чувствительность модели к значению коэффициента экстинкции в перемешанном слое (с сохранением упомянутой функции увеличения этого коэффициента под перемешанным слоем), со значениями $\alpha_{ML} = 0.1, 0.2, ..., 0.9, 1$ м$^{-1}$ (группа экспериментов RAD: RAD0.1, ... RAD0.9, соответственно);

– та же серия, что и RAD, но с заданием однородной глубины озера 7 м, т.е. без морфометрии и исключая таким образом латеральный обмен теплом с донными отложениями (группа экспериментов NOMORPH).

2.13.4 Аналитическое решение для профиля температуры

Полезным для понимания сути феномена является его изучение в простейшей постановке. Определим *интервал максимума температуры* (ИМТ) как интервала глубин, в котором температура воды превышает температуру перемешанного слоя. Это не должно вызывать противоречия у читателя с математическим определением максимума функции, которому соответствовала бы одна глубина, а не интервал. Максимум температуры (МТ) развивается как в модели, так и в данных наблюдений под перемешанным слоем (ПС), $z > h_{ML}$ (см. раздел 2.13.7), где градиент солёности вызывает очень устойчивую стратификацию, и коэффициент турбулентной теплопроводности падает до минимального значения ($\nu_{T,min}$). Это позволяет получить аналитическое решение для профиля температуры под перемешанным слоем (ср. задачу решенную Г.Кириллиным и соавт. (Kirillin and Terzhevik, 2011) для озера в период ледостава: там решается то же уравнение, но с другими начальными и граничными условиями).

В перечисленных условиях профиль температуры на глубинах $z > h_{ML}$ подчиняется уравнению теплопроводности с постоянным коэффициентом и источником за счет поглощения радиации:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T}{\partial z_+^2} + \alpha S_0^* \exp(-\alpha z_+),\ z_+ \in (0,h - h_{ML}) \tag{2.98}$$

где $k = k_m + \nu_{T,min}$ есть суммарный коэффициент температуропроводности, м^2/с, $k_m = \lambda_m/(c_w\rho_{w0})$ – коэффициент молекулярной температуропроводности ($k_m \gg \nu_{T,min}$), $z_+ = z - h_{ML}$, глубина перемешанного слоя h_{ML} считается постоянной, h есть максимальная глубина озера, $S_0^* = S_0(1-\beta)(1-a)\exp(-\alpha h_{ML})/(\rho_{w0}c_w)$. Для упрощения аналитического решения (2.98), область решения заменяется на луч $z_+ \in (0,\infty)$. Это не должно вызвать су-

щественной ошибки в характеристиках максимума температуры на рассматриваемых здесь относительно небольших масштабах времени, поскольку этот максимум развивается значительно выше максимальной глубины. Далее, на нижней границе перемешанного слоя задается постоянное значение $T|_{z_+=0} = 0$ (оно может быть изменено на любое другое добавлением к решению соответствующей константы), а на бесконечной глубине – постоянный градиент: $\frac{\partial T}{\partial z_+}\Big|_{z_+\to\infty} = \beta$. В качестве начального условия используется линейное распределение $T|_{t=0} = \beta z_+$, хорошо аппроксимирующее измеренный профиль в начале периода наблюдений. Решение задачи (2.98) можно найти как сумму решений однородной и неоднородной задачи ((Полянин, 2001), стр.52):

$$\begin{aligned} T &= \beta z_+ + \frac{S_0^*}{k\alpha}\left[1 - \exp(-\alpha z_+) + \operatorname{erf}\left(-\frac{z_+}{2\sqrt{kt}}\right)\right] + \\ &+ \frac{S_0^*}{2k\alpha}\exp(\alpha^2 kt)\left[\Phi(-z_+,t) - \Phi(z_+,t)\right], \\ \Phi(z_+,t) &\equiv \exp(\alpha z_+)\operatorname{erfc}\left(\frac{2\alpha kt + z_+}{2\sqrt{kt}}\right). \end{aligned} \tag{2.99}$$

Это решение может быть записано в безразмерной форме, используя следующие масштабы: масштаб глубины $z_* = \alpha^{-1}$, масштаб времени $t_* = \left(k\alpha^2\right)^{-1}$, *радиационный масштаб температуры* $T_R = S_0^*/(k\alpha)$ и получая таким образом безразмерные переменные $\hat{f} = f/f_*$, $f = T,t,z_+$:

$$\begin{aligned} \hat{T} &= -\hat{z}\mathrm{Nu}^{-1} + \left[1 - \exp(-\hat{z}) + \operatorname{erf}\left(-\frac{\hat{z}}{2\sqrt{\hat{t}}}\right)\right] + \\ &+ \frac{1}{2}\exp(\hat{t})\left[\tilde{\Phi}(-\hat{z},\hat{t}) - \tilde{\Phi}(\hat{z},\hat{t})\right], \\ \tilde{\Phi}(\hat{z},\hat{t}) &\equiv \exp(\hat{z})\operatorname{erfc}\left(\frac{2\hat{t} + \hat{z}}{2\sqrt{\hat{t}}}\right), \end{aligned} \tag{2.100}$$

с радиационным числом Нуссельта $\mathrm{Nu} = -S_0^*/(k\beta)$. Формулы (2.99)-(2.100) могут быть использованы для нахождения положения и величины максимума температуры в любой момент времени, однако стандартный метод поиска нулевой производной оказывается здесь очень громоздким. С другой стороны, из уравнения (2.100) следует, что величина максимума температуры есть функция радиационного масштаба температуры, числа Нуссельта и безразмерного

времени:

$$T_{max} = T_R f_{max}\left(\mathrm{Nu},\hat{t}\right), \tag{2.101}$$

где функция f_{max} может быть в принципе получена аналитическм из (2.100). После применения оператора осреднения по времени $\overline{(...)}^t = 1/t \int_0^t (...) dt'$ к уравнению (2.101), получаем

$$\overline{T_{max}}^t = T_R F_{max}\left(\mathrm{Nu},\hat{t}\right). \tag{2.102}$$

Здесь, $F_{max}\left((\mathrm{Nu},\hat{t}\right) = \hat{t}^{-1}\int_0^{\hat{t}} f_{max}\left(\mathrm{Nu},\hat{t}'\right) d\hat{t}'$. Функция F_{max} может быть представлена в виде таблицы значений, на основе решения (2.100) (Рисунок 2.28). Как видно из Рисунка 2.28, она обладает следующими асимптотиками:

- $F_{max} \to 0$, если $\hat{t} \to 0$, и $F_{max} = 0$ при $\hat{t} = 0$, в соответствии с начальными условиями;
- $F_{max} \to 0$, когда $\mathrm{Nu} \to 0$; это отражает следующую физическую закономерность: чем меньше поток радиации в сравнении с фактором теплопроводности и начальным градиентом температуры (отрицательным!), тем меньше максимум температуры в любой заданный момент времени;
- $F_{max} \to F_{max*}(\hat{t}) < \infty$ при $\mathrm{Nu} \to \infty$; физический смысл этой асимптотики становится ясным, если $\mathrm{Nu} \to \infty$ достигается за счет $\beta \to 0$, в то время как S_0^*, k и α удерживаются постоянными; это означает приближение решения задачи к решению при однородном начальном профиле температуры при сохранении постоянными других параметров системы; в этом случае, максимум температуры в любой момент времени (и, следовательно, также осредненный по времени максимум температуры) приближается к определенному значению, являющемуся функцией времени.

В аналитическом решении максимум температуры является следствием монотонно убывающего радиационного нагрева с верхней границы пикноклина вниз при фиксированном граничном значении температуры на этой границе. Теплопроводность этот максимум уменьшает. В последующих разделах будут сопоставлены характеристики максимума в аналитическом решении с характеристиками максимума температуры в модели LAKE, в которой учитываются также другие важные факторы.

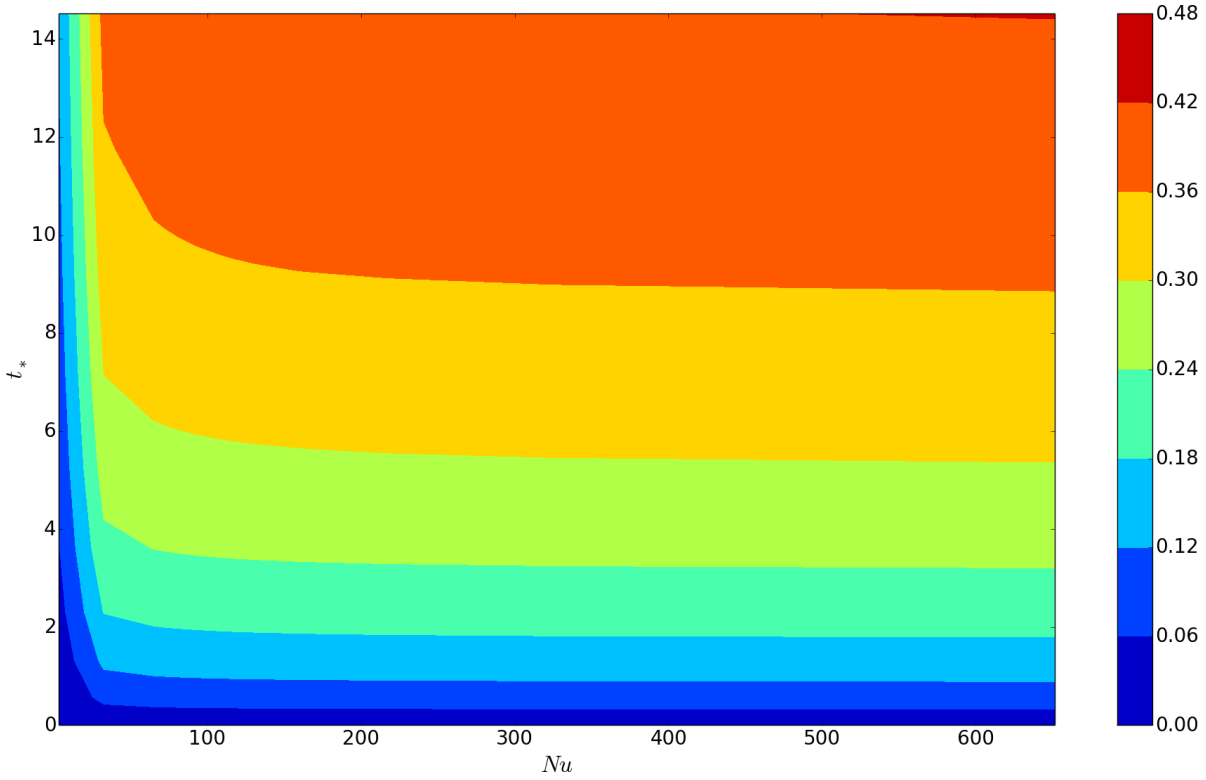


Рисунок 2.28 — Безразмерный осредненный по времени максимум температуры F_{max} как функция числа Нуссельта Nu и безразмерного интервала осреднения $\hat{t}$

2.13.5 Чувствительность аналитического решения

Рассмотрим чувствительность максимума температуры к коэффициенту экстинкции α, согласно аналитическому решению для профиля температуры. Для этого проведены две серии расчетов:

– Серия 1: поток радиации на верхней границе области задан одинаковым во всех расчетах, а именно, $S_0^* = S_0(1-\beta)(1-a)\exp(-\alpha_5 h_{ML}/(\rho_{w0}c_w))$ (т.е. учитывая ослабление потока радиации в перемешанном слое над областью решения), со значениями констант $\alpha_5 = 0.5$ м$^{-1}$, $h_{ML} = 2$ м, $\beta = 0.35$, $a = 0.06$, $S_0/(\rho_{w0}c_w) = 4.56 * 10^{-5}$ К*м/с (среднее значение суммарной солнечной радиации на оз. Большой Вилюй в период измерений); значения других констант: $\beta = -2$ К/м, $k = 1.4 * 10^{-7}$ м^2/с; проведено 10 экспериментов с величинами коэффициента экстинкции $\alpha_i = i * 0.1$ м$^{-1}$, $i = \overline{1,10}$, соответственно;

– Серия 2: в этой серии также проведено 10 экспериментов со всем теми же значениями параметров, что и в Серии 1, за исключением величин S_0^*, которые теперь предполагались зависимыми от α: $S_{0i}^* = S_0(1-\beta)(1-a)\exp(-\alpha_i h_{ML})/(\rho_{w0}c_w)$, $i = \overline{1,10}$. Именно результаты этих экспериментов сопоставлялись с данными модели LAKE (см. ниже).

В этих двух сериях два эксперимента совпадают, а именно 5-й эксперимент в каждой из серий ($\alpha = \alpha_5$). Назовем его базовым экспериментом, поскольку его характеристики наиболее близки к базовому эксперименту с моделью LAKE. Эволюция профиля температуры в течение 10 дней базового эксперимента показана на Рисунке 2.29. Полученные вертикальные распределения температуры качественно согласуются с профилями из модели LAKE (см. Рисунок 2.32, правая картинка).

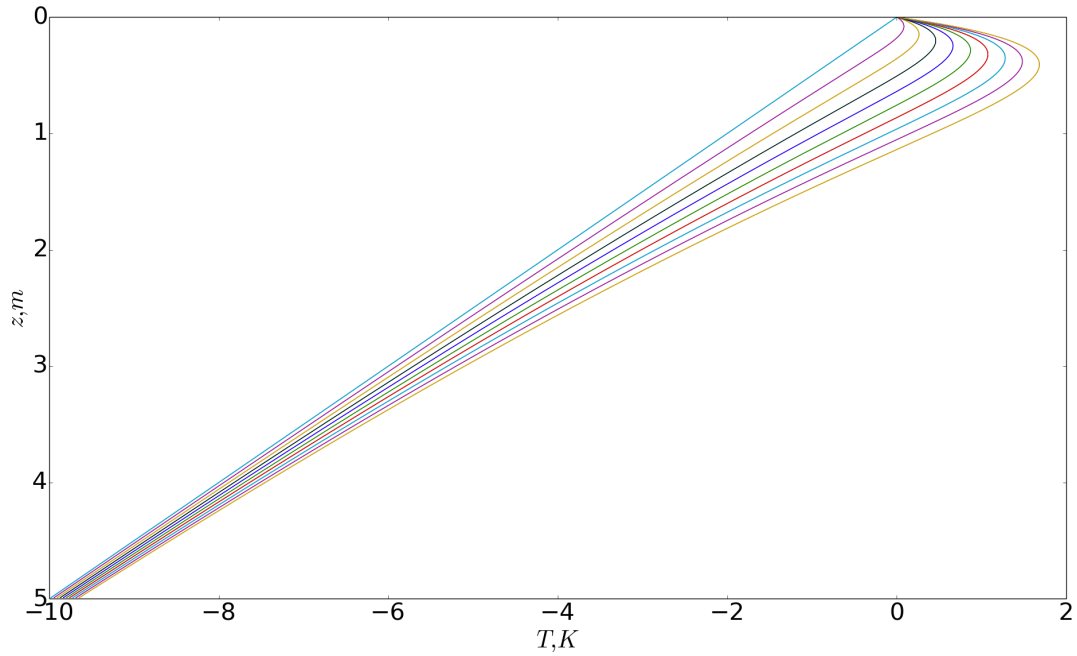


Рисунок 2.29 — Аналитическое решение для профиля температуры под перемешанным слоем, начало вертикальной оси соответствует границе перемешанного слоя и пикноклина. Профили изображены с шагом 1 день; температура растет со временем на всех глубинах

Теперь сопоставим значения $\overline{T_{max}}^t$ в двух сериях экспериментов (Рисунок 2.30). В Серии 1, осредненный максимум температуры увеличивается с α почти линейно. Физически это означает, что чем большая доля радиации поглощается в окрестности верхней границы, тем больше нагрев в этой части профиля. Однако, во второй серии максимум температуры возрастает вместе с α до значения $\alpha \approx 0.4$ м$^{-1}$, а при $\alpha \gtrsim 0.4$ м$^{-1}$ начинает убывать. Причиной этому

служит уменьшение радиации, проникающей сквозь перемешанный слой, в область решения (S^*_{0i}), и в области значений $\alpha \gtrsim 0.4$ м$^{-1}$ этот фактор превосходит увеличение доли поглощенной радиации вблизи верхней границы пикноклина. Поскольку в Серии 2 параметры решения лучше согласуются с постановкой экспериментов в модели LAKE (и с условиями на реальных озерах), в результатах модели LAKE можно ожидать качественно ту же чувствительность величины $\overline{T_{max}}^t$ к α (см. ниже).

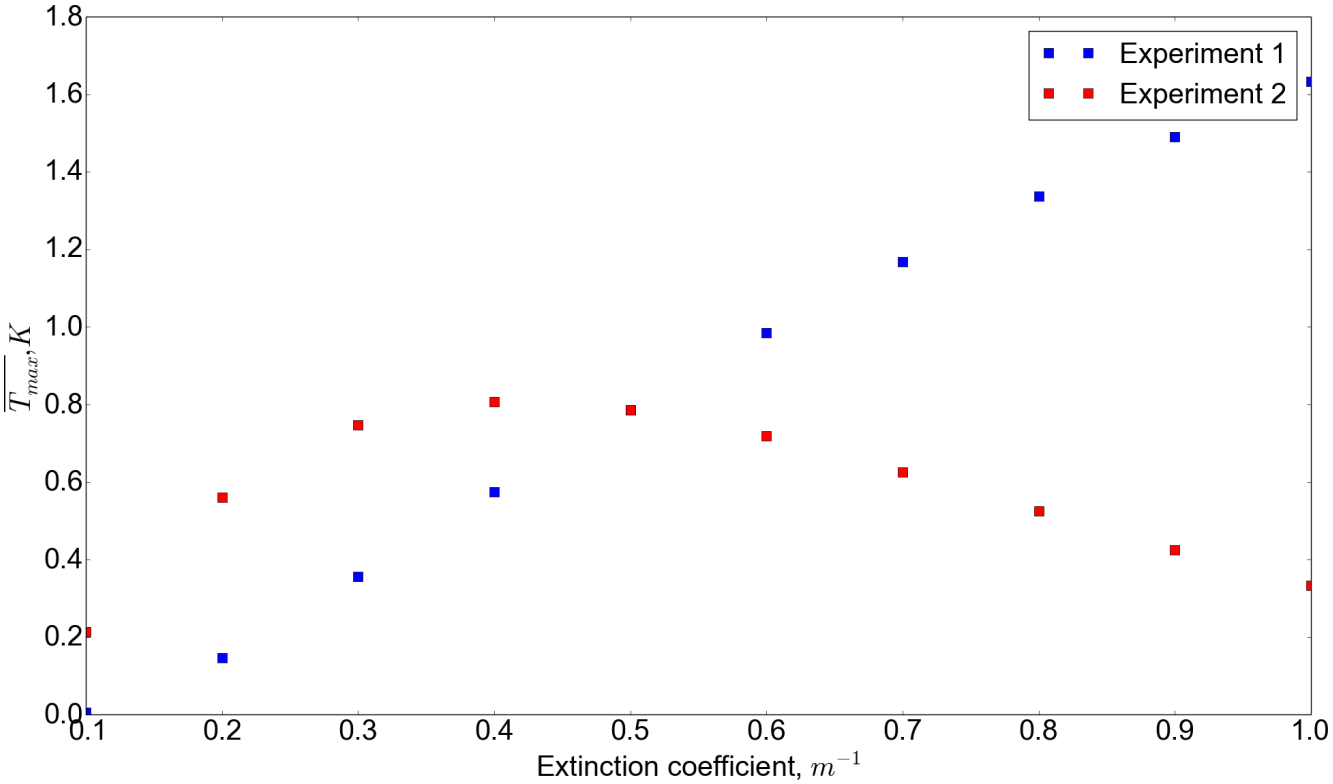


Рисунок 2.30 — Осредненный за 10 дней максимум температуры, в соответствии с аналитическим решением: серия Experiment 1 – поток радиации на верхней границе области одинаков во всех экспериментах, Experiment 2 – поток радиации ослабляется надо областью в перемешанном слое глубиной 2 м в соответствии с коэффициентом ослабления данного эксперимента; эксперименты совпадают при значении $\alpha = 0.5$ м$^{-1}$

2.13.6 Тепловой баланс максимума температуры

В аналитическом решении, полученном в предыдущем разделе, не учтены следующие факторы: латеральный теплообмен с донными отложениями, эффекты формы дна озера, неоднородность коэффициента турбулентной теплопроводности по вертикали, динамика температуры перемешанного слоя и его глубины, а также суточный ход потока суммарной радиации. Однако, в модели LAKE эти эффекты учтены, и их вклад в величину максимума температуры может быть оценен на основании уравнения теплового баланса в ИТМ. В этом разделе приводится вывод соответствующих уравнений.

Для диагностики теплового баланса объема воды, занятого максимумом температуры, удобно ввести понятие *средней температуры в интервале максимума температуры (СТИМТ)*, определяемое как среднее в интервале максимума температуры (ИМТ) превышение температуры над температурой перемешанного слоя (Рисунок 2.31), т.е.:

$$\tilde{T}' \doteq V^{-1}\left(z_{ML},z_B\right)\int_{z_{ML}}^{z_B} T' A dz, \tag{2.103}$$

где $T' = \overline{T} - T_{ML}$, а $V\left(z_{ML},z_B\right) = \int_{z_{ML}}^{z_B} A dz$ есть объем воды, заключенный между глубинами z_{ML} и z_B. Дифференцируя по времени уравнение (2.103), привлекая уравнение притока тепла модели LAKE в форме (2.96) [15], применяя

[15] Адвекция тепла $\mathscr{A}_T$ не учитывается, поскольку, как сказано выше, приток и исток из оз. Большой Вилюй предполагается только на глубинах внутри перемешанного слоя

известные правила дифференцирования инегралов, получаем

$$\frac{d\tilde{T}'}{dt} = \underbrace{-\frac{1}{V\,(z_{ML},z_B)}\frac{dV\,(z_{ML},z_B)}{dt}\tilde{T}'}_{F_V} \underbrace{+\frac{1}{V\,(z_{ML},z_B)}\left(A\,k_T\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right)\Big|_{z_{ML}}^{z_B}}_{F_C} \underbrace{-\frac{1}{V\,(z_{ML},z_B)}\left(A\,\overline{S}\right)\Big|_{z_{ML}}^{z_B}}_{F_R} \underbrace{+\frac{1}{V\,(z_{ML},z_B)}\int_{z_{ML}}^{z_B}\frac{dA}{dz}(\overline{S}+F_{T,b})dz}_{F_S} \underbrace{-\frac{dT_{ML}}{dt}}_{F_{ML}}. \tag{2.104}$$

Здесь слагаемое $F_V \equiv F_1$ в правой части выражает изменение $\tilde{T}'$ за счет увеличения/сжатия объема воды, занятого максимумом температуры[16], член $F_C \equiv F_2$ отвечает за "диссипацию" максимума температуры теплопроводностью, слагаемое $F_R \equiv F_3$ есть количество радиации, поглощаемой в ИМТ, $F_S \equiv F_4$ обозначает латеральный сток тепла в донные отложения, и последний член $F_{ML} \equiv F_5$ отражает вклад изменения температуры перемешанного слоя (так, разница температуры между максимумом и перемешанным слоем может расти только из-за выхолаживания перемешанного слоя).

Теперь, используя уравнение (2.104), можно оценить вклад физических механизмов, представленных слагаемыми в его правой части, в СТИМТ, осредненный за период интегрирования модели LAKE. Процедура осреднения представлена ниже.

Сначала заметим, что максимум температуры существует не всегда в период численного эксперимента. В связи с этим, введем временные интервалы $\tau_k \equiv [t_{2k},t_{2k+1}]$, $k = \overline{0,\,n}$, в течение которых максимум температуры диагности-

[16] Физически это отражает тот факт, что при отсутствии источников и стоков тепла, теплосодержание в ИМТ, т.е. величина $V\,(z_{ML},z_B)\,\tilde{T}'$, должно сохраняться

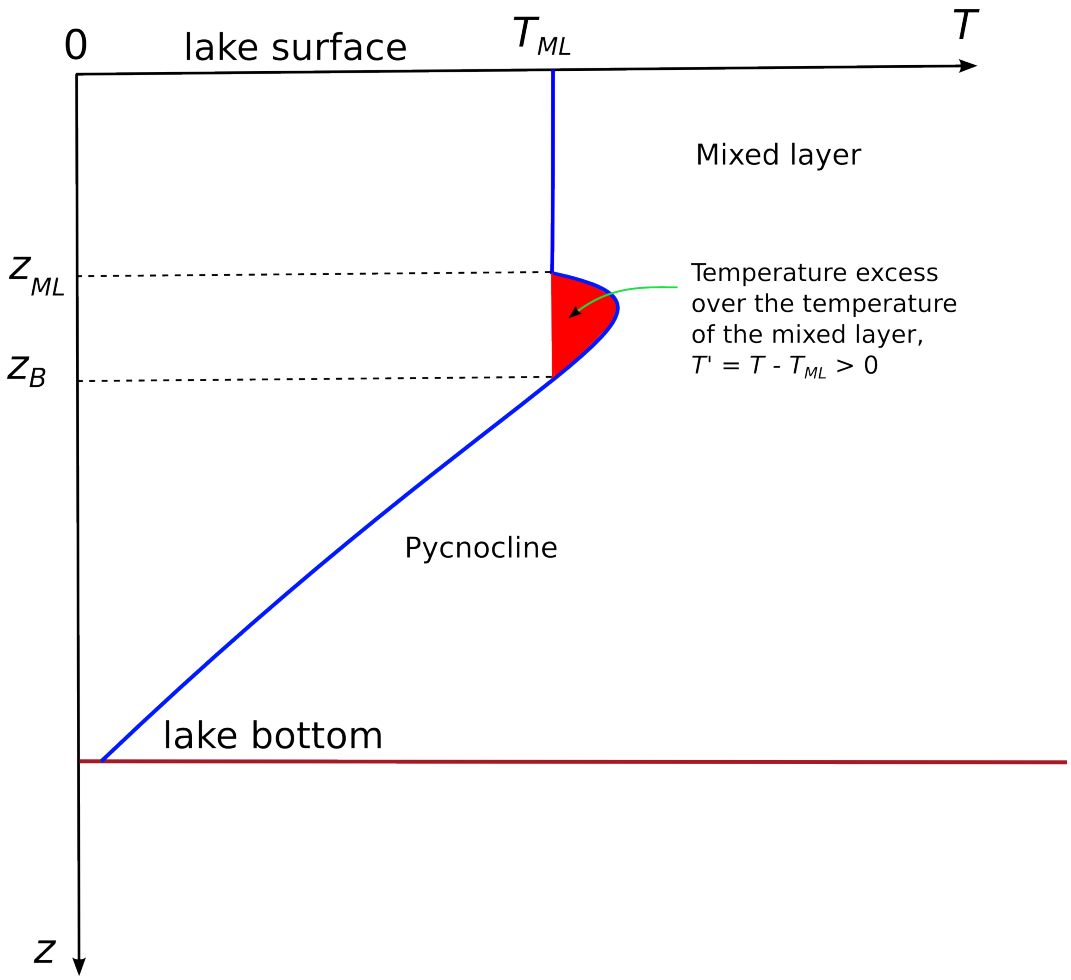


Рисунок 2.31 — Схема, поясняющая вывод уравнения теплового баланса объема воды в пределах интервала глубин максимума температуры

руется. Тогда усреднённый по времени СТИМТ определяется как:

$$\overline{\tilde{T}'}^{\tau} \equiv \sum_{k=0}^{n} \lambda_k \overline{\tilde{T}'}^{\tau_k},$$
$$\overline{\tilde{T}'}^{\tau_k} \equiv (t_{2k+1} - t_{2k})^{-1} \int_{t_{2k}}^{t_{2k+1}} \tilde{T}' dt, \qquad (2.105)$$

с $\lambda_k = (t_{2k+1} - t_{2k}) / \tau$ и $\tau = \sum_{k=0}^{n} (t_{2k+1} - t_{2k})$, обозначающим суммарное время существования максимума. В то же время, внутри каждого временного интервала, $t \in \tau_k$, можно записать:

$$\tilde{T}'(t) = \tilde{T}'(t_{2k}) + \int_{t_{2k}}^{t} \frac{d\tilde{T}'}{dt'} dt' = \tilde{T}'(t_{2k}) + \int_{t_{2k}}^{t} \sum_{i=1}^{5} F_i dt', \qquad (2.106)$$

где было использовано уравнение (2.104) для тенденции СТИМТ. Подставляя полученное уравнение в (2.105), приходим к:

$$\overline{\tilde{T}'}^{\tau} = \delta + \sum_{i=1}^{5} \frac{1}{\tau} \sum_{k=0}^{n} \int_{t_{2k}}^{t_{2k+1}} \left[\int_{t_{2k}}^{t} F_i dt' \right] dt, \tag{2.107}$$

$$\delta = \sum_{k=0}^{n} \lambda_k \tilde{T}' \left(t_{2k} \right), \tag{2.108}$$

так что вклад i-го физического фактора, представленного соответствующим слагаемым в правой части (2.104), в величину максимума температуры, дается выражением:

$$\phi_i \equiv \frac{1}{\tau} \sum_{k=0}^{n} \int_{t_{2k}}^{t_{2k+1}} \left[\int_{t_{2k}}^{t} F_i dt' \right] dt. \tag{2.109}$$

Величина δ в уравнении (2.107) отражает влияние ненулевых значений $\tilde{T}'$ в начале временных интервалов существования максимума. При анализе аналитического решения их можно положить равными нулю (т.е. в начале каждого интервала τ_k величина СТИМТ равна 0). Однако, в конечно-разностной модели точные моменты появления максимума температуры (т.е. когда $\tilde{T}' \left(t_{2k} \right) = 0$, но через сколь угодно малое время $\tilde{T}' > 0$) невозможно определить, поскольку вертикальный профиль температуры рассчитан на дискретном множестве шагов по времени, в то время как точные моменты времени возникновения максимума, вообще говоря, этому множеству не принадлежат. Уравнение (2.107) можно переписать как:

$$\overline{\tilde{T}'}^{\tau} = \delta + \phi_V + \phi_C + \phi_R + \phi_S + \phi_{ML}, \tag{2.110}$$

где нижние индексы ϕ_* обозначают те же физические механизмы, что и в F_* выше, а δ обычно мало по сравнению с другим слагаемыми. Это и есть искомое уравнение, в котором мера величины максимума температуры (слева) представляется как сумма вкладов соответствующих физических механизмов.

2.13.7 Результаты и обсуждение

Оценка качества моделирования

Единственная константа, калибровавшаяся в модели LAKE для оз. Большой Вилюй, – это коэффициент экстинкции в перемешанном слое. В качестве первого приближения, формула Х.Пула и В.Аткинса (Poole and Atkins, 1929) была применена к измерениям прозрачности (Раздел 2.13.2), что дало оценку $\alpha_{ML} = 0.57$ м$^{-1}$. Наилучшее согласие с данными наблюдений по профилю температуры было получено при несколько отличном значении, $\alpha_{ML} = 0.5$ м$^{-1}$ (эксперимент RAD0.5).

На Рисунке 2.32 представлено пространственно-временное распределение температуры в модели за период ее интегрирования. На всех глубинах наблюдается положительный тренд. Профиль температуры состоит из перемешанного слоя глубиной $\lesssim 2$ м, глубина и температура которого испытывает суточные колебания, и который снизу ограничен термоклином. Уменьшение температуры с глубиной до значения 5°C на дне сопровождается ростом солености до $29 \div 30$‰ (правая картинка Рисунка 2.32). В противоположность пресноводным водоёмам в летнее время года, температура бóльшую часть времени достигает наибольшего значения ниже перемешанного слоя, на глубине ≈ 2 м, что наиболее выражено в последние три дня расчета (26 – 28 июля).

Такое пространственно-временное распределение температуры хорошо согласуется с измерениями (Рисунок 2.33). В перемешанном слое (датчики в этом слое находились на глубинах 0.2 м и 1.15 м), коэффициент корреляции между рассчитанными и измеренными рядами температуры составил $r = 0.64 \div 0.65$, среднеквадратическая ошибка модели $\sigma = 0.65 \div 0.71$°C, а разница средних $\Delta\overline{T}^t = 0.04 \div 0.16$°C ($\Delta\overline{T}^t \geq 0$ означает превышение среднего вычисленного значения над измеренным). На глубине максимума температуры, 2.1 м, метрики качества модели оказываются лучшими: $r = 0.96$, $\sigma = 0.35$°C, $\Delta\overline{T}^t = -0.03$°C. В пикноклине (датчики на глубинах 3.05 м и 4 м), характеристики модельной ошибки – следующие: $r = 0.94 \div 0.95$, $\sigma = 0.19 \div 0.38$°C, $\Delta\overline{T}^t = -0.1 \div 0.03$°C.

Рассчитанный моделью поток явного тепла в атмосферу демонстрирует разумное согласие с данными пульсационных измерений (Рисунок 2.34, $r = 0.75$, $\sigma = 7.94$ Вт/м^2, $\Delta\overline{H}^t = -3.59$ Вт/м^2).

Температура в пикноклине по результатам модели испытывает значительно меньшую изменчивость, чем в перемешанном слое, однако и положительный тренд, и суточный ход здесь сохраняются. И тренд, и суточный ход обсусловлены поглощением коротковолновой радиации. Так, увеличение коэффициента экстинкции в модели до значения $\alpha_{ML} = 1$ м$^{-1}$ практически исключает тренд и значительно уменьшает амплитуду суточных колебаний (на глубине 3.05 м, с ≈ 0.2°C до ≈ 0.1°C – на рисунках не показано). Роль теплопроводности в динамике температуры под максимумом температуры на рассматриваемых масштабах времени невелика, поскольку, как было сказано выше, на этих глубинах в модели действует практически только молекулярная теплопроводность (Рисунок 2.32, правая картинка).

Максимум температуры

Тепловой баланс максимума температуры в модели LAKE. В последующем изложении, для характеристики величины максимума температуры, будет использоваться величина СТИМТ, поскольку для нее строго выписан вклад различных физических факторов (уравнение (2.110)). при этом, такая наглядная величина, как превышение максимума температуры над температурой перемешанного слоя ($T_{max} - T_{ML}$) оказывается тесно линейно коррелированной со СТИМТ (Рисунок 2.35).

Все компоненты теплового баланса ИМТ не пренебрежимы в базовом эксперименте (Рисунок 2.36). Вклад теплопроводности F_C всегда отрицателен с наибольшими абсолютными значениями в ночное время, благодаря бóльшим значениям СТИМТ и, соответственно, бóльшим величинам градиента температуры в ИМТ. Слагаемое латерального теплообмена с донными отложениями F_S также отрицательно, но испытывает значительно меньшую временную изменчивость. Радиационное слагаемое F_R либо положительно (днем), либо рав-

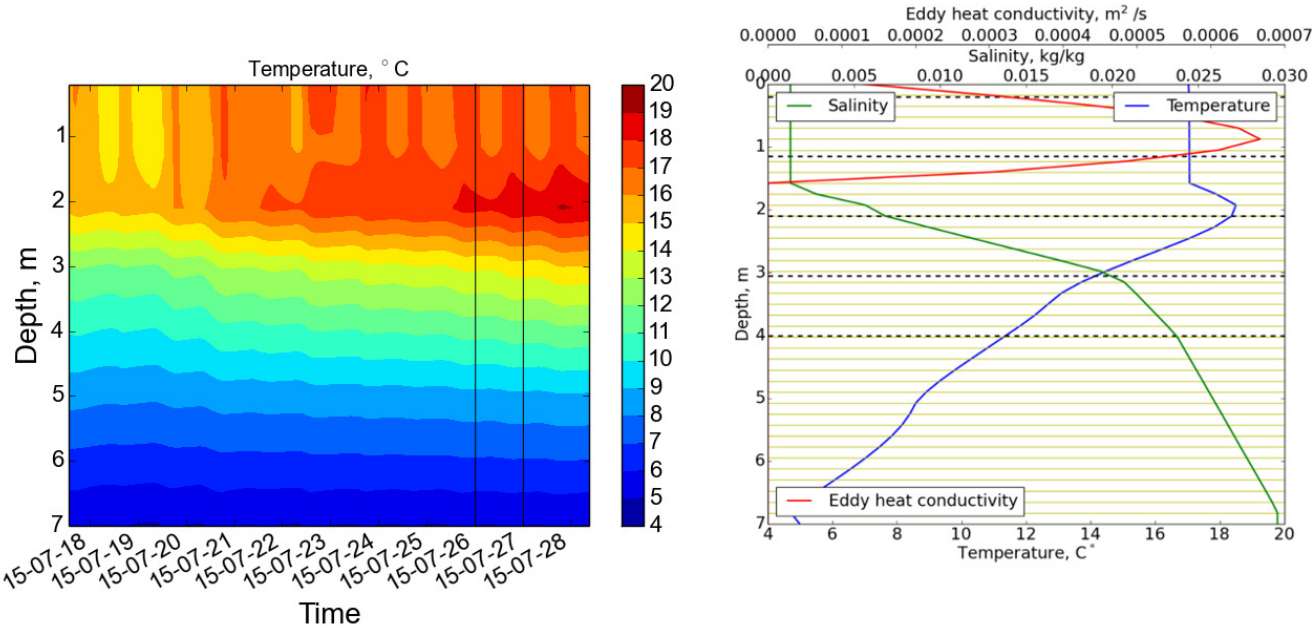


Рисунок 2.32 — Временная эволюция вертикального распределения температуры, по результатам модели (слева); профили температуры, солёности, турбулентного коэффициента температуропроводности, осредненные за 26 июля 2015 г., по результатам модели (справа). Вертикальные черные прямые на левом рисунке ограничивают период, по которому были осреднены профили на правом рисунке. Горизонтальные желтые линии на правом рисунке обозначают уровни конечно-разностной сетки модели, в то время как черные прерывистые – глубины измерений температуры

но нулю (ночью). Дневный нагрев перемешанного слоя уменьшает СТИМТ (F_{ML}), однако F_S примерно наполовину компенсирует этот эффект (см. синюю, желтую и черную кривые на Рисунке 2.36). Ночью падение T_{ML} увеличивает СТИМТ.

Чувствительность максимума температуры в модели LAKE. Рассмотрим чувствительность величины СТИМТ к коэффициенту ослабления радиации α_{ML}. Сначала сопоставим чувствительность модели к α_{ML} в экспериментах серии NOMORPH и в аналитическом решении (Серия 2) в терминах слагаемых уравнения (2.110) (Рисунок 2.38, левая картинка). В обеих сериях экспериментов, СТИМТ достигает максимума при промежуточном значении α_{ML}, потому что, как было сказано в разделе 2.13.5, при больших α_{ML} меньше радиации проникает под перемешанный слой, а при малых α_{ML}, меньше

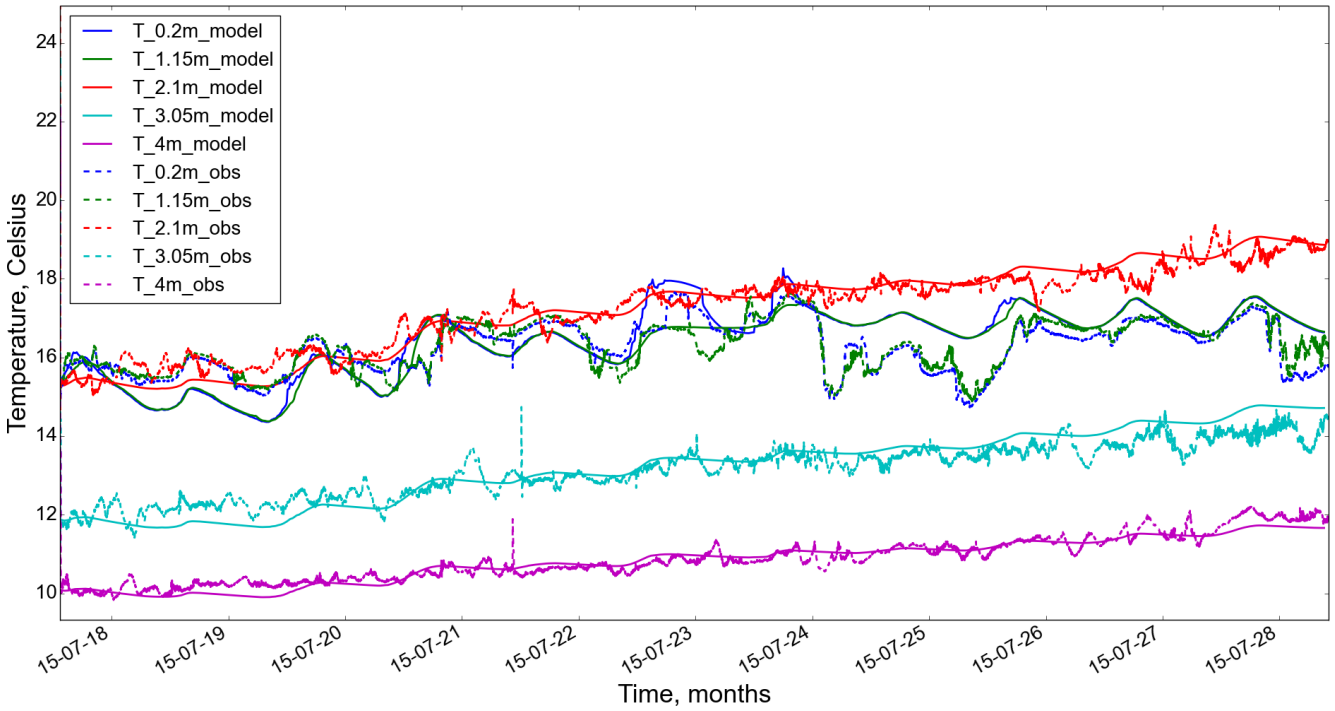


Рисунок 2.33 — Временные ряды температуры воды на разных глубинах, по результатам моделирования и данным измерений (модельные значения линейно интерполированы в глубины измерений)

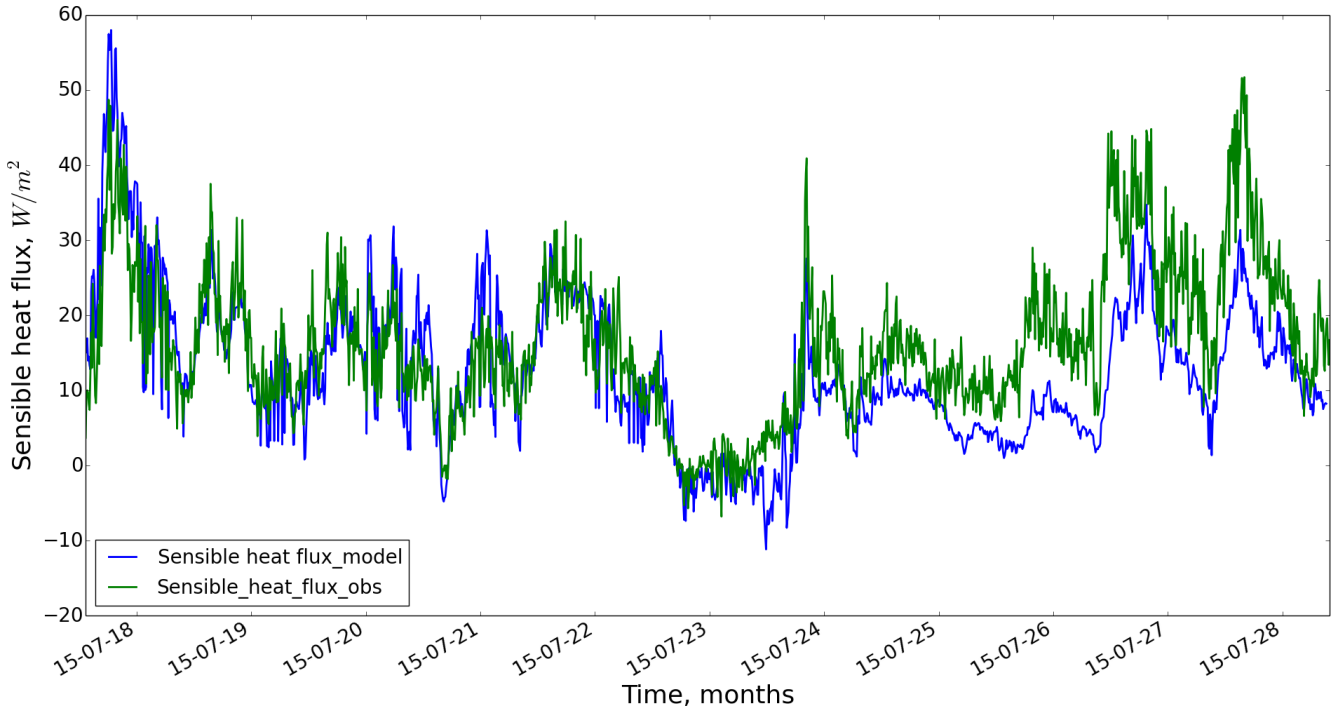


Рисунок 2.34 — Временной ряд потока явного тепла над оз. Большой Вилюй, по результатам модели и данным пульсационных измерений

радиации поглощается под перемешанным слоем. За исключением этой общей характеристики, результаты модели LAKE сильно отличаются от результатов аналитического решения по всем слагаемым ϕ_* и результирующим СТИМТ.

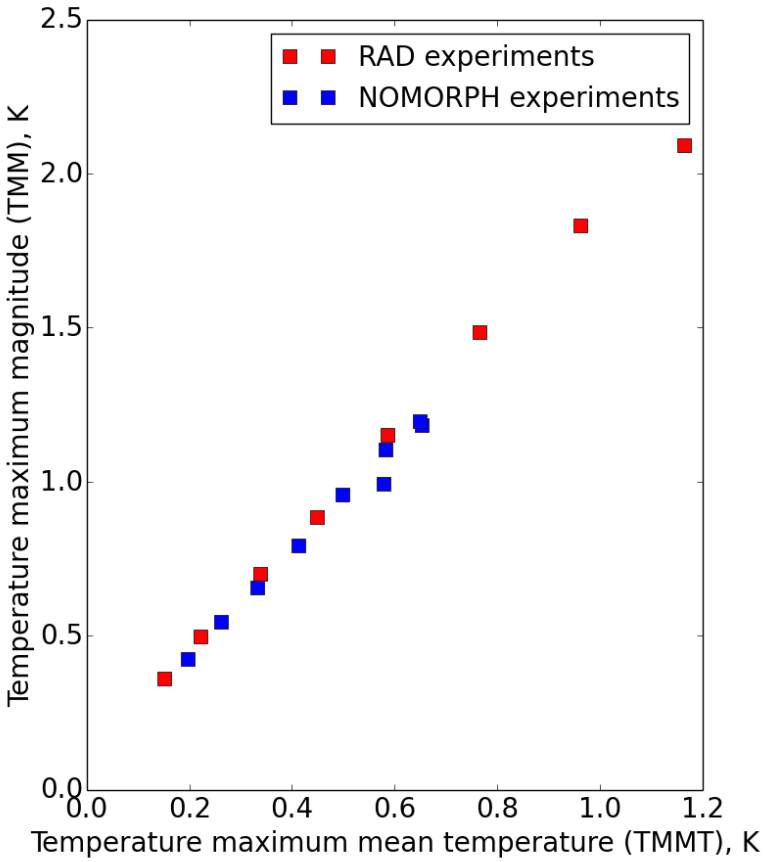


Рисунок 2.35 — Связь средней температуры в интервале максимума температуры (СТИМТ, TMMT) и превышения максимума температуры над температурой перемешанного слоя ($T_{max} - T_{ML}$, TMM). Обе величины осреднены за период интегрирования модели LAKE. Показаны результаты для двух серий экспериментов: RAD и NOMORPH

Во-первых, эффект изменения температуры перемешанного слоя отсутствует в аналитическом решении, благодаря заданному в нём постоянному значению температуры на границе. Далее, эффект изменения объема воды в ИМТ (ϕ_V) характеризуется разными знаками в модели и аналитическом решении. В аналитическом решении объем воды в ИМТ монотонно возрастает во времени, что легко видеть на Рисунке 2.29, и это способствует уменьшению СТИМТ, $\phi_V < 0$. В модели LAKE, толщина ИМТ сопряжена, кроме глубины z_B с глубиной перемешанного слоя, т.к. ИМТ и перемешанный слой имеют общую границу (Рисунок 2.31). Толщина перемешанного слоя испытывает суточные колебания, и поэтому суточные колебания наблюдаются в толщине ИМТ: в течение дня перемешанный слой заглубляется под воздействием возросшей скорости ветра и

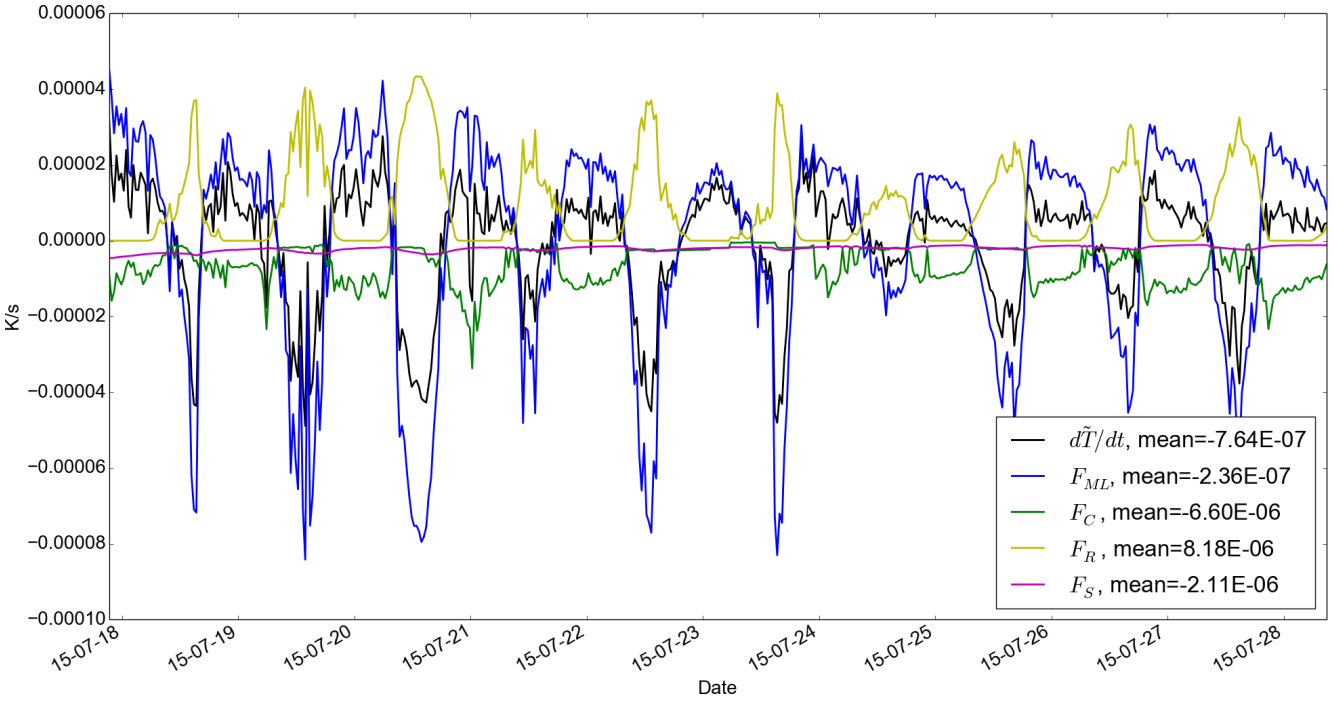


Рисунок 2.36 — Компоненты теплового баланса интервала максимума температуры (ИМТ): F_C – "диссипация" максимума температуры вертикальной теплопроводностью, F_R – нагревание ИМТ коротковолновой радиацией, F_S – сток тепла из ИМТ в донные отложения; $\tilde{T}'$ – среднее превышение температуры в ИМТ над температурой перемешанного слоя T_{ML}. Слагаемое F_V не показано, т.к. оно равно нулю почти во все моменты времени, за исключением небольшого количества шагов модели по времени, когда оно на несколько порядков превышает другие слагаемые, так что его неудобно показывать с ними на одной оси.

отступает вечером; соответственно, толщина ИМТ, Δz_{TMI}, увеличивается вечером и сокращается утром. Вызванные этим значения ϕ_V разных знаков скомпенсировались бы при временно́м (как минимум, суточном) осреднении, однако указанные изменения Δz_{TMI} происходят утром и вечером при различных значениях СТИМТ, а именно: сжатие ИМТ утром имеет место при бо́льших значениях СТИМТ (поскольку СТИМТ обычно увеличивается ночью), чем расширение ИМТ вечером (Рисунок 2.37). Вид слагаемого F_V в уравнении (2.104) подсказывает, что вызываемый этим эффект роста СТИМТ подобен действию насоса, когда масса воздуха в некотором объеме увеличивается из-за того, что добавление новой массы воздуха происходит при большей его плотности во входной струе, чем спуск. Другими словами, описанный эффект "накачки" обязан сдвигу по

фазе на $\sim \pi/2$ между суточными циклами СТИМТ и глубины перемешанного слоя.

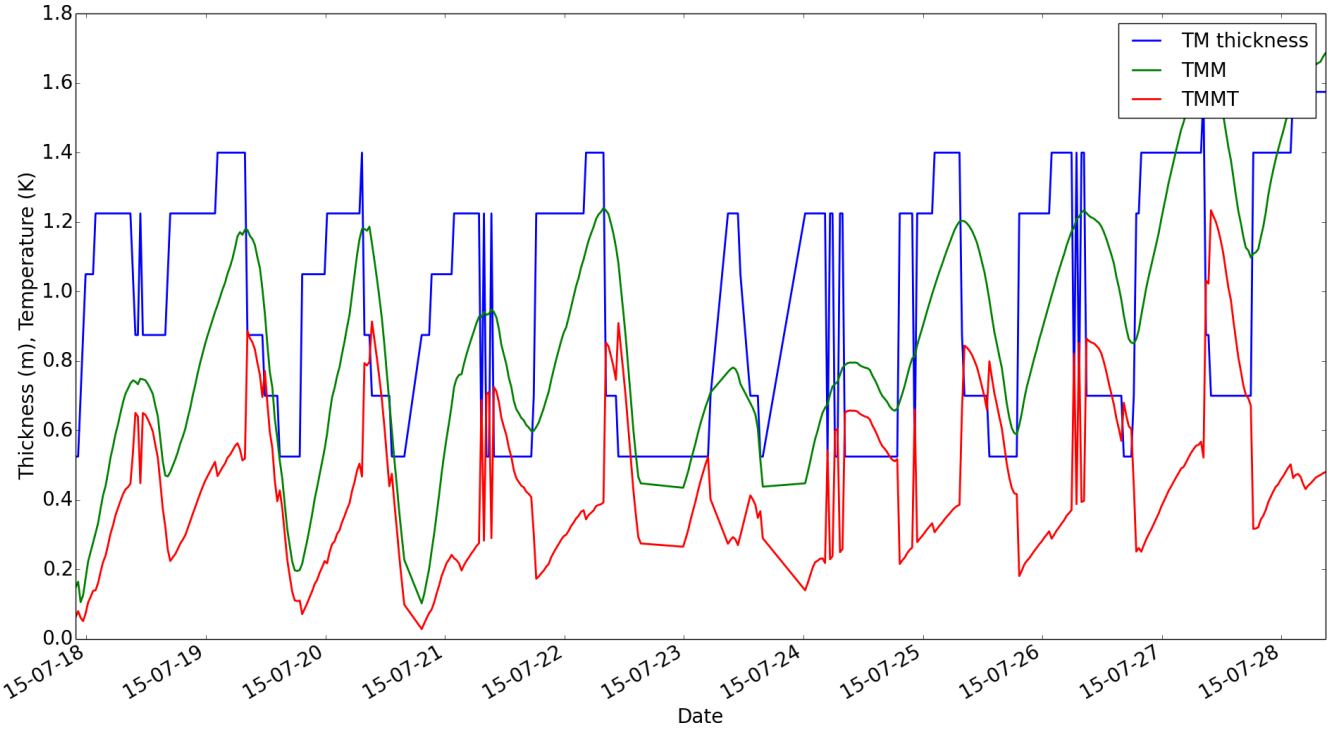


Рисунок 2.37 — Временные ряды средней температуры в интервале максимума температуры (СТИМТ, ТММТ), максимума температуры (ТМ), и ширины интервала максимума температуры (ИМТ, TM thickness), в численном эксперименте RAD0.5. Сжатие ширины ИМТ по утрам происходит при значительно больших значениях СТИМТ, чем расширение ИМТ по вечерам, что приводит к положительности суточно-осредненного значения F_V в уравнении 2.104

Важная особенность результатов модели LAKE заключается в том, что в случае очень мутной воды ($\alpha_{ML} = 0.7$, 0.8, 0.9 м$^{-1}$), влияние температуры перемешанного слоя на СТИМТ становится более важным, чем поглощение радиации ($\phi_{ML} > \phi_R$). Это происходит потому, что в этих экспериментах максимум температуры возникает в основном ночью, когда перемешанный слой выхолаживается. При низкой мутности ($\alpha_{ML} = 0.1$ м$^{-1}$) имеет место $\phi_{ML} \approx \phi_R$: как уже говорилось, в этом случае радиационный эффект на максимум температуры падает из-за меньшего поглощения радиации под перемешанным слоем, в то время как перемешанный слой также нагревается от поглощения радиации в меньшей мере, с соответствующим уменьшением температуры перемешанного слоя и ростом ϕ_{ML}.

Рассмотрим теперь эффект морфометрии озера (неоднородности глубины) на максимум температуры (Рисунок 2.38, правая картинка). Во-первых, в тепловом балансе ИМТ появляется слагаемое ϕ_S, отражающее латеральный теплообмен с донными отложениями. Оно отрицательно, т.е. из ИМТ происходит сток тепла в донные отложения, и он увеличивается по абсолютной величине с ростом СТИМТ. Несмотря на этот дополнительный сток тепла, СТИМТ в экспериментах с учетом морфометрии оказывается значительно больше, чем в экспериментах с однородной глубиной, особенно при небольших α_{ML}. Это происходит из-за того, что радиационое слагаемое ϕ_R увеличивается, если площадь верхней поверхности объема воды в ИМТ превышает площадь нижней поверхности, поскольку приток и отток радиации из объема ИМТ пропорционален этим площадям, соответственно (см. форму F_R в уравнении (2.104)). В то же время, в экспериментах серии NOMORPH, площади верхней и нижней поверхности объема воды, ограниченного ИМТ, одинаковы. Однако, как уже обсуждалось выше, при высоких значениях α_{ML}, поглощение радиации осуществляет незначительный вклад в величину максимума температуры, так что величины СТИМТ в сериях RAD и NOMORPH оказываются в этом случае очень близкими.

Роль двойной диффузии. В верхней части ИМТ и температура, и солёность возрастают с глубиной – условия, при которых возможна конвекция, обусловленная двойной диффузией, точнее, её т.н. диффузионный режим (Kelley et al., 2003; Toffolon et al., 2015). Хорошо установлен критерий, при котором этот процесс может происходить (Kelley et al., 2003), он выражается в терминах плотностного отношения:

$$R_\rho \doteq \frac{\alpha_S \partial S/\partial z}{-\alpha_T \partial T/\partial z}, \tag{2.111}$$

а именно, двойная диффузия в диффузионном режиме происходит, если $1 < R_\rho < 10$. В случае оз. Большой Вилюй, $R_p \gg 10$ в ИМТ в течение практически всего периода интегрирования (Рисунок 2.39), так что двойная диффузия не должна вносить вклад в характеристики максимума температуры.

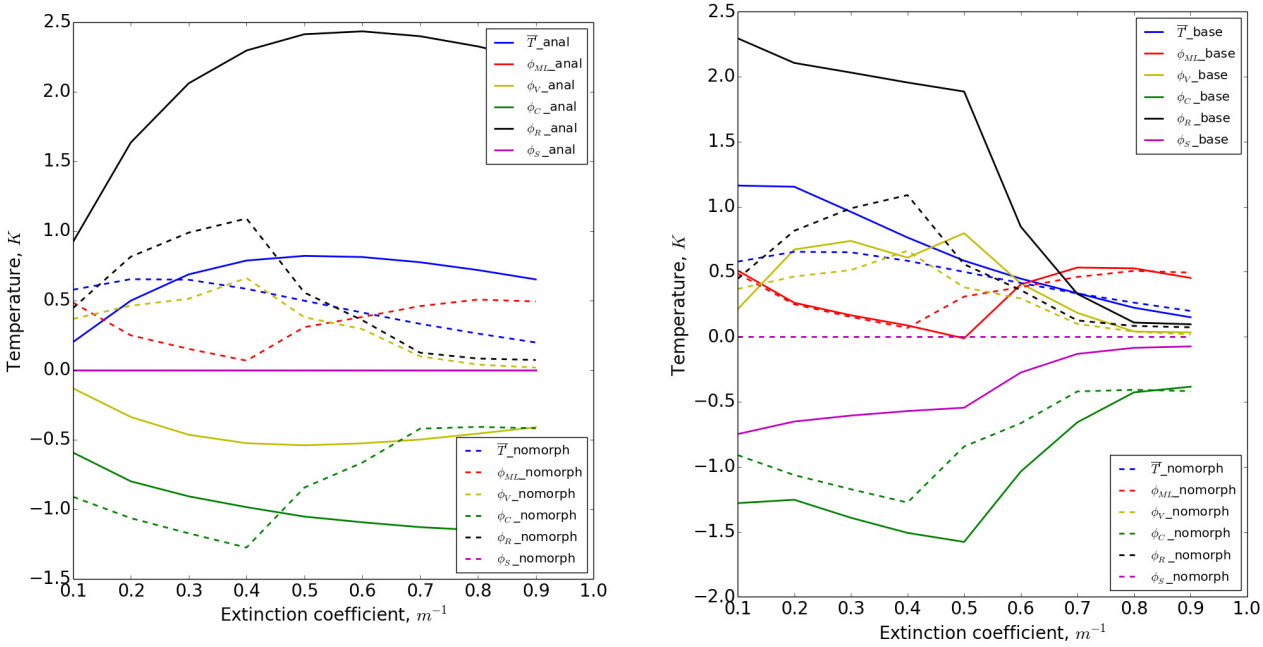


Рисунок 2.38 — Вклад различных факторов в среднюю температуру в интервале максимума температуры (СТИМТ), осредненную за время интегрирования модели (см. уравнение (2.110)) в экспериментах с разными значениями коэффициента экстинкции: эксперименты NOMORPH и аналогичные значения для аналитического решения (слева); эксперименты RAD и NOMORPH (справа).

Оценка значимости максимума температуры для фитопланктона. Согласно (Eppley, 1972; Kishi et al., 2007), рост концентрации фитопланктона за счёт фотосинтеза экспоненциально растёт с увеличением температуры с показателем $Q_{10} = 2$. В обычных условиях пресноводных озёр температура под верхним перемешанным слоем падает почти линейно; относительно такого вертикального распределения максимум температуры для Большого Вилюя в конце рассматриваемого периода оказывается выше на 2-3°C. Это, в соответствии с указанной температурной зависимостью, даёт рост скорости фотосинтеза на 15-23%. В связи с этим следует отметить, что в других озёрах, стратифицированных по солёности, максимум температуры может быть выражен значительно сильнее, чем в Большом Вилюе: например, на озерах побережья Белого моря в августе-сентябре заглублённый максимум температуры превышает температуру верхнего перемешанного слоя до 5-6°C (личное сообщение Е.Д.Красновой).

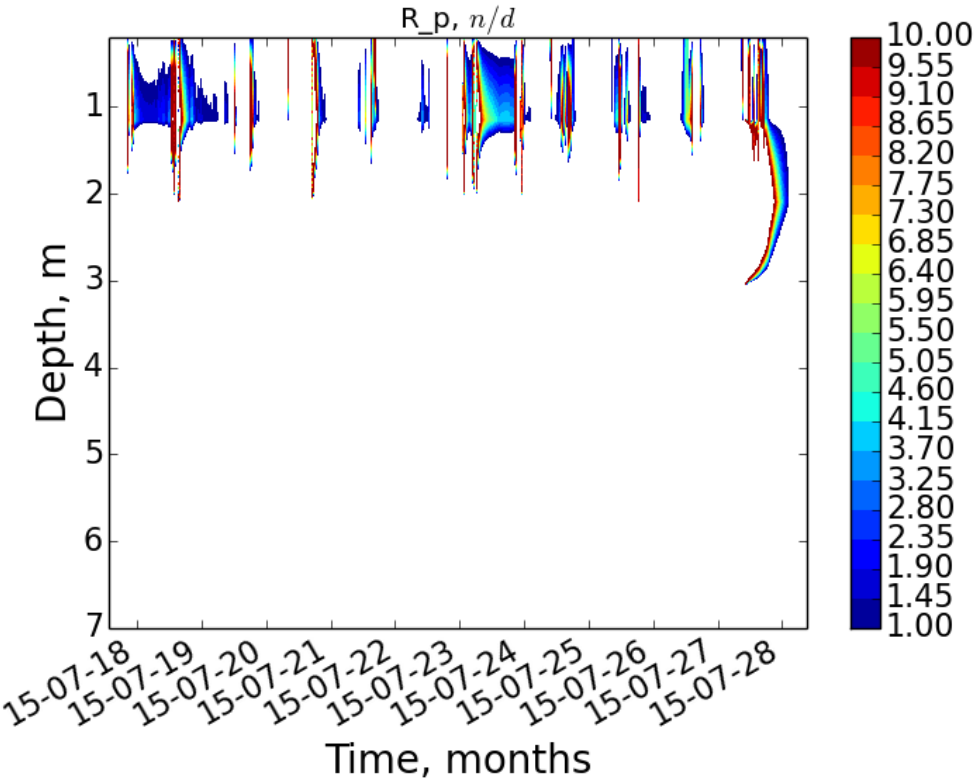


Рисунок 2.39 — Временная эволюция вертикального профиля плотностного отношения, $R_p = \alpha_S \partial S/\partial z/(-\alpha_T \partial T/\partial z)$, по данным модели. Цветовой шкалой показан только интервал плотностного отношения, $1 < R_p < 10$, в котором возможна двойная диффузия.

2.13.8 Выводы.

Одномерная $k - \epsilon$ модель озера продемонстрировала удовлетворительное качество моделирования термического режима эстуарного оз. Большой Вилюй (п-ов Камчатка) на суточном и недельном масштабах времени для июля 2015 г. Яркая особенность термического режима озера – заглубленный максимум температуры – был зафиксирован наблюдениями и воспроизведен моделью.

На основе аналитического решения для профиля температуры в пикноклине, а также рассмотрения теплового баланса в области максимума температуры по данным модели LAKE, был оценен вклад следующих факторов в развитие максимума:

1. поглощение коротковолновой радиации под перемешанным слоем,

2. эволюция температуры перемешанного слоя,
3. "накачка" максимума температуры, происходящая в результате сдвига по фазе между суточными циклами глубины перемешанного слоя и самого максимума температуры,
4. вертикальная теплопроводность,
5. латеральный теплообмен с донными отложениями.

Факторы 1 и 2 генерируют максимум температуры, факторы 4, 5 – подавляют. Фактор "накачки" 3 изменяет уже существующий максимум и в случае Большого Вилюя – увеличивает его. Все факторы оказываются одного порядка величины, однако их соотношение сильно зависит от прозрачности воды. В диапазоне коэффициента экстинкции $0.2 \div 0.5$ м$^{-1}$, механизмы, осуществляющие наибольший положительный вклад в значение максимума – это поглощение радиации и "накачка", а в диапазоне 0.6 м$^{-1}$ и выше эволюция температуры перемешанного слоя оказывается главным фактором. Развитие конвекции вследствие двойной диффузии в интервале глубин максимума температуры в оз. Большой Вилюй маловероятно из-за очень быстрого роста солёности с глубиной.

Глава 3. Параметризация гравитационных и инерционных колебаний в замкнутых водоёмах

Для многих задач лимнологии и климатологии важно формирование в модели правильных вертикальных распределений термодинамических и биогеохимических переменных, которые определяются, особенно в период открытой воды, турбулентным перемешиванием. Турбулентное перемешивание, в свою очередь, связано с полем течений; это поле в одномерных моделях, как правило, рассчитывается в приближении горизонтального пограничного слоя с вращением (Henderson-Sellers, 1985), что приближённо справедливо только для водоёмов с горизонтальными размерами, сильно превышающими внутренний радиус деформации Россби L_R ($L_R \approx$2-3 км для умеренных широт). Для малых водоёмов сила Кориолиса становится пренебрежимой в сравнении с силой горизонтального градиента давления, вызванного распределением массы в озере. Взаимодействие перераспределения массы и градиента давления приводит в замкнутых водоёмах к гравитационным колебаниям, известным как *сейши*. Поскольку горизонтальный градиент давления почти во всех в одномерных моделях не учитывается, не воспроизводятся и сейши.

Сейши обуславливают в водоёмах спектр флуктуаций всех термогидродинамических величин, с максимальными амплитудами в термоклине, однако влияние этих колебаний на среднюю стратификацию исследован к настоящему времени слабо. Предложено множество моделей, построенных для воспроизведения сейшевых колебаний (Horn et al., 1986; Rueda and Schladow, 2002; Lemmin et al., 2005; Kirillin et al., 2015b), в которых среднее вертикальное распределение термодинамических величин считается заданным и, таким образом, сейши на него не влияют. Единственный известный автору подход для параметризации эффекта сейш на вертикальное перемешивание в водоёме, развиваемый в работах (Goudsmit et al., 2002; Gaudard et al., 2017), основан на гипотезе, что энергия крупных сейшевых мод посредством нелинейного взаимодействия переходит на малые масштабы, на которых волны разрушаются на наклонном дне. Этот эффект параметризуется добавлением в уравнение баланса турбулентной кинетической энергии дополнительного слагаемого, форма которого конструируется из соображений размерности. В настоящей работе предлагается другой

метод учёта сейш в одномерной модели водоёма, основанный на явном воспроизведении первой горизонтальной моды, согласно многочисленным натурным данным несущей в озёрах наибольшую энергию. Этот метод реализован в модели озера LAKE.

В вводном разделе настоящей главы излагаются основные сведения о линейных моделях многослойной жидкости, необходимые для последующего построения параметризации сейш в одномерной модели.

3.1 Линейные модели расслоенной жидкости

В модели расслоенной (многослойной) жидкости тело водоема состоит из N слоев постоянной плотности ρ_i, увеличивающейся с глубиной ($\rho_{i+1} > \rho_i$), толщина которых испытывает малые возмущения относительно средних значений, $h_i = H_i + h'_i$, $\left(|h'_i/H_i| \ll 1,\ \sum_{i=1}^{N} H_i = H\right)$ (Рисунок 3.1). Для каждого слоя можно записать линеаризованные уравнения баланса импульса и массы (здесь и далее – без суммирования по повторяющимся индексам):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial p'_i}{\partial x} + f v_i, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial p'_i}{\partial y} - f u_i, \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial h'_i}{\partial t} + H_i\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y}\right) = 0, \tag{3.3}$$

$$p'_i = g\sum_{k=1}^{N} \rho_{\min(i,k)} h'_k,\ i = \overline{1,N}. \tag{3.4}$$

Здесь u_i, v_i – горизонтальные компоненты скорости в i-м слое, p'_i – отклонение давления в i-м слое от давления при $h'_i = 0$, $i = \overline{1,N}$. Последнее соотношение физически означает, что градиент давления в любом слое есть градиент гидростатического давления вышележащих слоев плюс градиент гидростатического давления в данном слое. Градиент гидростатического давления в данном слое пропорционален градиенту высоты верхней границы слоя. Последняя же величина равна сумме градиентов толщин этого слоя и всех нижележащих слоев.

Система (3.1)-(3.4) дополняется условиями непротекания на боковых границах для каждого из слоев:

$$[(u_i,v_i)\cdot\mathbf{n}]_\Gamma = 0,\ i=\overline{1,N}. \tag{3.5}$$

По-видимому, впервые в таком виде задача по сути сопряженных между собой уравнений мелкой воды рассматривалась Г.Цэнэди (Csanady, 1982) в задаче моделирования апвеллинга. Позднее С.Монисмитом (Monismith, 1985), а также М.Мюннихом и соавторами (Münnich et al., 1992) она была применена к озёрам. Вывод критериев ее применимости приводится в (Spigel, 1978) и в геострофическом пределе – у Дж.Педлоски (Pedlosky, 1979). Согласно Р.Шпигелю (Monismith, 1985; Spigel, 1978), эти критерии выражаются в терминах чисел Ричардсона Ri, Веддербурна W и отношения ширины водоема к внутреннему радиусу Россби (т.н. число Кельвина, Ke)[1]:

$$\mathrm{W} \doteq \frac{g\epsilon H_1^2}{u_*^2 \max(L_x,L_y)} \to \infty, \tag{3.6}$$

$$\mathrm{Ri} \doteq \frac{g\epsilon H_1}{u_*^2} \to \infty, \tag{3.7}$$

$$\mathrm{Ke} \doteq \frac{f \min(L_x,L_y)}{(g\epsilon H_1)^{1/2}} \to 0, \tag{3.8}$$

где L_x, L_y – горизонтальные размеры водоёма, H_1 – толщина верхнего перемешанного слоя, u_* – скорость трения на поверхности, $\epsilon = (\rho_2-\rho_1)/\rho_2$. Отметим, что первое и третье из приведённых условий включают размеры водоёма так, что для малых водных объектов они выполняются в большей степени. Можно показать, что предел (3.7) является необходимым условием справедливости гидростатического приближения для малых водоёмов ($\min(L_x,L_y) \ll L_R$, т.е. условие (3.8)). Кроме того, $\mathrm{W}=A_r\mathrm{Ri}$, где $A_r \doteq H/L$ – отношение аспекта, причём $A_r \ll 1$ для подавляющего множества водоёмов, так что из $\mathrm{W}\to\infty$ следует $\mathrm{Ri}\to\infty$.

Важнейшими частными случаями линейной модели расслоенной жидкости являются однослойная (бартотропная) и двухслойная (простейшая бароклинная) модели.

[1] Строго говоря, эти критерии получены для двухслойной жидкости.

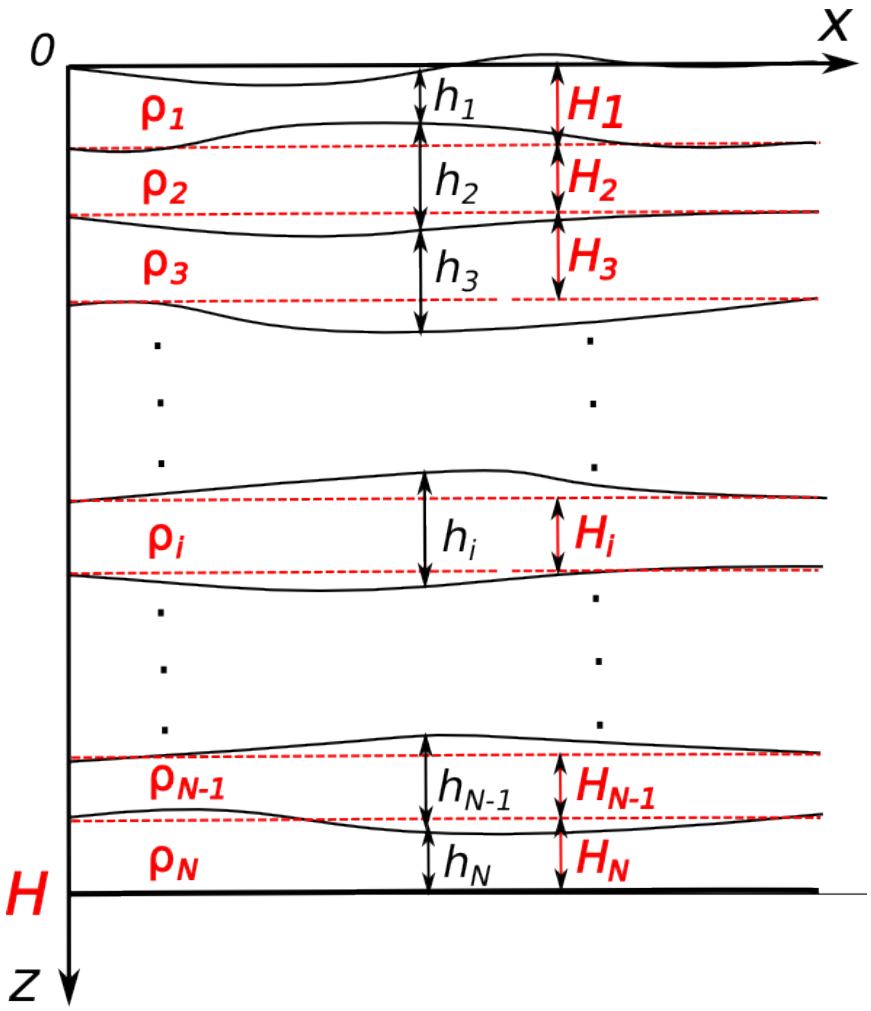


Рисунок 3.1 — Схема модели расслоенной жидкости для двумерного водоема. H_i – постоянные во времени толщины слоев постоянной плотности ρ_i, соответствующие состоянию покоя, h_i – действительные, переменные во времени толщины слоев, $h_i = H_i + h'_i$ (рисунок адаптирован из (Münnich et al., 1992))

3.1.1 Сохранение энергии в расслоенной жидкости

В настоящем разделе предлагается выражение для доступной потенциальной энергии многослойной жидкости и выводится закон сохранения полной энергии (аналогичные результаты в литературе автору неизвестны).

Полная кинетическая энергия системы (3.1)-(3.4) определяется как

$$K = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} H_i\rho_i \int_0^{L_y}\int_0^{L_x} \left(u_i^2 + v_i^2\right) dxdy. \tag{3.9}$$

Введём величину

$$A_e = \frac{g}{2}\sum_{i=1}^{N}\Delta\rho_i\int_0^{L_y}\int_0^{L_x}\left(\sum_{k=i}^{N}h'_k\right)^2 dxdy, \tag{3.10}$$

где $\Delta\rho_1 = \rho_1$ и $\Delta\rho_i = \rho_i - \rho_{i-1}$ при $i \geq 2$. Используя уравнения (3.1)-(3.4), можно доказать, что (см. Приложение В)

$$\frac{d(K + A_e)}{dt} = 0. \tag{3.11}$$

Величина A_e является обобщением на многослойный случай доступной потенциальной энергии двухслойной жидкости, введённой в (Leonardi, 2011). Из (3.10) легко видеть, что в состоянию покоя системы (3.1)-(3.4) (u_i, v_i, $h'_i = 0$, $i = \overline{1,N}$) соответствует минимальное значение $A_e = 0$. Закон сохранения полной энергии должен быть адекватно отражён в параметризации сейш, а также при построении численной схемы для этой параметризации (см. Раздел 3.2.6).

3.1.2 Общая постановка задачи для однослойной жидкости

Баротропная модель есть система уравнений мелкой воды в декартовой вращающейся системе координат:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g\frac{\partial h'}{\partial x} + fv, \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g\frac{\partial h'}{\partial y} - fu, \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + H\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0, \tag{3.14}$$

с граничным условием непротекания $(\mathbf{u}\cdot\mathbf{n})|_\Gamma = 0$. Система (3.12)-(3.14) сводится к уравнению относительно возмущения свободной поверхности

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} - gH\nabla_h^2 h' + f^2 h' = 0, \tag{3.15}$$

с граничным условием непротекания

$$\left(\frac{\partial^2 h'}{\partial n \partial t} + f\frac{\partial h'}{\partial s}\right)_{\Gamma} = 0, \tag{3.16}$$

где внешняя к Γ нормаль $\mathbf{n}$, касательный к границе единичный вектор $\mathbf{s}$ и вертикальный, направленный из страницы на читателя, орт образуют правую тройку. Решение ищется в виде колебаний $h' = \exp(\bar{i}\omega t)\hat{h}(x,y)$, $\bar{i} = \sqrt{-1}$, при подстановке которого в (3.15), получаем

$$\nabla_h^2 \hat{h} - \frac{f^2 - \omega^2}{gH}\hat{h} = 0, \tag{3.17}$$

с граничным условием

$$\left(i\omega\frac{\partial \hat{h}}{\partial n} + f\frac{\partial \hat{h}}{\partial s}\right)_{\Gamma} = 0, \tag{3.18}$$

т.е. задачу Штурма-Лиувилля, в которой нужно найти все возможные частоты ω и соответствущие им амплитуды $\hat{h}$. Собственные функции $\hat{h}$ зависят от геометрии области, в которой ищется решение. В дальнейшем будут использованы известные из литературы аналитические решения задачи (3.17)-(3.18) для замкнутых водоемов с круговым и прямоугольным горизонтальными сечениями (Раздел 3.2.4).

3.1.3 Общая постановка задачи для двухслойной жидкости

Для двухслойной жидкости система (3.1)-(3.4) принимает вид:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = -g\left(\frac{\partial h_1'}{\partial x} + \frac{\partial h_2'}{\partial x}\right) + fv_1, \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -g\left(\frac{\partial h_1'}{\partial y} + \frac{\partial h_2'}{\partial y}\right) - fu_1, \tag{3.20}$$

$$\frac{\partial h_1'}{\partial t} + H_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}\right) = 0, \tag{3.21}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = -g\left(\alpha\frac{\partial h_1'}{\partial x} + \frac{\partial h_2'}{\partial x}\right) + fv_2, \tag{3.22}$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = -g\left(\alpha\frac{\partial h_1'}{\partial y} + \frac{\partial h_2'}{\partial y}\right) - fu_2, \tag{3.23}$$

$$\frac{\partial h_2'}{\partial t} + H_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y}\right) = 0, \tag{3.24}$$

где $\alpha = \rho_1/\rho_2$, и граничные условия имеют вид: $(\mathbf{u}_i,\mathbf{n})_\Gamma = 0$, $i = 1{,}2$. Эта система уравнений изящным способом сводится к виду баротропной системы (3.12)-(3.14) (см., например, (Veronis, 1956)). А именно, производится замена переменных

$$u_{*i}H_{*i} = (1-\beta_i)u_1H_1 + u_2H_2, \tag{3.25}$$

$$v_{*i}H_{*i} = (1-\beta_i)v_1H_1 + v_2H_2, \tag{3.26}$$

$$h_{*i}' = (1-\beta_i)h_1' + h_2', \quad i = 1{,}2. \tag{3.27}$$

Здесь β_i есть корни уравнения Стокса:

$$H_1\beta^2 - \beta(H_1+H_2) + \epsilon H_2 = 0, \tag{3.28}$$

$$\beta_{1,2} = \frac{H_1+H_2}{2H_1}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\epsilon H_1H_2}{(H_1+H_2)^2}}\right), \tag{3.29}$$

а $H_{*i} = \epsilon H_2/\beta_i$, $\epsilon = (\rho_1 - \rho_2)/\rho_2$. С помощью этой замены система (3.19)-(3.24) разбивается на две *независимые* системы из трех уравнений

$$\frac{\partial u_{*i}}{\partial t} = -g\frac{\partial h'_{*i}}{\partial x} + l v_{*i}, \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial v_{*i}}{\partial t} = -g\frac{\partial h'_{*i}}{\partial y} - l u_{*i}, \tag{3.31}$$

$$\frac{\partial h'_{*i}}{\partial t} + H_{*i}\left(\frac{\partial u_{*i}}{\partial x} + \frac{\partial v_{*i}}{\partial y}\right) = 0, \quad i = 1{,}2, \tag{3.32}$$

каждая из которых отличается от (3.12)-(3.14) только константами – эффективными толщинами слоев H_{*i}. Нетрудно убедиться, что в терминах новых переменных условие непротекания также сохраняет свой прежний вид, $(\mathbf{u}_{*i},\mathbf{n})_\Gamma = 0$, $i = 1{,}2$. Таким образом, намеченный в предыдущем разделе путь решения баротропной задачи полностью переносится на бароклинный случай с заменой $H \to H_{*i}$, $i = 1{,}2$.

С учетом малости ϵ, несложно получить, что

$$\beta_1 = \frac{H_1 + H_2}{H_1} + O(\epsilon), \quad H_{*1} \approx \frac{\epsilon H_1 H_2}{H_1 + H_2}, \tag{3.33}$$

$$\beta_2 = \frac{\epsilon H_2}{H_1 + H_2} + O(\epsilon^2), \quad H_{*2} \approx H_1 + H_2, \tag{3.34}$$

т.е. система уравнений с $i = 1$ описывает бароклинные движения, а система с $i = 2$ – баротропные.

3.2 Параметризация сейш в одномерной модели[2]

В настоящем разделе будет построена параметризация внутренних и поверхностных сейш для одномерных моделей замкнутых водоемов. С точки зрения такой параметризации выгодной представляется разработка подхода с привлечением модели расслоенной жидкости. Модель расслоенной жидкости является привлекательной здесь по следующим причинам:

[2]Раздел написан на основе статьи (Степаненко, 2018)

– она является линейной и хорошо исследована в рамках аналитических подходов;
– данная модель успешно апробирована на большом количестве водоемов.

Рассмотрим, как модель расслоенной жидкости может быть сопряжена с одномерной по вертикали моделью. Пусть водоем удовлетворяет условиям применимости модели расслоенной жидкости – гидростатичности и малости возмущений толщин слоёв. Для этого достаточно выполнения (3.6)-(3.8), т.е. водоём должен быть достаточно мал и устойчиво стратифицирован по отношению к степени ветрового воздействия. Если горизонтальный размер озера значительно превышает радиус деформации Россби, то тогда вертикальные движения подавляются вращением, согласно теореме Праудмена-Тэйлора (Должанский, 2006). В частности, при этих условиях вновь становится справедливо уравнение гидростатики. Третий вариант – это перемешанный по вертикали водоем, и тогда в силу малости отношения аспекта[3] его динамику можно описывать уравнениями мелкой воды (простейший случай модели расслоенной жидкости).

Отметим, что выделение слоев постоянной плотности в непрерывно стратифицированном водоеме в большинстве работ производится без явного обозначения метода (алгоритма) выделения. В настоящей работе, при обсуждении задачи на конечно-разностном уровне (Раздел 3.2.6), будет предложен количественный критерий различения слоёв.

Пусть выделены слои $(z_{*,i},z_{*,i+1})$, $i = \overline{1,N}$ в каждом из которых плотность, $\rho_{w*,i}$, можно считать постоянной (звездочки в нижнем индексе здесь используются для различия с величинами, относящимися к уровням конечно-разностной сетки одномерной модели). При этом будем для простоты считать, что горизонтальное сечение водоема A постоянно по глубине. Пренебрежем также динамическим влиянием притоков и истоков, $\mathscr{A}_u$, $\mathscr{A}_v = 0$. При этих условиях,

[3]Строго говоря, в приближении длинных волн. Однако, при малом отношении аспекта замкнутого водоема первые моды как раз являются длинными.

осреднение уравнений (2.20)-(2.21) по глубине в интервале $(z_{*,i},z_{*,i+1})$ дает:

$$\frac{\partial\widetilde{\overline{u}}^i}{\partial t} = \mathscr{M}_u^i - \frac{1}{\rho_{w*,i}}\widetilde{\overline{\frac{\partial p}{\partial x}}}^i + \frac{1}{\Delta z_{*,i}}\left[(\nu+\nu_m)\,\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}\right]\Bigg|_{z_{*,i}}^{z_{*,i+1}} + f\widetilde{\overline{v}}^i, \tag{3.35}$$

$$\frac{\partial\widetilde{\overline{v}}^i}{\partial t} = \mathscr{M}_v^i - \frac{1}{\rho_{w*,i}}\widetilde{\overline{\frac{\partial p}{\partial y}}}^i + \frac{1}{\Delta z_{*,i}}\left[(\nu+\nu_m)\,\frac{\partial\overline{v}}{\partial z}\right]\Bigg|_{z_{*,i}}^{z_{*,i+1}} - f\widetilde{\overline{u}}^i,\ i=\overline{1,N}, \tag{3.36}$$

где $\Delta z_{*,i} = z_{*,i+1} - z_{*,i}$, $\widetilde{(\dots)}^i \doteq \Delta z_{*,i}^{-1}\int_{z_{*,i}}^{z_{*,i+1}}(\dots)dz$, а метрические слагаемые $\mathscr{M}_u^i$, $\mathscr{M}_v^i$ возникают вследствие возможного движения границ $z_{*,i},z_{*,i+1}$ во времени из-за изменения стратификации:

$$\mathscr{M}_f^i = -\frac{1}{\Delta z_{*,i}}\frac{d\Delta z_{*,i}}{dt}\widetilde{\overline{f}}^i + \frac{1}{\Delta z_{*,i}}\left(\frac{dz_{*,i+1}}{dt}\overline{f}(z_{*,i+1}) - \frac{dz_{*,i}}{dt}\overline{f}(z_{*,i})\right),\ f=u,v. \tag{3.37}$$

Оценим величины этих слагаемых. При однородном распределении скорости по вертикали внутри слоя $(z_{*,i},z_{*,i+1})$, $\mathscr{M}_u^i$, $\mathscr{M}_v^i$ тождественно обращается в ноль, однако этот случай на является характерным для реальных водоемов. В общем случае, можно сделать следующие оценки:

$$\mathscr{M}_u^i \sim \mathscr{M}_v^i \sim \frac{\delta(\Delta z)\ U}{\Delta z T_1} \tag{3.38}$$

$$\frac{\partial\widetilde{\overline{u}}^i}{\partial t} \sim \frac{\partial\widetilde{\overline{v}}^i}{\partial t} \sim \frac{U}{T_2}, \tag{3.39}$$

$$\frac{\mathscr{M}_u^i}{\frac{\partial\widetilde{\overline{u}}^i}{\partial t}} \sim \frac{\mathscr{M}_v^i}{\frac{\partial\widetilde{\overline{v}}^i}{\partial t}} \sim \frac{\delta(\Delta z)\ T_2}{\Delta z T_1}, \tag{3.40}$$

где U – характерный масштаб горизонтальной скорости, T_2 – характерный период колебаний скорости, Δz – масштаб толщины слоя однородной плотности, $\delta(\Delta)z$ – масштаб изменения толщины слоя за масштаб времени T_1. В качестве T_2 можно принять период сейшевой моды, обладающей наибольшей энергией (как правило, первой горизонтальной моды, (Horn et al., 1986; Rueda and Schladow, 2002; Lemmin et al., 2005; Kirillin et al., 2015b; Marchenko and Morozov, 2016; Roget et al., 2017)). Масштаб T_1 – это период наиболее интенсивных колебаний температуры (плотности), т.е. суточный период. Рассмотрим далее трехслойный водоем, состоящий из эпилимниона (перемешанного слоя), металимниона (термоклина), гиполимниона. По данным наблюдений, температура (и, следо-

вательно, плотность), в гиполимнионе меняется медленнее, чем в других слоях, так что $\delta(\Delta z)/T_1$ здесь минимально при сохранении того же порядка T_2 и как минимум того же порядка Δz, что в термоклине и перемешанном слое. В то же время для термоклина и перемешанного слоя отношение (3.40) имеет одинаковый порядок, поскольку для них характерна (для не очень глубоких водоемов) толщина одного порядка, и кроме того они делят общую границу (так что изменение их толщин во времени по меньшей мере, в суточном ходе одинаково, но противоположно по знаку). Далее, поскольку наиболее энергетическая первая сейшевая мода для водоемов умеренных широт в летнее время имеет период порядка суток, т.е. $T_1 \sim T_2$, то отношение (3.40) становится $\sim \delta(\Delta z)/\Delta z \sim 0.1$. В последней оценке мы использовали характерные значения для толщины и амплитуды суточных колебаний эпилимниона умеренных широт в озерах средней глубины. По-видимому, эта оценка $\mathscr{M}_u^i$, $\mathscr{M}_v^i$ является верхней, поскольку слагаемые в (3.40), по крайней мере, в условиях однонаправленного движения воды внутри слоя, должны значительной степени компенсировать друг друга. Таким образом, мы приходим к выводу, что слагаемые $\mathscr{M}_u^i$, $\mathscr{M}_v^i$ можно отбросить из уравнений (3.35)- (3.36).

В силу того, что поперечное сечение A – константа, операции горизонтального и вертикального осреднения коммутируют. Далее, вследствие гидростатического приближения давление внутри слоя постоянной плотности есть $p = p_{*,i} + \rho_{w*,i} g\,(z - z_{*,i})$, где $p_{*,i} \doteq p(x,y,z_{*,i})$ – давление на верхней границе i-го слоя. Тогда получаем:

$$\frac{\partial \overline{\tilde{u}^i}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{w*,i}} \overline{\frac{\partial p_{*,i}}{\partial x}} + \frac{1}{\Delta z_{*,i}} \left[(\nu + \nu_m) \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right] \Bigg|_{z_{*,i}}^{z_{*,i+1}} + f \overline{\tilde{v}^i}, \tag{3.41}$$

$$\frac{\partial \overline{\tilde{v}^i}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{w*,i}} \overline{\frac{\partial p_{*,i}}{\partial y}} + \frac{1}{\Delta z_{*,i}} \left[(\nu + \nu_m) \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} \right] \Bigg|_{z_{*,i}}^{z_{*,i+1}} - f \overline{\tilde{u}^i}, \; i = \overline{1,N}. \tag{3.42}$$

Однако, для этих же слоев осредненные по горизонтали уравнения модели расслоенной жидкости (3.1)-(3.2) выглядят так:

$$\frac{\partial \overline{\tilde{u}^i}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{w*,i}} \overline{\frac{\partial p_{*,i}}{\partial x}} + f \overline{\tilde{v}^i}, \tag{3.43}$$

$$\frac{\partial \overline{\tilde{v}^i}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{w*,i}} \overline{\frac{\partial p_{*,i}}{\partial y}} - f \overline{\tilde{u}^i}, \; i = \overline{1,N}, \tag{3.44}$$

где $p_{*,i}$ рассчитывается по возмущениям толщин слоев постоянной плотности по формуле (3.4).

Заметим, что уравнения модели расслоенной жидкости записаны здесь относительно осредненных по вертикали компонент скорости. Обычно в этих уравнениях (как и в уравнениях мелкой воды) считается, что горизонтальные компоненты скорости не зависят от высоты (глубины) в пределах каждого слоя. Это справедливо в предположении малости числа Россби (Pedlosky, 1979) или при начальных условиях, не зависящих от z (Holton, 2004; Должанский, 2006). Однако, однородность по вертикали горизонтальной скорости не является необходимым условием сохранения формы уравнений расслоенной жидкости, и в приближении малых h'_i/H_i они могут быть выписаны и в терминах осредненных по вертикали скоростей (на примере уравнений мелкой воды, см. (Wilson, 1972)).

Уравнения (3.41)- (3.42) отличаются от (3.43)- (3.44) только наличием трения, которое в модели расслоенной жидкости не учитывается. Предположим, что слагаемые трения выражены через $\overline{\tilde{u}^i}$, $\overline{\tilde{v}^i}$. Возникает вопрос, справедливо ли, с целью замыкания системы (3.41)- (3.42), дополнить ее линеаризованным уравнением неразрывности (3.3) и гидростатической связью давления с отклонениями толщин слоев (3.4)? Для использования уравнения неразрывности в линеаризованном виде необходимо обеспечить малость h'_i/H_i в модели расслоенной жикдости с учетом трения между слоями. Естественно предположить[4], что поскольку требуемое свойство обеспечено для системы (3.43)- (3.44) условиями (3.6), оно тем более должно выполняться для системы с трением между слоями, где при заданном внешнем динамическом воздействии трение обеспечивает диссипацию кинетической энергии и, следовательно, уменьшение отклонений h_i по сравнению со случаем идеальной жидкости.

Таким образом, систему (3.41)- (3.42) можно дополнить уравнениями:

$$\left(\overline{\frac{\partial p_{*,i}}{\partial x}}, \overline{\frac{\partial p_{*,i}}{\partial x}}\right) = g \sum_{k=1}^{N} \rho_{w*,\min(i,k)} \left(\overline{\frac{\partial h'_k}{\partial x}}, \overline{\frac{\partial h'_k}{\partial y}}\right), \tag{3.45}$$

$$\frac{\partial h'_i}{\partial t} + H_i \left(\frac{\partial \tilde{u}^i}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}^i}{\partial y}\right) = 0,\ i = \overline{1,N}, \tag{3.46}$$

[4]Хотя это вероятно можно доказать математически.

где первое уравнение получено из (3.4). Проблема, однако, заключается теперь в том, что в уравнениях (3.41)- (3.42) требуется осредненный по горизонтали градиент давления, в то время как уравнения (3.45)-(3.46) предполагают сначала решение двумерной по горизонтали задачи для нахождения $h_i'(x,y,t)$ и затем нахождение осредненного градиента давления по (3.45). Иными словами, для замыкания системы (3.41), (3.42),(3.45) необходимо вывести параметризацию (желательно, с привлечением закона сохранения объема (3.46)), выражающую $\overline{\frac{\partial h_i'}{\partial x}}$, $\overline{\frac{\partial h_i'}{\partial y}}$ через $\overline{\tilde{u}^i}$, $\overline{\tilde{v}^i}$. Дополненная такой параметризацией система (3.41), (3.42),(3.45) становится системой обыкновенных дифференциальных уравнений относительно осредненных внутри слоев квазипостоянной плотности скоростей $\overline{\tilde{u}^i}$, $\overline{\tilde{v}^i}$.

Как показано в последующих разделах, такое замыкание несложно выписать для отдельных горизонтальных мод системы уравнений расслоенной жидкости без трения (3.1)-(3.4), для которых $\overline{\tilde{u}^i},\overline{\tilde{v}^i} \neq 0$. Те моды, для которых $\overline{\tilde{u}^i},\overline{\tilde{v}^i} = 0$, не вносят непосредственный вклад в горизонтально-осредненный импульс, и поэтому в рамках настоящего подхода не учитываются.

Вернемся к исходным дифференциальным уравнениям движения (2.20)-(2.21). Используя полученные выше результаты, уравнения динамики одномерной модели предлагается пополнить до системы, включающей:

1. уравнения (2.20)-(2.21);
2. количественный критерий, позволяющий по мгновенному вертикальному распределению плотности выделить границы слоев квазипостоянной плотности, глубины которых, $z_{*,i}$, $i = \overline{1,N+1}$, таким образом, зависят от времени;
3. динамическое уравнение (параметризация), связывающее в каждом i-м слое постоянной плотности средний по горизонтали градиент толщины слоя $\overline{\frac{\partial h_i'}{\partial x}}$, $\overline{\frac{\partial h_i'}{\partial y}}$ с осредненной по вертикали скоростью в этом слое $\overline{\tilde{u}}^i$,$\overline{\tilde{v}}^i$;
4. уравнение (3.45), по которому вычисляется горизонтально-осредненный градиент давления для уравнений (2.20)-(2.21), однородный по глубине внутри каждого i-го слоя.

Последующие разделы посвящены выводу и валидации на аналитических решениях параметризации 3 в этой системе.

3.2.1 Случай двумерного водоёма без вращения

Рассмотрим двумерный канал $[-L/2,L/2] \times [0,H]$ без трения и вращения, состоящий из N слоев различной постоянной плотности ρ_i (Рисунок 3.1). В этом случае, для каждого слоя уравнения (3.1)-(3.4) принимают вид (см. также (Münnich et al., 1992)):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial p'_i}{\partial x}, \tag{3.47}$$

$$\frac{\partial h'_i}{\partial t} + H_i\frac{\partial u_i}{\partial x} = 0, \tag{3.48}$$

$$p'_i = g\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(i,k)}h'_k,\ i = \overline{1,N}. \tag{3.49}$$

Чтобы редуцировать в этой задаче зависимость по x, необходимо ввести априорную гипотезу о форме горизонтальной изменчивости неизвестных переменных. Следуя подходу спектральных моделей, это удобно сделать через ограничение количества горизонтальных гармонических мод, на которые раскладывается решение. Ввиду того, что большинство косвенных эмпирических оценок свидетельствует о преобладании первой горизонтальной моды (Horn et al., 1986; Rueda and Schladow, 2002; Lemmin et al., 2005; Kirillin et al., 2015b; Marchenko and Morozov, 2016; Roget et al., 2017), в настоящей параметризации мы ограничимся первой модой.

Далее будем использовать средние значения по горизонтали, а также средние значения для левой и правой половин области, а именно, для любой переменной f, $\overline{f} = 1/L\int_{-L/2}^{L/2} f dx$, $\overline{f}^1 = 2/L\int_{-L/2}^{0} f dx$, $\overline{f}^2 = 2/L\int_{0}^{L/2} f dx$ (Рисунок 3.2). Для первой моды:

$$u_j \propto \cos(\pi x/L),\quad p'_j \propto \sin(\pi x/L),\quad j = \overline{1,N}. \tag{3.50}$$

Далее, осредняя уравнения (3.47)-(3.49) имеем:

$$\frac{d\overline{u_j}}{dt} = -\frac{1}{L\rho_j}\left(p'_j|_{x=+L/2} - p'_j|_{x=-L/2}\right) = -\frac{\pi}{2L\rho_j}\left(\overline{p'_j}^2 - \overline{p'_j}^1\right), \tag{3.51}$$

$$\frac{d\overline{h'_j}^2}{dt} = -\frac{d\overline{h'_j}^1}{dt} = \frac{2H_j}{L}u_j|_{x=0} = \frac{\pi H_j}{L}\overline{u_j}, \tag{3.52}$$

$$\overline{p'_j}^i = g\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}\overline{h'_k}^i,\ i = 1,2,\ j = \overline{1,N}. \tag{3.53}$$

где переход от значений переменных в точках $x = -L/2,\ 0,\ L/2$ в правых частях к средним значениям произведен с помощью (3.50). Отсюда получаем замкнутую систему:

$$\frac{d\overline{u_j}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}\left(\overline{h'_k}^2 - \overline{h'_k}^1\right), \tag{3.54}$$

$$\frac{d\overline{h'_j}^2}{dt} = -\frac{d\overline{h'_j}^1}{dt} = \frac{\pi H_j}{L}\overline{u_j},\ j = \overline{1,N}. \tag{3.55}$$

Из этой системы следует, что при начальных условиях $\overline{h'_j}^2(0) = -\overline{h'_j}^1(0)$ (что выражает сохранение объема слоя) имеет место $\overline{h'_j}^2 = -\overline{h'_j}^1$ во все последующие моменты времени.

3.2.2 Обобщение на случай трёхмерного водоёма

Для трехмерного водоема $[-L_x/2,L_x/2] \times [-L_y/2,L_y/2] \times [0,H]$ без вращения используется система (3.1)-(3.4) с $f = 0$. Для этой задачи разложение

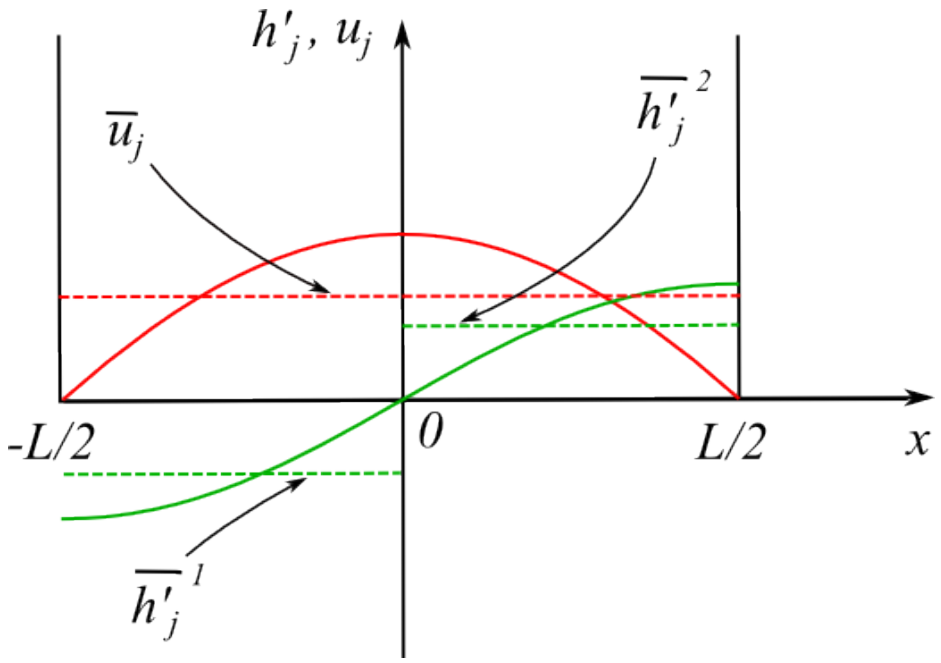


Рисунок 3.2 — Схема, поясняющая переменные модели первой сейшевой моды. Здесь $u_j \propto \cos(\pi x/L)$, $h'_j \propto \sin(\pi x/L)$. Возмущение толщины h'_j здесь можно заменить на возмущение давления p'_j через гидростатическое соотношение

решения до первой гармоники Фурье выглядит так:

$$
\begin{aligned}
u_i &= u^i_{10} \cos\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) + u^i_{11} \cos\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right), \\
v_i &= v^i_{01} \cos\left(\frac{\pi y}{L_y}\right) + v^i_{11} \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{L_y}\right), \\
h_i &= h^i_{10} \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) + h^i_{01} \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right) + h^i_{11} \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right),
\end{aligned}
$$

Используя технику, аналогичную двумерному случаю, получаем систему уравнений

$$\frac{d\overline{u_j}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_x\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}\left(\overline{h'_k}^{x2} - \overline{h'_k}^{x1}\right), \tag{3.56}$$

$$\frac{d\overline{v_j}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_y\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}\left(\overline{h'_k}^{y2} - \overline{h'_k}^{y1}\right), \tag{3.57}$$

$$\frac{d\overline{h'_j}^{x2}}{dt} = -\frac{d\overline{h'_j}^{x1}}{dt} = \frac{\pi H_j}{L_x}\overline{u_j}, \tag{3.58}$$

$$\frac{d\overline{h'_j}^{y2}}{dt} = -\frac{d\overline{h'_j}^{y1}}{dt} = \frac{\pi H_j}{L_y}\overline{v_j},\ j = \overline{1,N}. \tag{3.59}$$

Здесь $\overline{f}^{x1} = 2/(L_xL_y)\int_{-L_x/2}^{0}\int_{-L_y/2}^{L_y/2} f\,dydx$, $\overline{f}^{x2} = 2/(L_xL_y)\int_{0}^{L_x/2}\int_{-L_y/2}^{L_y/2} f\,dydx$, и аналогично определяются $\overline{f}^{y1}$ и $\overline{f}^{y2}$. Заметим, что уравнения (3.56) и (3.58), с одной стороны, и (3.57) и (3.59) – с другой, представляют собой независимые системы уравнений.

3.2.3 Обобщение на случай с вращением

Обобщение уравнений параметризации сейш для трехмерного водоема (3.56)-(3.59) на случай вращающейся системы координат можно произвести, добавляя формально в правой части горизонтальные составляющие ускорения

Кориолиса:

$$\frac{d\overline{u_j}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_x\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}\Delta_x\overline{h'_k} + l\overline{v_j}, \tag{3.60}$$

$$\frac{d\overline{v_j}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_y\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}\Delta_y\overline{h'_k} - l\overline{u_j}, \tag{3.61}$$

$$\frac{d\Delta_x\overline{h'_j}}{dt} = \frac{2\pi H_j}{L_x}\overline{u_j}, \tag{3.62}$$

$$\frac{d\Delta_y\overline{h'_j}}{dt} = \frac{2\pi H_j}{L_y}\overline{v_j},\ j = \overline{1,N}, \tag{3.63}$$

где для сокращения записи введены обозначения $\Delta_x\overline{h'_k} = \left(\overline{h'_k}^{x2} - \overline{h'_k}^{x1}\right)$, $\Delta_y\overline{h'_k} = \left(\overline{h'_k}^{y2} - \overline{h_k}^{y1}\right)$, $k = 1{,}2$. Ниже рассмотрим закон сохранения механической энергии и свойства колебаний, возникающих в этой системе.

Закон сохранения энергии. Для системы (3.60)-(3.63) несложно получить закон сохранения полной механической энергии, аналогичный (3.9),(3.10), (3.11). Суммарная кинетическая энергия определяется как:

$$K = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} H_i\rho_i L_x L_y\left(\overline{u}_i^2 + \overline{v}_i^2\right). \tag{3.64}$$

Введём величину

$$A_e = \frac{gL_xL_y}{8}\sum_{i=1}^{N}\Delta\rho_i\left[\left(\sum_{k=i}^{N}\Delta_x\overline{h'_k}\right)^2 + \left(\sum_{k=i}^{N}\Delta_y\overline{h'_k}\right)^2\right]. \tag{3.65}$$

Аналогично тому, как это сделано при выводе уравнения (3.11) (Приложение В), пользуясь соотношениями (3.60)-(3.63), несложно показать, что и в данном случае

$$\frac{d(K + A_e)}{dt} = 0, \tag{3.66}$$

т.е. определённая здесь величина A_e также имеет смысл доступной потенциальной энергии.

Баротропный случай. Чтобы исследовать баротропные колебания системы (3.60)-(3.63) в чистом виде, необходимо положить $N = 1$. Тогда гармоническия колебания в решении решения получившейся системы уравнений ($f \sim \exp(\bar{i}\omega t)$, $f = \overline{u_1}$, $\overline{v_1}$,...) могут происходить с двумя частотами. В самом деле, однослойный вариант системы (3.60)-(3.63) имеет вид:

$$\frac{d\overline{u_1}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_x}\left(\overline{h_1'}^{x2} - \overline{h_1'}^{x1}\right) + f\overline{v_1}, \tag{3.67}$$

$$\frac{d\overline{v_1}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_y}\left(\overline{h_1'}^{y2} - \overline{h_1'}^{y1}\right) - f\overline{u_1}, \tag{3.68}$$

$$\frac{d\overline{h_1'}^{x2}}{dt} = -\frac{d\overline{h_1'}^{x1}}{dt} = \frac{\pi H_1}{L_x}\overline{u_1}, \tag{3.69}$$

$$\frac{d\overline{h_1'}^{y2}}{dt} = -\frac{d\overline{h_1'}^{y1}}{dt} = \frac{\pi H_1}{L_y}\overline{v_1}. \tag{3.70}$$

Отсюда стандартной техникой перекрестного дифференцирования можно получить уравнение относительно одной переменной:

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega_{gx}^2\right)\left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega_{gy}^2\right)\frac{d^2\overline{h_1'}^{x2}}{dt^2} + f^2\frac{d^4\overline{h_1'}^{x2}}{dt^4} = 0. \tag{3.71}$$

Здесь $\omega_{gx} = \pi L_x^{-1}\sqrt{gH_1}$, $\omega_{gy} = \pi L_y^{-1}\sqrt{gH_1}$ – частоты поверхностных сейш вдоль горизонтальных осей. Подставляя гармоническое решение $\overline{h_1'}^{x2} \sim \exp(\bar{i}\omega t)$, получаем, помимо тривиального решения $\omega = 0$,

$$\omega^2 = \frac{1}{2}\left[\left(\omega_{gx}^2 + \omega_{gy}^2 + f^2\right) \pm \sqrt{\left(\omega_{gx}^2 + \omega_{gy}^2 + f^2\right)^2 - 4\omega_{gx}^2\omega_{gy}^2}\right], \tag{3.72}$$

причем $\omega^2 > 0$.

Частоты гравитационных и инерционных колебаний получаются как частные случаи формулы (3.72). В самом деле, если $\omega_{gx} \gg f \ \vee \ \omega_{gy} \gg f$ из (3.72) имеем

$$\omega = \pm\omega_{gx}, \ \pm\,\omega_{gy}, \tag{3.73}$$

что соответствует частотам колебаний в системе (3.60)-(3.63), происходящих независимо по каждой из горизонтальных осей, если положить $f = 0$. Условие $\omega_{gx} \gg f \vee \omega_{gy} \gg f$ можно переписать как $L_x/L_R \ll \pi \vee \ L_y/L_R \ll \pi$,

где $L_R = \sqrt{gH_1}/f$ – баротропный радиус деформации Россби. Отсюда видно, что для пренебрежения влиянием вращения достаточно, чтобы хотя бы по одному направлению размер водоёма был много меньше L_R, что согласуется с аналитическими решениями для волн Кельвина и Пуанкаре в прямоугольных водоёмах и каналах (Taylor, 1921; Gill, 1982). Например, в задаче об инерционно-гравитационных колебаниях однородной жидкости в бесконечном канале постоянной глубины, решением которой являются волны Кельвина, показывается, что при ширине канала много меньше L_R волны Кельвина вырождаются в продольные гравитационные волны (Hutter, 1984). Инерционные же колебания в (3.72) получаются в пределе больших L_x/L_R, L_y/L_R.

В дальнейшем будет удобно отличать моды с $|\omega| > f$ (моды Пуанкаре) и $|\omega| < f$ (моды Кельвина). Такая терминология используется, например, А.Дефантом (Defant, 1961)[5] и вслед за ним Г.Т.Цэнэди (Csanady, 1967). Несложно показать, что при выборе знака "плюс" в (3.72) получаем два корня $|\omega_{+,1,2}| > f$, т.е. моду Пуанкаре. В то же время, частоты $\omega_{-,1,2}$, которые получаем при подстановке знака "минус" в (3.72) могут быть как больше, так и меньше частоты инерционных колебаний. Для простоты рассмотрим случай водоема с квадратным сечением $L_x = L_y = L$, когда $\omega_{gx} = \omega_{gy} = \omega_g$. Тогда можно показать, что $|\omega_{-,1,2}| < f$ при условии $\omega_g^2 < 2f^2$, в противном случае $|\omega_{-,1,2}| > f$. Таким образом, условием наличия моды Кельвина становится

$$\omega_g^2 < 2f^2 \text{ или } \frac{L}{L_R} > \frac{\sqrt{2}\pi}{2} \approx 2.22. \tag{3.74}$$

Отношение L/L_R называют также числом Кельвина или Бургера. Заметим, что

$$|\omega_-| \to 0 \text{ и } |\omega_+| \to f \text{ при } L/L_R \to \infty. \tag{3.75}$$

т.е. при размере водоема, значительно превышающем радиус Россби, мода Кельвина становится стационарной, а мода Пуанкаре превращается в инерционные колебания. Стационарность моды Кельвина в пределе очень большого водного объекта означает, что при фиксированной фазовой скорости волн Кельвина $\sqrt{gH}$ (Gill, 1982) увеличение области, занимаемой жидкостью, приводит к уменьшению угловой скорости движения гребней и ложбин относительно

[5] Так, $|\omega| > f$ для волн Пуанкаре в бесконечном канале прямоугольного сечения, см. (Defant, 1961), стр.209

центра области. Превращение мод Пуанкаре в инерционные колебания при $L/L_R \to \infty$ также согласуется с классическим анализом уравнений мелкой воды во вращающейся системе координат (Gill, 1982).

Бароклинный (двухслойный) случай. Здесь (3.60)-(3.63) расписывается в виде

$$\frac{d\overline{u_1}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_x}\left(\Delta_x\overline{h'_1} + \Delta_x\overline{h'_2}\right) + f\overline{v_1}, \tag{3.76}$$

$$\frac{d\overline{v_1}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_y}\left(\Delta_y\overline{h'_1} + \Delta_y\overline{h'_2}\right) - f\overline{u_1}, \tag{3.77}$$

$$\frac{d\overline{u_2}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_x}\left(\alpha\Delta_x\overline{h'_1} + \Delta_x\overline{h'_2}\right) + f\overline{v_2}, \tag{3.78}$$

$$\frac{d\overline{v_2}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_y}\left(\alpha\Delta_y\overline{h'_1} + \Delta_y\overline{h'_2}\right) - f\overline{u_2}, \tag{3.79}$$

$$\frac{d\Delta_x\overline{h'_i}}{dt} = \frac{2\pi H_i}{L_x}\overline{u_i},\ i = 1{,}2, \tag{3.80}$$

$$\frac{d\Delta_y\overline{h'_i}}{dt} = \frac{2\pi H_i}{L_y}\overline{v_i},\ i = 1{,}2. \tag{3.81}$$

Замена переменных (3.25), как и в случае полной дифференциальной модели (3.19)-(3.24), позволяет свести систему уравнений для двухслойной жидкости, к двум системам для формально однослойной жидкости:

$$\frac{d\overline{u_{*i}}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_x}\Delta_x\overline{h'_{*i}} + f\overline{v_{*i}}, \tag{3.82}$$

$$\frac{d\overline{v_{*i}}}{dt} = -\frac{\pi g}{2L_y}\Delta_y\overline{h'_{*i}} - f\overline{u_{*i}}, \tag{3.83}$$

$$\frac{d\Delta_x\overline{h'_{*i}}}{dt} = \frac{2\pi H_{*i}}{L_x}\overline{u_{*i}}, \tag{3.84}$$

$$\frac{d\Delta_y\overline{h'_{*i}}}{dt} = \frac{2\pi H_{*i}}{L_y}\overline{v_{*i}},\ i = 1{,}2, \tag{3.85}$$

так что анализ дисперсионного соотношения для баротропного случая, изложенный в предыдущем разделе, дословно повторяется для обеих мод (бароклинной, $i = 1$ и баротропной, $i = 2$), с заменой $H_1 \to \frac{\epsilon H_1 H_2}{H_1+H_2}$ для бароклинной моды и $H_1 \to H_1 + H_2$ для баротропной.

3.2.4 Проверка параметризации сейш на аналитических решениях

Двумерный водоём без вращения

Частоты колебаний. Из системы $2N$ уравнений (3.54)-(3.55) несложно получить систему N уравнений относительно осредненных скоростей:

$$\frac{d^2\overline{u_j}}{dt^2} = -\frac{\pi^2 g}{L^2\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}H_k\overline{u_k}. \tag{3.86}$$

Эта система является редуцированным по x случаем дифференциальной системы уравнений, полученной М.Мюннихом и соавт. (Münnich et al., 1992) для набора одномерных слоев:

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \frac{g}{\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}H_k\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2}\ ,j = \overline{1,\ N}. \tag{3.87}$$

Несложно видеть, что (3.86) получается при подстановке решения в виде первой моды (3.50) в (3.87). Отсюда следует, в частности, что частоты колебаний системы (3.54)-(3.55) совпадают с таковыми системы (3.87) для первой горизонтальной моды, которые, в свою очередь, удовлетворительно согласуются с наблюдаемыми пиками в спектре колебаний температуры воды в термоклине (Münnich et al., 1992). Частоты колебаний ω есть в данном случае $\sqrt{|\lambda|}$, $\lambda < 0$, где λ – собственные числа матрицы A правой части (3.86), и могут быть найдены из уравнения:

$$\det\left(A - \lambda I\right) = 0, \tag{3.88}$$

где I – единичная матрица.

Стационарное положение термоклина. Теперь рассмотрим вопрос о стационарном (равновесном) наклоне раздела между двумя слоями жидкости разной плотности в случае постоянного напряжения ветра на поверхности верхнего слоя. Система (3.54)-(3.55) для $N = 2$ и в стационарном случае, дополненная

напряжением ветра, дает следующие уравнения:

$$0 = \frac{u_*^2}{H_1} - \frac{\pi g}{2L}\left[(\overline{h_1'}^2 - \overline{h_1'}^1) + (\overline{h_2'}^2 - \overline{h_2'}^1)\right], \tag{3.89}$$

$$0 = -\frac{\pi g}{2L\rho_2}\left[\rho_1(\overline{h_1'}^2 - \overline{h_1'}^1) + \rho_2(\overline{h_2'}^2 - \overline{h_2'}^1)\right], \tag{3.90}$$

$$\overline{u_1} = \overline{u_2} = 0. \tag{3.91}$$

Отсюда, после несложных преобразований, следует

$$\frac{\Delta}{H_1} = \frac{u_*^2 L}{2g' H_1^2} = \frac{1}{2\mathrm{W}}, \tag{3.92}$$

где $\Delta = \left|h_2'|_{x=+L/2}\right| = \left|h_2'|_{x=-L/2}\right|$ есть модуль отклонения границы раздела между двумя слоями от равновесного (горизонтального) положения на краях водоема, $\mathrm{W} \sim \mathrm{Fr}^{-1}$ – число Веддербурна (Shintani et al., 2010). Отсюда критерием выхода термоклина (границы раздела слоев) на поверхность становится

$$W \leq \frac{1}{2}, \tag{3.93}$$

что совпадает с известными из литературы оценками (Shintani et al., 2010).

Трёхмерный водоем

Случай с вращением. Водоём круглого сечения. В случае вращения аналитическое решение задачи (3.15)-(3.16) для водоёма прямоугольного горизонтального сечения существенно затрудняется. Даже в однослойном приближении стандартный метод разделения переменных для задачи (3.17)-(3.18) приводит к тривиальному решению. Поэтому решение (3.15)-(3.16) ищется в виде (Rao, 1966):

$$h' = \hat{h}(x,y)\cos(\omega t - \theta(x,y)) \tag{3.94}$$

и состоит в том, что поле скорости представляется как сумма вращательной и невращательной компонент, каждая из которых разлагается в ряд по ортого-

нальным функциям, удовлетворяющим граничным условиям (Proudman, 1920). Однако вывод явного вида этих ортогональных функций очень затруднен, и поэтому в настоящей работе для валидации предлагаемой параметризации сейш в случае вращающейся системы координат используется решение для водоема кругового горизонтального сечения (Csanady, 1967). В частности, это позволит проверить, насколько велик эффект формы сечения – параметризация сейш (3.60)-(3.63) выведена для прямоугольного сечения и априори неизвестно, какие ошибки будут вызваны её формальным применением для других форм.

Рассмотрим баротропный случай (однослойная жидкость). Естественной системой координат для водоёма кругового сечения является полярная система (r,ϕ), в которой задача (3.17)-(3.18) переписывается в виде:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}\right)\hat{h}+\frac{\omega^2-f^2}{gH}\hat{h}=0, \tag{3.95}$$

$$\left(i\omega\frac{\partial \hat{h}}{\partial r}+\frac{f}{r}\frac{\partial \hat{h}}{\partial \phi}\right)_{\Gamma}=0, \tag{3.96}$$

а область ее решения есть $r \in (0,\, r_0)$. В силу периодичности по ϕ решение можно искать, разделяя переменные, в форме $\hat{h} = \exp(\bar{i}n\phi)G(r)$, где n – целое число. Далее, если перейти к новой радиальной переменной $r_* = r\sqrt{\frac{\omega^2-f^2}{gH}}$, получим уравнение Бесселя для множителя G, представляющего радиальную зависимость решения:

$$r_*^2\frac{d^2G}{dr_*^2}+r_*\frac{dG}{dr_*}+\left(r_*^2-n^2\right)G=0, \tag{3.97}$$

с граничным условием

$$\omega r_{*0}\left.\frac{dG}{dr_*}\right|_{r_*=r_{*0}}+nfG(r_{*0})=0. \tag{3.98}$$

Учитывая ограниченность решения в $r_*=0$, решение есть $G = A_*J_n(r_*)$, где $J_n(r_*)$ есть функция Бесселя первого рода порядка n, а A_* – произвольная амплитуда колебаний уровня. Для каждой моды с номером n частота находится из уравнения (3.98). Получаемые решения качественно отличаются для мод Кельвина ($|\omega| < f$, и, соответственно, аргумент функции Бесселя – чисто мнимый) и для мод Пуанкаре ($|\omega| > f$, аргумент функции Бесселя – действи-

тельный). Случай $|\omega| = f$ является вырожденным. Более детальный анализ решений (3.97)-(3.98) можно найти в (Lamb, 1932; Csanady, 1967).

В связи со сказанным в Разделе 3.2, из всех линейных мод изложенной выше аналитической задачи нас будут интересовать только те, для которых $\overline{u}$, $\overline{v} \neq 0$. Осредняя уравнения (3.12), (3.13) по области задачи, и комбинируя их, несложно получить уравнение для $\overline{u}$:

$$\frac{d^2\overline{u}}{dt^2} + f^2\overline{u} = A_1 + fA_2, \tag{3.99}$$

где

$$A_1 = -\frac{g}{\pi r_0^2}\int_{-r_0}^{r_0}\left[\frac{\partial h'(x_+)}{\partial t} - \frac{\partial h'(x_-)}{\partial t}\right]dy, \tag{3.100}$$

$$A_2 = -\frac{g}{\pi r_0^2}\int_{-r_0}^{r_0}\left[h'(y_+) - h'(y_-)\right]dx, \tag{3.101}$$

$$x_\pm = \pm\sqrt{r_0^2 - y^2}, \;\; y_\pm = \pm\sqrt{r_0^2 - x^2}. \tag{3.102}$$

Очевидно, что аналогичное уравнение будет справедливо и для $\overline{v}$. Далее, подставляя в правой части (3.100)-(3.101) $h' = \exp(\bar{i}\omega t + \bar{i}n\phi)G(r)$ и интегрируя в полярных координатах, находим, что $A_1 \neq 0$, $A_2 \neq 0$ только для первой моды, $n = 1$ (Приложение Г). Тогда для первой моды

$$\hat{u} = \frac{\bar{i}A_* g J_n(r_{*0})}{r_0(\omega - f)}, \tag{3.103}$$

где A_* – введённая выше амплитуда колебаний уровня свободной поверхности, а для любой другой моды ($n \neq 1$) получаем $\overline{u} = 0$ (вырожденный случай $|\omega| = f$ здесь не рассматривается).

Для первой моды Кельвина в водоеме круглого сечения Г.Т.Цэнэди (Csanady, 1967) приводит, в частности, следующие результаты. Критерием существования этой моды является неравенство:

$$\frac{2r_0}{L_R} > 2\sqrt{2} \approx 2.83. \tag{3.104}$$

Эта оценка близка к критерию (3.74), полученному выше для параметризации сейш, развиваемой в настоящей работе. Далее, при больших r_0/L_R частота

первой моды Кельвина $\omega \sim -fL_R/r_0$ (Csanady, 1967), т.е. стремится к нулю. Этот предел совпадает с нулевым пределом частоты Кельвина в параметризации сейш (3.75).

Что касается мод Пуанкаре, то в двухслойной задаче в круговой области минимальное значение модуля их частоты "не сильно превышает" f (Lamb, 1932; Csanady, 1967), что также качественно согласуется с нижним пределом $|\omega|$ для моды Пуанкаре (3.75) в нашей параметризации.

3.2.5 Сводка уравнений одномерной модели с параметризацией сейш

Полная система уравнений движения в одномерной модели после включения параметризации среднего горизонтального градиента давления, разработанной выше для случая однородной глубины водоёма ($A(z) = const$), принимает вид:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}(\nu + \nu_m)\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - f\overline{v} = -\frac{\pi g}{2L_x\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}\Delta_x\overline{h'_k},\ j : z \in [z_j,z_{j+1}), \quad (3.105)$$

$$\frac{\partial \overline{v}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}(\nu + \nu_m)\frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + f\overline{u} = -\frac{\pi g}{2L_y\rho_j}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(j,k)}\Delta_y\overline{h'_k},\ j : z \in [z_j,z_{j+1}) \quad (3.106)$$

$$\frac{d\Delta_x\overline{h'_j}}{dt} = \frac{2\pi H_j}{L_x}\tilde{u}^j,\ j = \overline{1,N}, \quad (3.107)$$

$$\frac{d\Delta_y\overline{h'_j}}{dt} = \frac{2\pi H_j}{L_y}\tilde{v}^j,\ j = \overline{1,N}. \quad (3.108)$$

где $(\tilde{u}^j,\tilde{v}^j) = H_j^{-1}\int_{z_j}^{z_{j+1}}(\overline{u},\overline{v})dz$, а границы слоёв квазипостоянной плотности $[z_j,z_{j+1})$, $H_j = z_{j+1} - z_j$, могут двигаться во времени при изменении профиля плотности.

Заметим, что изменение во времени величин h'_k позволяет диагностировать вертикальную скорость, а также термодинамические и биохимические переменные (в частности, температуру), которые в ходе сейшевых колебаний мож-

но считать консервативными примесями и вертикальное распределение горизонтального среднего которых рассчитывается в модели. Поскольку таким образом для всех зависимых переменных модели восстанавливается горизонтальная структура первой моды, то модель в целом правильно классифицировать как $1^1/_2$-мерную.

Предложенная выше параметризация горизонтального градиента давления выведена для водоёма с однородным распределением глубины ($A = const$). Можно построить её обобщение для общего случая площади $A(z)$, монотонно уменьшающейся с глубиной, однако в силу ограниченности объёма данной работы здесь это обобщение не приводится.

3.2.6 Численная реализация параметризации сейш в одномерной модели

Выделение слоёв постоянной плотности. Предложенная параметризация сейш в одномерной модели водоема заключается в том, что правая часть уравнений (3.60)-(3.61) включается в уравнения движения одномерной модели (2.20)-(2.21) как дополнительное ускорение. Поскольку параметризация построена в рамках модели многослойной жикдости, это ускорение одинаково в пределах слоёв однородной плотности. Возникает вопрос, как соотнести слои однородной плотности со слоями конечно-разностной схемы.

Рассмотрим случай действия ветрового форсинга вдоль оси x в отсутствие вращения, когда компоненту скорости $u_2 = v$ можно положить равной нулю.

Будем считать, что уравнения движения уже дискретизованы (см. Разделы 2.8.1, 2.8.2). Слои конечно-разностной схемы могут практически не отличаться по плотности, как это всегда бывает в перемешанных слоях водоёма, и тогда их следует трактовать как один слой постоянной плотности при расчёте горизонтального градиента давления. Ниже предлагается количественный критерий подобного "объединения" слоев конечно-разностной схемы.

Рассмотрим двухслойную жидкость ($N = 2$). Решением задачи на собственные значения (3.88) системы (3.54)-(3.55) являются частоты $\omega = \sqrt{|\lambda|}$

($\overline{h_j'}^i \propto \exp(\bar{i}\omega t)$, $\overline{u_j} \propto \exp(\bar{i}\omega t)$, $i,j = 1,2$):

$$\omega = \frac{\pi}{L}\sqrt{\frac{gH_1H_2\Delta\rho}{\rho_2(H_1+H_2)}}. \tag{3.109}$$

Найдем связь между амплитудами колебаний $\overline{h_j'}^i$ и $\overline{u_j}$. Подставляя в (3.55) скорость в виде $\overline{u_j} = \widehat{u_j}\exp(\bar{i}\omega t)$ и решая уравнение относительно $\overline{h_j'}^i$, $i = 1,2$, получим, что амплитуды скорости и отклонения толщины j-го слоя связаны соотношением:

$$\widehat{h_j'} = \frac{\pi H_j \widehat{u_j}}{\omega L}. \tag{3.110}$$

Требование $\widehat{h_j'} \ll H_j$ при подстановке в (3.110) и с привлечением (3.109) приводит к следующему условию:

$$\Delta\rho \gg \frac{\widehat{u_j}^2 \rho_2 (H_1+H_2)}{gH_1H_2}. \tag{3.111}$$

В противном случае, отклонение толщины слоёв от среднего значения будет сопоставимо со средним значением, что противоречит условию применимости многослойной модели.

Алгоритм выделения слоёв постоянной плотности, реализованный в модели LAKE, заключается в следующем. Условие (3.111) проверяется для всех пар соседних слоёв конечно-разностной схемы. На границе тех слоёв, где оно выполняется, устанавливается граница слоёв постоянной плотности. Практическое применение этого простого алгоритма показывает его физическую адекватность.

Численное решение системы (3.105)-(3.108). Решение уравнений для горизонтальных компонент импульса осуществляется методом расщепления по физическим процессам. На первом этапе схемы расщепления рассчитываются тенденции компонент скорости за счёт горизонтального градиента давления, сопряжённые с уравнениями (3.107)-(3.108) (иными словами, производится решение на одном шаге по времени системы уравнений (3.60)-(3.63) без силы Кориолиса); результатом этого этапа являются промежуточные значения компонент скорости. На втором этапе к промежуточным значениям u и v добавляются

тенденции за счёт силы Кориолиса и вертикальной вязкости, согласно схеме Кранка-Николсон, описанной в Главе 1 (уравнения (2.64)-(2.65)).

При построении аппроксимации уравнений на первом этапе схемы расщепления следует обеспечить выполнение конечно-разностного аналога закона сохранения полной энергии (3.64), (3.65), (3.66). Это также достигается применением схемы Кранка-Николсон. Возникающая при этом система N линейных уравнений относительно $\overline{u_i}^*$, $i = \overline{1,N}$ и аналогичная система для $\overline{v_i}^*$, $i = \overline{1,N}$ имеет матрицу, все элементы которой отличны от нуля (звёздочка обозначает промежуточное значение величины в схеме расщепления). Решать эту систему можно прямым методом, поскольку количество слёв постоянной плотности N обычно не превышает ~ 10 (множество работ показывает, что достаточно $N = 3$, см., например, (Valerio et al., 2012)), и соответствующая вычислительная процедура увеличивает общее время интегрирования модели незначительно. В модели LAKE используется метод исключения Гаусса из библиотеки LAPACK (http://www.netlib.org/lapack/).

В последующих разделах настоящей главы приводятся результаты тестирования предложенной параметризации в идеализированных численных экспериментах, а также в расчётах оз.Валькеа-Котинен.

3.2.7 Свободные колебания в модели с параметризацией сейш

Постановка эксперимента полностью совпадает с таковой в эксперименте Като-Филлипса (Раздел 2.9.1) за тем исключением, что напряжение трения на поверхности задается равным нулю, а начальный профиль компоненты скорости по оси x принимается линейным (с максимальным значением 10^{-2} м/с на поверхности и 0 на глубине 5 м). Вторая компонента скорости предполагалась нулевой на всех глубинах в начальный момент времени и вследствие неучета силы Кориолиса оставалась таковой в последующие моменты времени. Кроме того, в модель включена описанная выше параметризация сейш. Длина водоёма положена 2770 м$\approx L_R$, горизонтальный размер в данной постановке роли не играет.

На Рисунке 3.3 представлено пространственно-временное распределение скорости течения, рассчитанное по модели LAKE с новой параметризацией сейш. Как видно, ампилитуда колебаний скорости затухает в силу вязкости и трения о дно. Вертикальное распределение скорости u соответствует первой вертикальной моде, так что в модели явно воспроизведена мода H1V1. Период колебаний можно визуально оценить из Рисунка 3.3 как $\approx$ 15.5 ч. Однако в решении присутствуют и более высокочастотные колебания – см. "развертку" одного периода моды H1V1 на Рисунке 3.4. Вертикальная структура этих колебаний соответствует моде H1V0 (баротропная мода), а период можно оценить как $\approx$13 мин.

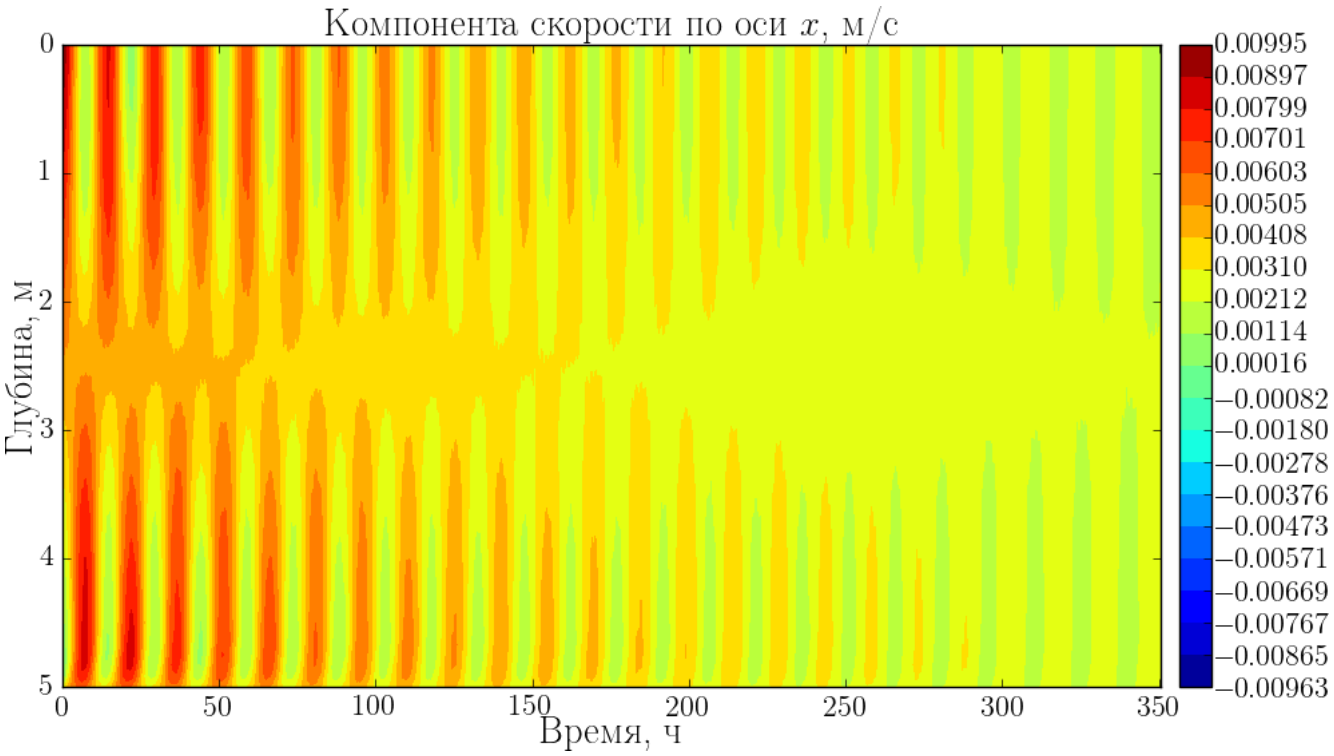


Рисунок 3.3 — Пространственно-временное распределение компоненты скорости по оси x в эксперименте со свободными главитационными колебаниями. В колебаниях видно преобладание моды H1V1

Обсуждаемый численный эксперимент проведен в условиях, в которых справедливо линейное приближение свободных колебаний в двумерном прямоугольном бассейне, т.е. для оценки периода баротропной моды можно использовать формулу Мериана, а для бароклинных мод – решение задачи Штурма-

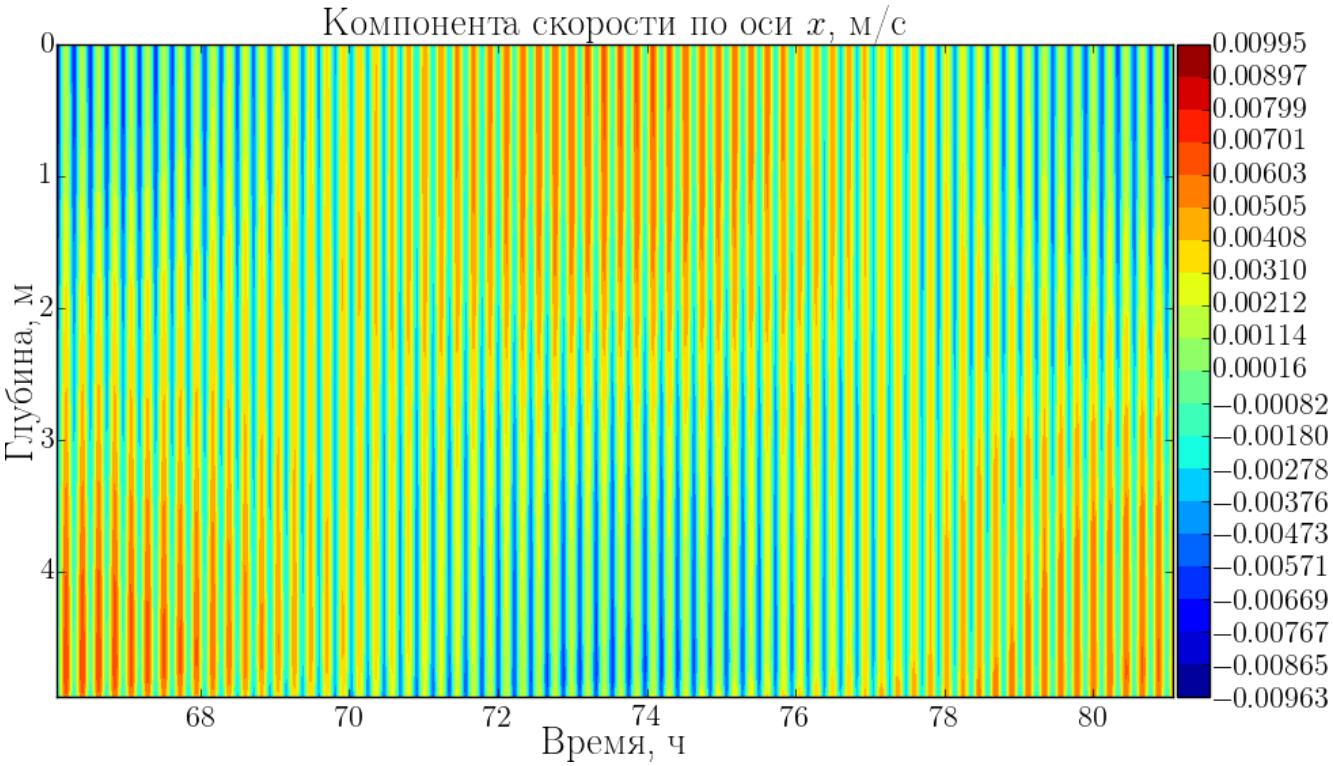


Рисунок 3.4 — То же, что на Рисунке 3.3, но за один период моды H1V1. Высокочастотные колебания соответствуют моде H1V0 (баротропная сейша)

Лиувилля (постановка этой задачи будет подробнее изложена в Главе 4 (4.69))[6]. Формула Мериана дает $T = 13.8$ мин, а решенная методом стрельбы задача (4.69) – набор вертикальных мод и связанных с ними периодов, среди которых моде H1V1 соответствует $T = 14.7$ ч, что близко к полученным выше значениям из модели LAKE.

3.2.8 Эффект параметризации сейш на перемешивание в сдвиговом стратифицированном потоке

В настоящем разделе рассмотрен эффект разработанной выше параметризации сейш на перемешивание в стратифицированном водоеме, возникающее при постоянном потоке импульса на верхней границе. При этом эффект сейш

[6]Более корректной была бы валидация периодов колебаний в модели LAKE по периодам, полученным из многослойной задачи (3.54)-(3.55), однако это наталкивается на необходимость нахождения корней полиномиального уравнения M-й степени

будет сопоставлен с влиянием вращения (силы Кориолиса). При постановке соответствующих численных экспериментов целесообразно вновь воспользоваться постановкой Като-Филлипса (Раздел 2.9.1), дополненной включением двух указанных выше эффектов.

Для решения поставленной задачи, с моделью LAKE проведено четыре группы численных экспериментов:

- Эксперимент K-P+bts (Kato-Phillips + *barotropic* seiches). Постановка эксперимента полностью совпадает с таковой в эксперименте Като-Филлипса (Раздел 2.9.1) за исключением того, что средний горизонтальный градиент давления рассчитывается по параметризации *баротропных* сейш (Раздел 2.3);
- Эксперименты K-P+bcs (Kato-Phillips + *baroclinic* seiches). Постановка эксперимента та же, что и в K-P+bts, но средний горизонтальный градиент давления рассчитывается по параметризации *бароклинных* сейш [7] (т.е. описанной выше в данной главе);
- Эксперимент K-P+kor. Постановка эксперимента Като-Филлипса дополняется учетом горизонтальных ускорений Кориолиса, с параметром Кориолиса, соответствующим широте 55° с.ш.;
- Эксперименты K-P+kor+bcs. Постановка Като-Филлипса с добавлением ускорения Кориолиса и параметризации бароклинных сейш.

В тех группах, где используются параметризации сейш, параметрами модели становятся горизонтальные размеры водоема. Когда в модели принимаются во внимание и вращение, и стратификация (серия K-P+kor+bcs), естественно рассмотреть три случая: $L_x = L_y = L \ll L_R$, $L_x = L_y = L = L_R$ и $L_x = L_y = L \gg L_R$. Учитывая, что при выбранной стратификации и широты $L_R \approx 2770$ м, в расчетах принималось L =300 м, L_R, 300 км. Кроме того, в природе часто встречаются вытянутые водоемы с преимущественно продольным направлением ветра (напряжением трения)[8], длина которых может превышать внутренний радиус деформации Россби, а ширина – быть значительно меньше L_R. Поэтому в серию K-P+kor+bcs были добавлены эксперименты с $L_x = 300$ км, $L_y = 300$ м.

[7] Эта параметризация, на самом деле, описывает как бароклинные, так и баротропные моды, что продемонстрировано в Разделе 3.2.7

[8] Например, окруженные лесом финские озера Валькеа-Котинен и Куйваярви, рассмотренные в Разделах 2.11 и 4.5, соответственно

Рассмотрим динамику глубины перемешанного слоя на Рисунке 3.5. Быстрее других водоём перемешивается в эксперименте Като-Филлипса. Более медленно заглубление перемешанного слоя происходит при включении баротропного градиента давления. Наиболее медленно перемешивание происходит в экспериментах с включённым вращением и бароклинными сейшами. Сравним эти эксперименты также в терминах компонент баланса ТКЭ, в момент $t = 1$ сут после начала интегрирования модели (Рисунок 3.6). Для эксперимента Като-Филлипса эти компоненты обсуждены в Разделе 2.9.1. В эксперименте K-P+bts распределение компонент в верхнем перемешанном слое схожее, однако развивается нижний перемешанный слой со значительной сдвиговой генерацией за счёт придонного течения, вызванного баротропным градиентом давления. Между нижним и верхним слоем возникает очень резкий градиент температуры (устойчивая стратификация, не показано), чему соответствует минимум всех компонент баланса ТКЭ на глубине $\approx$3.5 м. Эта граница монотонно заглубляется и достигает дна. Распределение компонент баланса ТКЭ в экспериментах K-P+kor и K-P+bcs очень схожее, равно как и скорость заглубления перемешанного слоя.

Близость результатов экспериментов с вращением и бароклинными сейшами неслучайна. В случае как вращающегося бесконечного слоя жидкости, так и замкнутого бассейна с бароклинными сейшами достигаются квазистационарные режимы течения, в которых действие сил Кориолиса и горизонтального градиента давления, соответственно, компенсируют приток импульса из атмосферы. Это уменьшает рост сдвиговой генерации ТКЭ и "затормаживает" заглубление перемешанного слоя. Квазистационарное течение при вращении описывается спиралью Экмана, а при наличии бароклинного градиента давления в замкнутом водоёме – уравнениями (3.89)-(3.91).

В этой связи примечательно, что при учёте только баротропного градиента давления квазистационарное течение в двухслойной жидкости невозможно. В самом деле, в этом случае уравнения стационарного режима (3.89)-(3.91) пе-

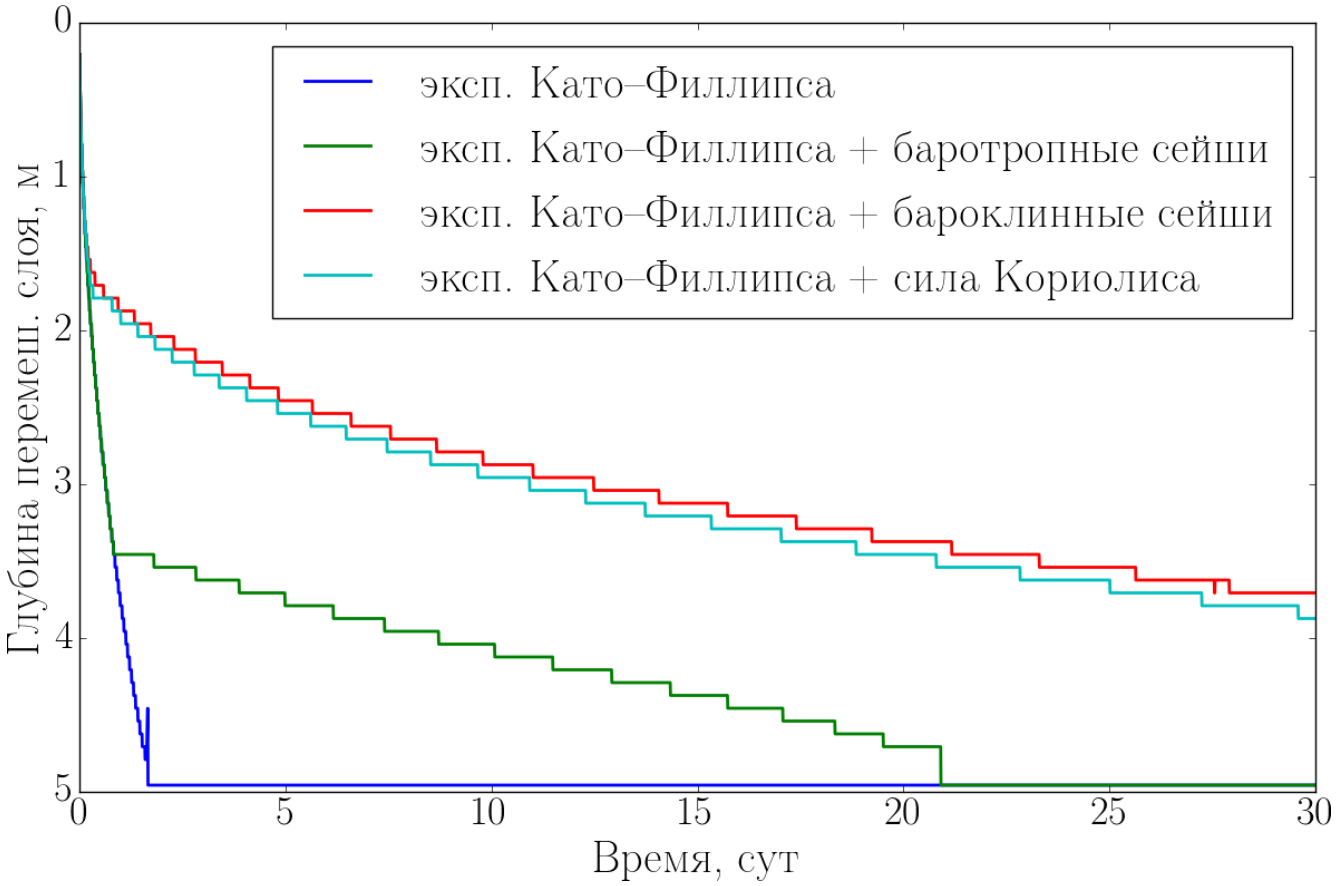


Рисунок 3.5 — Эволюция глубины перемешанного слоя в эксперименте Като-Филлипса (К-Ф), в эксперименте К-Ф со включенной параметризацией баротропных сейш, в эксперименте К-Ф со включенной параметризацией бароклинных сейш, и эксперименте К-Ф с учетом силы Кориолиса (результаты моделирования)

переписываются как:

$$0 = \frac{u_*^2}{H_1} - \frac{\pi g}{2L}\left[\overline{h'_{s1}}^2 - \overline{h'_{s1}}^1\right], \tag{3.112}$$

$$0 = -\frac{\pi g}{2L}\left[\overline{h'_{s1}}^2 - \overline{h'_{s1}}^1\right], \tag{3.113}$$

$$\overline{u_1} = \overline{u_2} = 0, \tag{3.114}$$

и становятся, таким образом, несовместными.

Обратимся теперь к Рисунку 3.7. Из него видно, что скорость заглубления перемешанного слоя слабо чувствительна к включению вращения при $L \ll L_R$, однако при $L \gg L_R$ горизонтальный градиент давления растёт при заданном потоке импульса очень медленно, не успевая обеспечить стационарное течение,

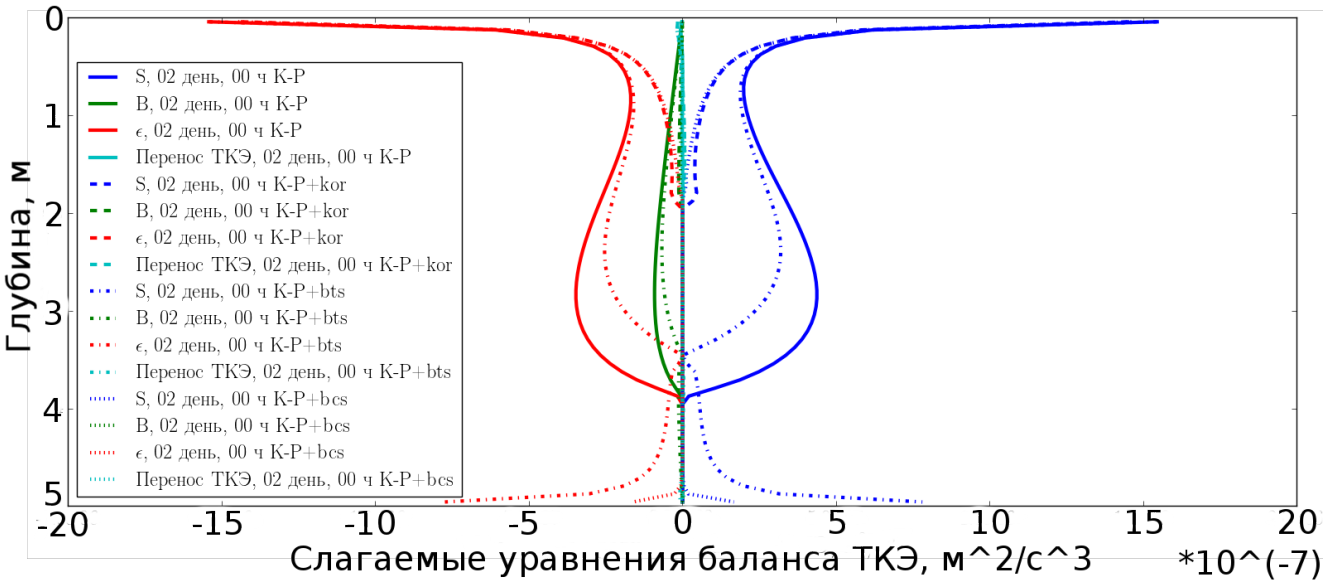


Рисунок 3.6 — Эволюция профилей слагаемых уравнения баланса турбулентной кинетической энергии в эксперименте Като-Филлипса (K-P), в эксперименте К.-Ф., дополненном учетом силы Кориолиса (K-P+kor), в эксперименте К.-Ф. со включенной параметризацией баротропных сейш (K-P+bts) и в эксперименте К.-Ф. со включенной параметризацией бароклинных сейш (K-P+bcs) (результаты моделирования). Синяя кривая – сдвиговая генерация, зелёная – источник/сток за счёт плавучести, красная – диссипация, голубая – перенос ТКЭ

так что вращение оказывается значительно более эффективным механизмом подавления вовлечения перемешанного слоя в термоклин. Другими словами, для крупных озёр ($L \gg L_R$) горизонтальный градиент давления можно не учитывать, а силу Кориолиса – необходимо.

На Рисунке 3.8 видно, что в случае когда ширина водоёма сильно меньше L_R, а длина – сильно больше, включение силы Кориолиса слабо влияет на заглубление перемешанного слоя. Это согласуется с теоретическими представлениями, что именно ширина озера является лимитирующим фактором для роли силы Кориолиса (Hutter, 1984).

Квазистационарный режим замкнутого водоема с сейшами. Медленное заглубление перемешанного слоя в эксперименте K-P+bcs вызывает вопрос о возможной стабилизации этого процесса на больших временах. Теоретический интерес представляют характеристики соответствующего квазистационарного

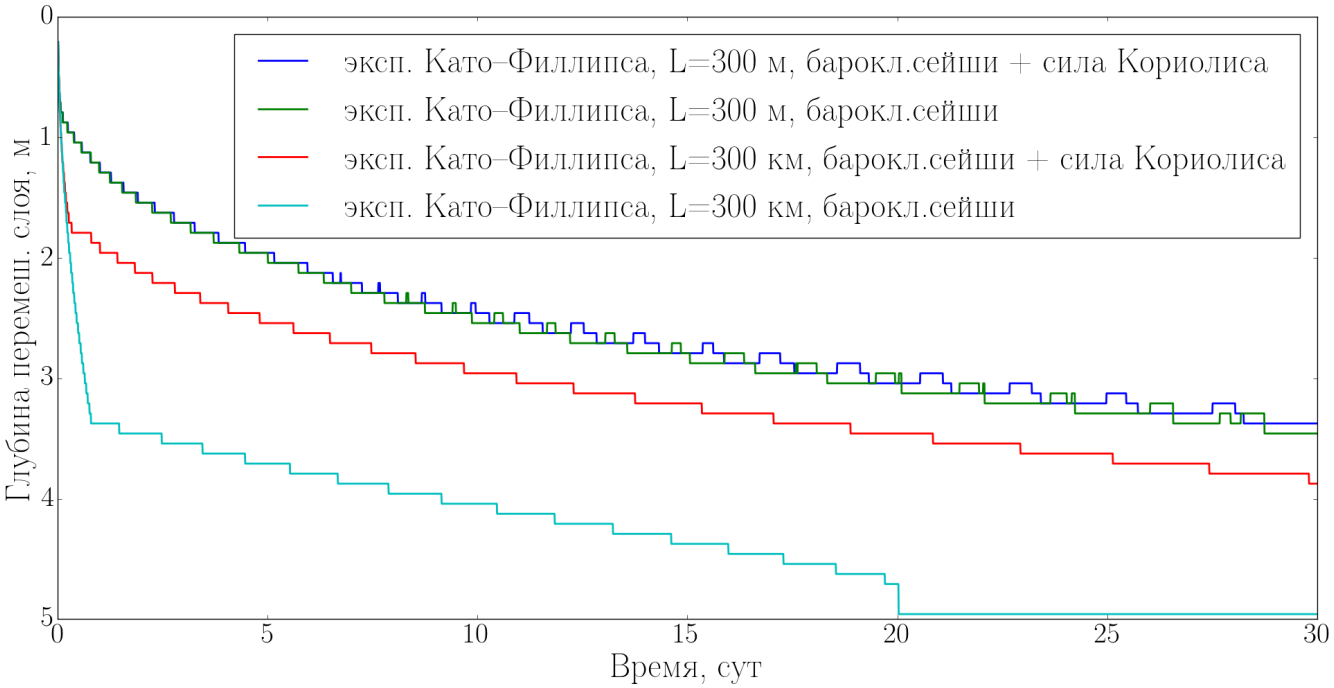


Рисунок 3.7 — Эволюция глубины перемешанного слоя в эксперименте Като-Филлипса, дополненном учетом силы Кориолиса и параметризацией бароклинных сейш (результаты моделирования), при горизонтальных размерах озера 300 м×300 м и 300 км×300 км

состояния, их зависимость от начального профиля температуры и внешнего форсинга системы. В связи с этим с моделью был проведён эксперимент K-P+bcs-20m, который в своей постановке отличается от эксперимента K-P+bcs большими глубиной водоёма (20 м) и временем интегрирования (8 лет). Кроме того, были проведены расчёты с теми же параметрами, что и K-P+bcs-20m, но с $\tau = 5 * 10^{-3}$ Н/м^2 (эксперимент TAU0.5), и с градиентом температуры 6 К/м (эксперимент DT2).

Глубина перемешанного слоя в эксперименте K-P+bcs-20m растёт очень медленно (Рисунок 3.9). На рисунке также видно ослабление градиента температуры у дна, что вызвано теплопроводностью и условием нулевого потока тепла на этой границе. В связи с большим временным масштабом происходящих изменений течения, профили всех прогностических переменных в модели в этом эксперименте приобретают квазистационарную форму. Это позволяет использовать следующие аналитические приближения.

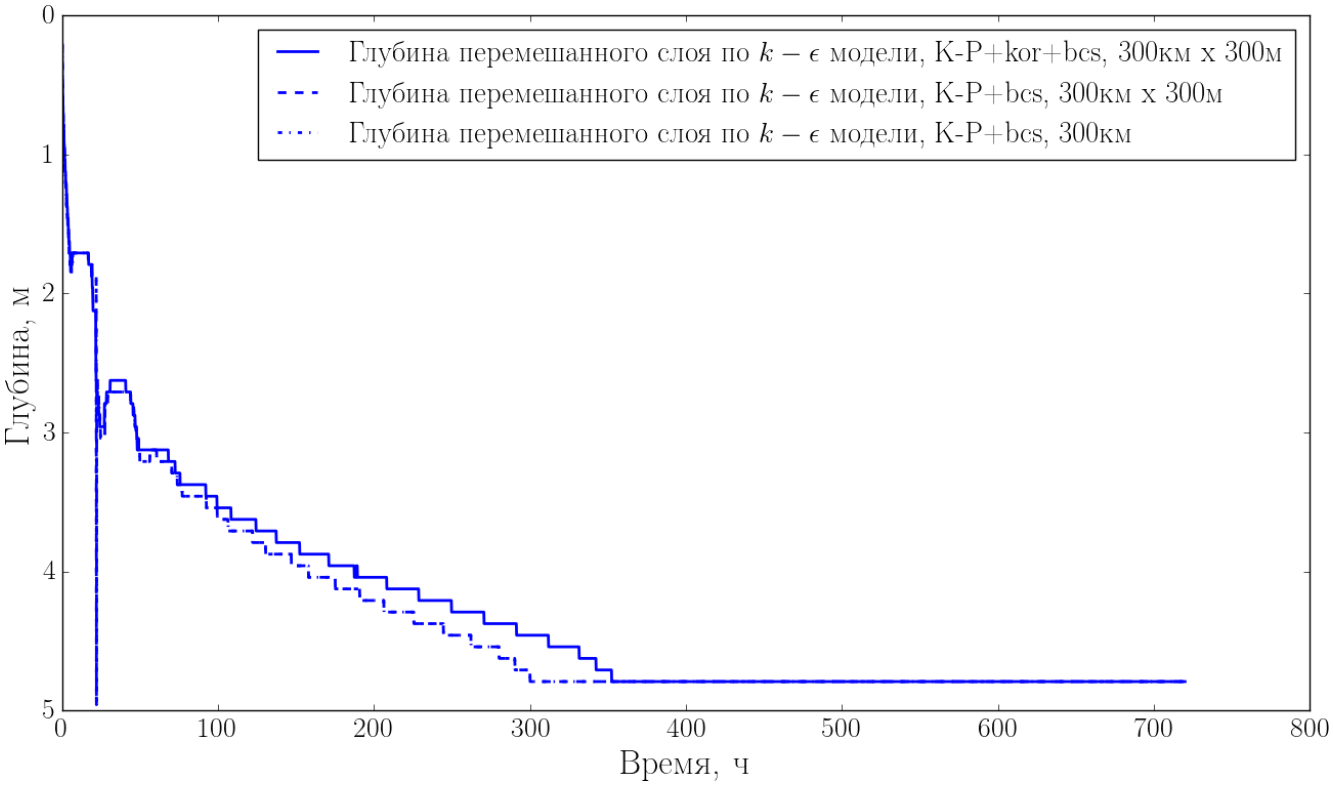


Рисунок 3.8 — Эволюция глубины перемешанного слоя в эксперименте Като-Филлипса, дополненном учетом силы Кориолиса и параметризацией бароклинных сейш (результаты моделирования), при горизонтальных размерах озера: 300 км×300 м и 300 км×300 км. Вторая и третья кривые практически совпадают

Уравнение притока тепла в стационарном состоянии имеет вид:

$$-\left(\lambda_m^* + \nu_T\right)\frac{\partial \overline{T}}{\partial z} = const, \tag{3.115}$$

так что сток ТКЭ за счёт отрицательной работы сил плавучести принимает вид:

$$\begin{aligned} B = g\rho_{w0}^{-1}\alpha_T\nu_T\frac{\partial \overline{T}}{\partial z}(z) \approx g\rho_{w0}^{-1}\alpha_T\left(\lambda_m^* + \nu_T\right)\frac{\partial \overline{T}}{\partial z}(z) = \\ -g\rho_{w0}^{-1}\alpha_T\lambda_m^*\gamma_0 = -\lambda_m^* N_0^2,\ z \in (0, z_{ML})\,, \end{aligned} \tag{3.116}$$

где $\lambda_m^* = \lambda_m/(c_w\rho_{w0})$, $\gamma_0 \doteq -\frac{dT_0}{dz} > 0$ – градиент начального профиля температуры, который можно считать сохраняющимся во времени под перемешанным слоем и вдали ото дна (Рисунок 3.9), N_0^2 – соответствующая частота Брента-Вяйсяля, а α_T для простоты полагается константой (т.е. принимается линейное

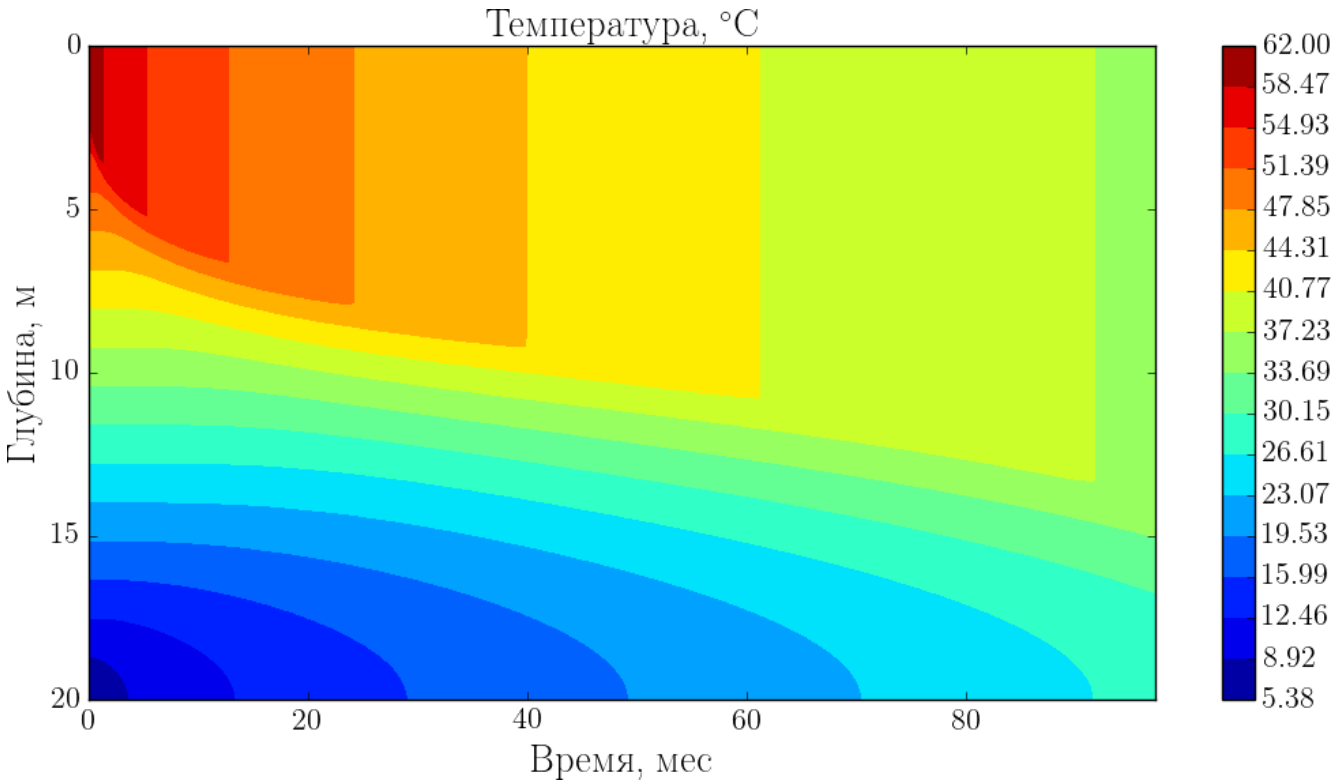


Рисунок 3.9 — Пространственно-временное распределение температуры в длительном (8 лет модельного времени) эксперименте Като-Филлипса со включенной параметризацией бароклинных сейш (K-P+bcs-20m)

уравнение состояния, согласно постановке эксперимента Като-Филлипса, Раздел 2.9.1). В этом уравнении поток тепла в общем виде заменён потоком тепла под перемешанным слоем, в силу (3.115).

Профиль скорости $\overline{u}$ характеризуется положительным максимумом на поверхности, отрицательным минимумом немного выше глубины перемешанного слоя (при $z \doteq H_{min} < z_{ML}$) и близкими к нулю значениями при $z > z_{ML}$. Интегрирование по вертикали стационарного уравнения движения приводит к следующему выражению для потока импульса внутри перемешанного слоя до глубины H_{min}:

$$(\nu_m + \nu)\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + G_x z + u_{*0}^2 = 0,\ z \in [0,\ H_{min}] \tag{3.117}$$

где, подставляя $z = H_{min}$, получаем $G_x = -u_{*0}^2/H_{min}$ – постоянное по глубине внутри перемешанного слоя ускорение за счет градиента гидростатического давления по оси x, и u_{*0} – скорость трения на поверхности, $\tau = \rho_{w0}u_{*0}^2$.

Отсюда следует, что:

$$\nu\frac{\partial u}{\partial z} \approx (\nu_m + \nu)\frac{\partial u}{\partial z} = u_{*0}^2\left(\frac{z - H_{min}}{H_{min}}\right),\ z \in (0,H_{min})\,. \tag{3.118}$$

Теперь, стационарное уравнение баланса ТКЭ в перемешанном слое принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_m + \frac{\nu}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z}u_{*0}^2\left(\frac{z - H_{min}}{H_{min}}\right) - \lambda_m^* N_0^2 - \epsilon = 0. \tag{3.119}$$

Интегрируя это уравнение по z от 0 до z_{ML}, используя условия $\frac{\partial k}{\partial z}\big|_{z=0,z_{ML}} = 0$ и пренебрегая сдвиговой генерацией в интервале (H_{min}, z_{ML}) (согласуется с результатами расчетов $k-\epsilon$ моделью), получаем:

$$\frac{u_{0*}^2}{H_{min}}\int_0^{H_{min}}\frac{\partial u}{\partial z}(z - H_{min})\,dz - z_{ML}\lambda_m^* N_0^2 = \int_0^{z_{ML}}\epsilon dz. \tag{3.120}$$

При интегрировании по частям первого слагаемого в левой части используем равенство $\int_0^{H_{min}} u dz \approx \int_0^{z_{ML}} u dz = 0$, которое является следствием квазистационарности G_x (если бы расход течения в перемешанном слое был отличным от нуля, то, согласно (3.55), переменными по времени становились бы отклонения толщины перемешанного слоя $\overline{h_1'}^j$, $j = 1{,}2$ и, соответственно, пропорциональная градиенту давления величина G_x). Тогда получается следующее уравнение:

$$u_{*0}^2 u_s = \int_0^{z_{ML}}\epsilon dz + z_{ML}\lambda_m^* N_0^2, \tag{3.121}$$

которое означает, что работа трения на поверхности (u_s – скорость на поверхности) уравновешивается диссипацией ТКЭ и затратой ТКЭ на работу против сил плавучести внутри перемешанного слоя. Таким образом, работа трения на поверхности полностью переходит в ТКЭ, что согласуется с предположением стационарности среднего профиля скорости (кинетическая энергия среднего течения постоянна).

Слагаемые уравнения (3.121) в длительном эксперименте K-P+bcs-20m к концу 8-го года расчёта составляют $u_{*0}^2 u_s \approx 4.87 * 10^{-7}$ м^3/с^3, $\int_0^{z_{ML}}\epsilon dz \approx 4.76 * 10^{-7}$ м^3/с^3, $z_{ML}\lambda_m^* N_0^2 \approx -4.9 * 10^{-9}$ м^3/с^3, при это невязка уравнения равна $\approx 8.55 * 10^{-9}$ м^3/с^3. К этому же времени проинтегрированное внутри переме-

шанного слоя точное выражение для генерации ТКЭ сдвигом скорости равно $4.81{*}10^{-7}$ м^3/с^3, а потребление ТКЭ работой плавучести $-4.75{*}10^{-9}$ м^3/с^3, с интегральной невязкой стационарного уравнения баланса ТКЭ $7.66 * 10^{-13}$ м^3/с^3.

Из приведенных значений видно, что стационарность уравнения ТКЭ в $k-\epsilon$ модели имеет место в данном эксперименте с очень высокой точностью. При этом аналитическое выражение для сдвиговой генерации ТКЭ хорошо согласуется (с небольшим завышением) с результатами $k-\epsilon$ модели. Завышение сдвиговой генерации оценкой $u_{*0}^2 u_s$ как минимум частично связано с заменой $\nu \approx \nu_m + \nu$ в (3.118). Работа силы плавучести также удовлетворительно воспроизводится аналитической оценкой.

Уравнение (3.121) может быть преобразовано далее, если принять гипотезу подобия профиля диссипации ТКЭ в сдвиговом перемешанном слое, по аналогии со сдвиговым атмосферным погранслоем: (Зилитинкевич и др., 2012)

$$\epsilon(z) = \frac{(u_{*0}u_s)^{3/2}}{z_{ML}} \Phi_\epsilon \left(\frac{z}{z_{ML}} \right). \tag{3.122}$$

Тогда, (3.121) переписывается в виде:

$$u_{*0}^2 u_s = C_\epsilon \left(u_s u_{*0}\right)^{3/2} + z_{ML} \lambda_m^* N_0^2, \tag{3.123}$$

с константой

$$C_\epsilon \doteq \int_0^1 \Phi_\epsilon(\zeta) d\zeta \tag{3.124}$$

и $\zeta = z/z_{ML}$. Это кубическое уравнение относительно $\sqrt{u_s}$, определяющее зависимость величины u_s от времени, так как в свободный член уравнения входит $z_{ML}(t)$. Однако, свободный член (сток ТКЭ на счёт плавучести) на два порядка меньше двух других (см. выше), и им можно пренебречь. Тогда получаем оценку:

$$u_s = C_\epsilon^{-2} u_{*0}, \tag{3.125}$$

откуда следует, что скорость на поверхности u_s есть постоянная величина.

Отметим, что гипотеза (3.122) находит убедительное подтверждение в результатах $k-\epsilon$ модели: так, в эксперименте K-P+bcs-20m константа C_ϵ, рассчитанная по (3.124), демонстрирует на протяжении 8 лет плавное снижение со значения 0.27 до 0.25, в аналогичном эксперименте с $\tau = 5{*}10^{-3}$ Н/м^2 (TAU0.5)

– с 0.28 до 0.26, а при удвоенном градиенте температуры (DT2) – также с 0.28 до 0.26.

Уравнение (3.125), если считать в нём C_ϵ константой, означает, что скорость течения на поверхности не зависит ни от начальной стратификации, ни от текущей глубины перемешанного слоя. Тем не менее, u_s медленно меняется в ходе численных экспериментов, что также может быть отражено в оценке (3.125), если считать параметр C_ϵ уже переменным, в соответствии со его значениями, приведёнными выше. Как видно (см. Таблицу 3.1), совпадение теоретической оценки и модельных результатов вполне приличное. Также подтверждается слабость зависимость скорости на поверхности от начальной стратификации.

Таблица 3.1 — Скорость на поверхности в длительном (8 лет модельного времени) эксперименте Като-Филлипса со включенной параметризацией бароклинных сейш (K-P+bcs-20m): данные модели LAKE и теоретической оценки (3.125)

Численный эксперимент	Метод расчёта	u_s, м/с, $t =$ 1 год	u_s, м/с, $t =$ 8 год
Базовый эксперимент K-P+bcs-20m	Модель LAKE Оценка (3.125)	0.0425 0.043	0.048 0.051
Эксперимент TAU0.5	Модель LAKE Оценка (3.125)	0.027 0.029	0.031 0.033
Эксперимент DT2	Модель LAKE Оценка (3.125)	0.040 0.040	0.046 0.047

3.2.9 Эффект параметризации сейш для оз.Валькеа-Котинен

Рассмотрим эффект от параметризации бароклинных сейш в эксперименте по воспроизведению термогидродинамического режима реального озера Валькеа-Котинен (Финляндия, см. описание базового эксперимента в Разделе 2.11.2), Рисунок 2.23e. Результаты расчёта глубины верхнего перемешанного

слоя при использовании различных конфигураций модели представлены на Рисунке 3.10. Глубиной перемешанного слоя считалась глубина максимального по вертикали значения частоты Брента-Вяйсяля.

Отметим красную и зелёную кривые, которые были получены при отключении в предыдущей версии модели силы Кориолиса и параметризации разделения потока импульса на поверхности. Эффект от разделения потока импульса обсуждался в Разделе 2.11.3. Отключение силы Кориолиса также приводит к существенному заглублению перемешанного слоя, что согласуется с хорошо известным фактом, что вращение подавляет вертикальное развитие пограничного слоя в стратифицированном потоке (в частности, в океане, см., например, (Goh and Noh, 2013)).

Группа из четырёх остальных кривых Рисунка 3.10 лучше согласуется с эмпирическими данными. При использовании параметризации бароклинных сейш наличие/отсутствие ускорения Кориолиса в уравнениях практически на влияет на глубину перемешивания (ср. голубую и малиновую кривые). Это согласуется с результатом аналогичного эксперимента на чувствительность к учёту/неучёту силы Кориолиса в эксперименте типа Като-Филлипса (Рисунок 3.8) и теоретическими оценками, что в течениях достаточно малых озёр механизмы, связанные с силой тяжести и плавучести, начинают преобладать над эффектами вращения (Раздел 3.2.3, бароклинный радиус деформации Россби для оз. Валькеа-Котинен составляет ≈1800 м, при горизонтальных размерах озера 100×440 м).

Близость жёлтой и синей кривых Рисунка 3.10 означает, что параметризация бароклинных сейш производит в одномерной модели для данного озера такой же эффект на перемешивание, как и параметризация разделения потока импульса на поверхности водоёма. Совместное использование этих парметризаций (ср. голубую и малиновую кривые) приводит к тому, что верхний перемешанный слой оказывается большую часть времени интегрирования тоньше, чем в результатах наблюдений. Из этого можно заключить, что одна из параметризаций завышает соответствующий физический эффект на интенсивность вертикального перемешивания. С большей вероятностью это относится к параметризации разделения потока импульса, т.к. она не выведена из фундаментальных уравнений, как это сделано в параметризации сейш. Отметим также,

что будущая дополнительная валидация параметризации бароклинных сейш на данных наблюдений и на результатах расчётов по трёхмерной гидродинамической модели представляется в настоящее время более реализуемой, чем валидация параметризации разделения потока импульса, т.к. последняя потребовала бы явного на сетке гидродинамической модели воспроизведения поля волнения вместе с течениями, что при доступном пространственном разрешении гидродинамических моделей озёр представляется крайне затруднительным.

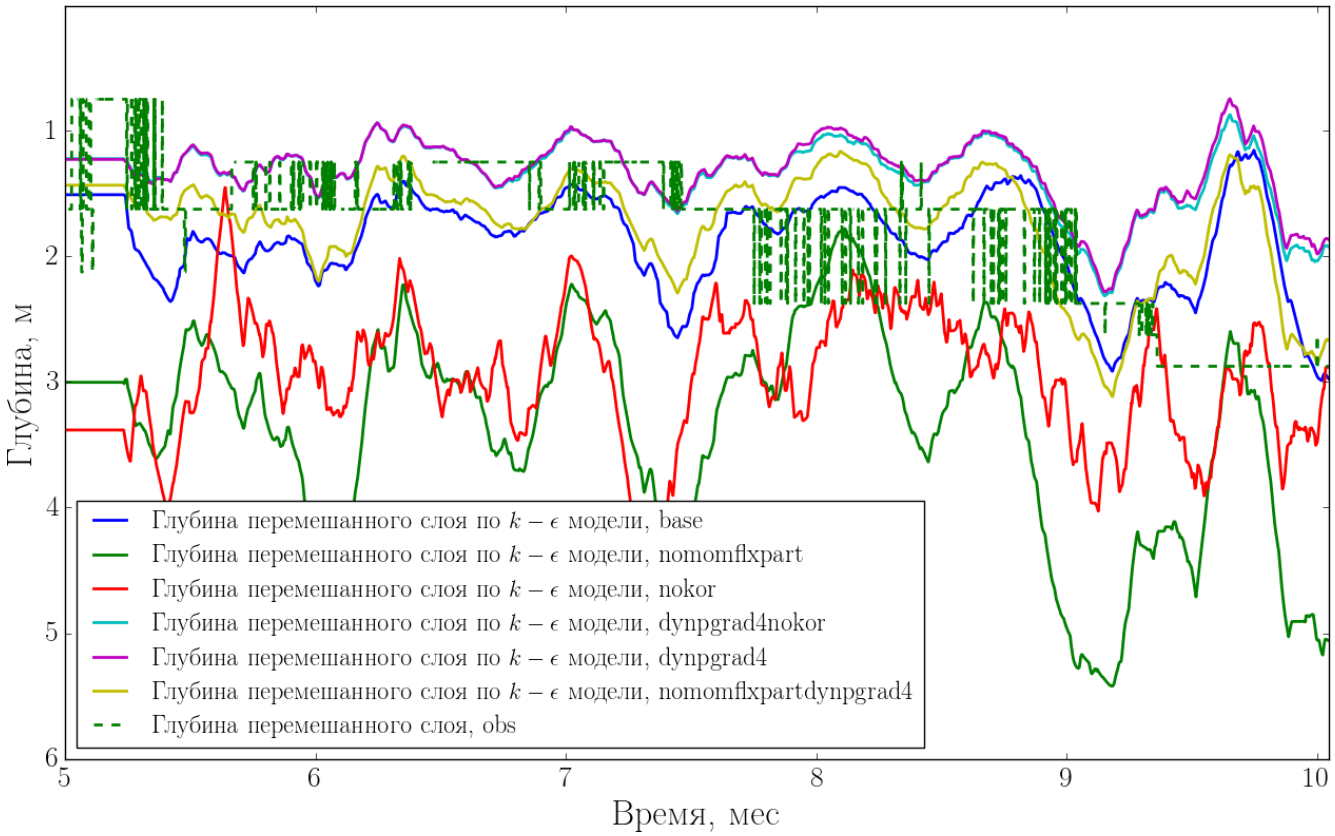


Рисунок 3.10 — Эволюция глубины перемешанного слоя в озере Валькеа-Котинен (2006 г.) по результатам моделирования и данным измерений ("obs"). "base" – базовый эксперимент (см. описание в тексте), "nomomflxpart" – то же, но без параметризации разделения потока импульса, "nokor" – то же, но без силы Кориолиса, "dynpgrad4nokor" – то же, но без силы Кориолиса и с параметризацией бароклинных сейш, "dynpgrad4" – то же, но с параметризацией бароклинных сейш, "nomomfluxpartdynpgrad4" – то же, но без параметризации разделения потока импульса и с параметризацией бароклинных сейш

3.3 Выводы

В настоящей главе впервые предложена и реализована параметризация сейш в одномерной модели водоёма, основанная на явном воспроизведении первой горизонтальной моды. Такая параметризация оказалась возможной с привлечением многослойной модели замкнутого водного объекта, поскольку в этой модели для первой моды возможно выписать уравнения совместной динамики осреднённой по горизонтали скорости и среднего перепада давления. Свойства волновых решений редуцированной таким образом многослойной модели хорошо согласуются с известными аналитическими результатами для гравитационных и инерционно-гравитационных колебаний в водоёмах прямоугольного и кругового сечения. Попутно получено выражение для доступной потенциальной энергии многослойной модели, а закон сохранения механической энергии реализован в конечно-разностной схеме. Одномерная модель LAKE с параметризацией сейш удовлетворительно воспроизводит баротропные и бароклинные колебания в идеализированных экспериментах, для которых известны аналитические оценки частоты колебаний. Впервые показано, в т.ч. в расчётах конкретного озера (оз.Валькеа-Котинен), что наличие связанного с сейшами горизонтального градиента давления в небольших водоёмах (с размерами меньшими радиуса деформации Россби) существенно подавляет сезонное заглубление сдвигового перемешанного слоя.

Последний результат следует прокомментировать отдельно. В Разделе 2.11 приводятся результаты одномерных моделей для оз.Валькеа-Котинен, некоторые из которых успешно воспроизводят сезонную стратификацию без учёта сейш. Одной из причин этому, помимо калибровки моделей, является сохранение силы Кориолиса в основных уравнениях и параметризациях моделей, которая формально ограничивает заглубление перемешанного слоя ("правильный результат по неправильной причине"). В реальном же озере, подобное ограничение производится горизонтальным градиентом давления. Кроме того, в упомянутом Разделе обсуждались два важных аспекта воспроизведения термогидродинамики небольшого водного объекта, окружённого лесом: расчёт и измерение турбулентных потоков тепла, влаги и импульса в приводном слое и разделение потока импульса между полем течений и волнения. Очевидно,

что изложенное в настоящей Главе добавляет новый аспект в данную проблему (учёт сейшевых колебаний), для которого предлагается конкретное решение. Более того, имеется непосредственная возможность дальнейшей проверки этого решения на новом независимом материале и развитие метода. Так, утверждение о подавлении перемешивания горизонтальным градиентом давления, при очевидности стоящего за ним физического механизма, может быть проверено на более количественном уровне с привлечением по меньшей мере идеализированных расчётов с двумерными и трёхмерными моделями термогидродинамики. Кроме того, смещение границ слоёв постоянной плотности в параметризации сейш, как уже было сказано, может быть переведено в соответствующее смещение изотерм (или изолиний концентрации примесей), что уже позволяет воспроизводить вызванные сейшами колебания температуры на фиксированных глубинах внутри термоклина. Такие колебания температуры измеряются на многих озёрх, что открывает возможность сравнения с данными расчётов. И, наконец, явное воспроизведение энергии первой горизонтальной моды позволяет привлекать параметризации диссипации энергии сейш (Goudsmit et al., 2002; Gaudard et al., 2017) для оценки дополнительной генерации ТКЭ за счёт обрушения внутренних волн.

Глава 4. Моделирование производства, потребления и переноса парниковых газов в пресных водоёмах

4.1 Краткие сведения о биогеохимии метана

4.1.1 Производство метана

Метан является одним из окончательных продуктов анаэробного разложения органических остатков. Важнейшим источником этих остатков являются растения. Они поставляют полисахариды и лигнин для последующей обработки микроорганизмами (Conrad, 1999). В водорослях лигнин практически отсутствует (Novo-Uzal et al., 2012). Полисахариды же расщепляются ферментативными бактериями на более простые органические соединения, которые подвержены последующему преобразованию другими представителями микробиоты. Так, часть бактерий переводят эти соединения в водород и ацетат; эти вещества уже неопосредственно участвуют в генерации метана.

Метан производится метаногенами – группой организмов, относящихся к царству архей (*Archaea*), *Methanoarchaea*. К настоящему времени обнаружено три биохимических пути образования метана (Borrel et al., 2011): водородотрофный, ацетокластический и метилотрофный пути. Считается что метилотрофный (Borrel et al., 2011) путь ограничен в пресноводных экосистемах, и поэтому он не будет здесь рассматриваться.

Водородотрофный путь осуществляется при участии большинства метаногенов (Hedderich and Whitman, 2006). При этом атом водорода используется как донор электронов для восстановления CO_2 до CH_4. Атомы водорода поставляются как из молекулы H_2, так и из формиата $HCOOH$:

$$4HCOOH = CH_4 + 3CO_2 + 2H_2O, \tag{4.1}$$

$$CO_2 + 4H_2 = 2H_2O + CH_4. \tag{4.2}$$

Поскольку водород, как сказано выше, производится ферментирующими бактериями, эти бактерии создают таким образом синтрофное (т.е. связанное в пищевой цепи) сообщество с водородотрофными археями. Стехиометрия полной цепочки химических реакций водородотрофного пути от глюкозы до метана выглядит так (Conrad, 1999):

$$C_6H_{12}O_6 = 2CH_3COOH + CO_2 + CH_4. \tag{4.3}$$

Считается, что водородотрофный путь ответственен в среднем за 20-40% производства метана в озерных отложениях, хотя оценки для отдельных озер оказываются в интервале от 0% (Боденское озеро, (Schulz et al., 1997)) до 100% (оз. Байкал, (Dagurova et al., 2004)).

При ацетокластическом метаногенезе уксусная кислота расщепляется таким образом, что метиловая группа восстанавливается до метана, используя электрон, образовавшийся в результате окисления карбоксильной группы:

$$CH_3COOH = CO_2 + CH_4. \tag{4.4}$$

Эта реакция является результатом метаболизма только одного рода метаногенов (Hedderich and Whitman, 2006), т.н. *Methanosaeta*. Ацетат (уксусная кислота) становится для них доступным благодаря деятельности гомоацетогенных бактерий (Diekert and Wohlfarth, 1994). Опуская все промежуточный реакции, стехиометрия ацетокластического метаногенеза выражается так (Conrad, 1999):

$$C_6H_{12}O_6 = 3CO_2 + 3CH_4. \tag{4.5}$$

Сравнение уравнений (4.3) и (4.5) позволяет предположить, что доля ацетокластического пути в общем производстве метана должна быть преобладающей. Однако, обширный эмпирический материал свидетельствует о том, что "нестехиометрические" факторы могут играть основную роль в формировании соотношения двух видов метаногенеза.

Например, в Боденском озере метан производится практически только из ацетата. С одной стороны, это объясняется наличием сульфата и сульфат-редуцирующих бактерий, которые побеждают метаногены в конкуренции за водород (см. ниже). С другой стороны, ацетотрофные сульфат-редуцирующие

микрооорганизмы редки в данной экосистеме, что позволяет развиваться сообществам метаногенов, потребляющих ацетат (Bak and Pfennig, 1991).

Основной источник мертвого органического материала для переработки бактериями и археями – это экосистема водоема. На поверхность донных отложений оседают остатки организмов, и таким образом, здесь субстрат для метаногенеза достигает максимальной концентрации. Вследствие диффузии ацетат и другие компоненты субстрата распространяется ниже, но их концентрация резко падает в пределах верхнего слоя 10 см. Так же и выделение метана достигает максимума на поверхности (при условии низкой концентрации сульфатов), быстро убывая с глубиной (Chan et al., 2005; Schwarz et al., 2008).

Концентрация кислорода выше 10 ppm полностью подавляет сообщества метаногенов, поскольку концентрация части ферментов и кофакторов, необходимых для их метаболизма, чувствительна к содержанию кислорода (Borrel et al., 2011). В этой связи отметим, что дефицит кислорода часто встречается в водоемах, особенно летом под термоклином, и в период ледостава. При этом, наиболее анаэробные условия в озерных экосистемах наблюдаются в донных отложениях, где кислород "выедается" микроорганизмами в пределах верхнего слоя толщиной несколько миллиметров (Huttunen et al., 2006). Это является одной из причин, почему донные отложения традиционно считаются основным источником метана в озерах. Второй причиной этому служит максимальная концентрация в донных отложениях органического материала, как субстрата соответствующих биохимических процессов. Здесь, однако, необходимо упомянуть натурные данные о высокой концентрации метана в верхнем перемешанном слое некторых водоемов, позволяющие предположить действие источника метана и в этом слое (Grossart et al., 2011). В то же время, генезис этой высокой концентрации до сих пор неясен, поэтому мы не будем привлекать эти данные при построении математической модели.

Присутствие сульфат-редуцирующих, железо-редуцирующих и денитрифицирующих бактерий существенно подавляет жизнедеятельность метаногенных архей. Причиной является конкуренция всех этих микрооорганизмов за один и тот же субстрат, H_2 и ацетат. Цепочка реакций восстановления сульфата сопровождается выделением большего количества энергии и приводит к большей скорости роста биомассы сульфат-редуцирующих бактерий по срав-

нению с метаногенами (Lovley and Klug, 1986), так что эти микроорганизмы побеждают архей в соперничестве за водород и ацетат. Теоретически полученное пороговое значение концентрации сульфат-иона 30 μM, разделяющее режимы сульфат-редукции и генерации метана, было подтверждено полевыми измерениями. Концетрация сульфата в пресноводных водоемах (100-200 μM) часто превышает это значение, однако, благодаря сульфат-редуцирующих бактериям, содержание этого иона истощается в верхнем слое донных отложений толщиной несколько сантиметров (Lovley and Klug, 1986; Koizumi et al., 2003), так что ниже начинается преобладание метаногенов. Фунаментальное различие между сульфат-редукцией и метаногенезом заключается в том, что при избытке разлагаемых органических соединений в донных отложениях, скорость восстановления сульфата ограничивается его диффузией из водной толщи, в то время как все исходные вещества, необходимые для производства метана, получаются в результате распада органических соединений *in situ*. Таким образом, сульфат, наряду с кислородом, нитратом и ионом трехвалентного железа, можно считать "внешним электронным акцептором" (Lovley and Klug, 1986).

Температура является одним из ключевых факторов, контролирующих генерацию метана. Ее прямой эффект заключается в непосредственном влиянии на скорость метаболизма архей. Значения температуры в большинстве озерных экосистем находятся ниже оптимальной температуры для метаногенов ($20 - 42°C$, см. (Zeikus and Winfrey, 1976; Schulz et al., 1997) или ссылки в (Sabrekov et al., 2017)), так что рост температуры вызывает увеличение выделения метана. Косвенный эффект температуры проявляется через регуляцию концентрации субстрата для популяции архей, с тем же влиянием роста температуры. В частности, водородотрофный метаногенез существенно подавляется при низких значениях температуры из-за слабого поступления H_2 и CO_2 от синтрофных бактерий (Schulz et al., 1997).

4.1.2 Потребление метана

Потребление метана микроорганизмами (метанотрофами) осуществляется двумя группами процессов – *аэробным* (т.е. при участии кислорода) и *анаэробным окислением* (при дефиците кислорода). Первый известен с начала XX века (Kaserer, 1905), второй – открыт в 70-х гг. прошлого столетия и изучен значительно хуже. Все известные к настоящему моменту метанотрофы являются бактериями (Borrel et al., 2011).

Если опустить промежуточные химические преобразования, то аэробное окисление метана описывается формулой:

$$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O, \tag{4.6}$$

откуда следует, что одним из главных факторов скорости потребления метана является одновременное наличие метана и кислорода в достаточных количествах. В водоемах такие условия наблюдаются либо на мелководьях, где насыщенная кислородом вода контактирует с насыщенными метаном донными осадками, либо в оксиклине (Bastviken et al., 2008). Аэробное окисление – очень эффективный механизм; по современным представлениям, он "ликвидирует" 45-100% метана, произведенного донными отложениями (Bastviken et al., 2002).

В отличие от метаногенеза, влияние температуры на аэробное окисление метана надежно измерениями не фиксируется (Striegl et al., 1998; Utsumi et al., 1998; Liikanen et al., 2002b). В литературе также обсуждается эффект соединений азота на аэробное окисление, однако соответствующие количественные оценки очень сильно разнятся (Borrel et al., 2011).

Считается, что анаэробное окисление метана происходит в сопряжении с процессами сульфат-редукции, денитрификации, восстановления железа и марганца (Borrel et al., 2011). Анаэробное оксисление при участии сульфат-редукции осуществляется следующим образом:

$$CH_4 + SO_4^{2-} \rightarrow HCO_3^- + HS^- + H_2O, \tag{4.7}$$

причем любопытно, что субстрат для сульфат-восстанавливающих бактерий (H_2, CO_2 или ацетат) поставляется археями в результате реакции, обратной метаногенезу ("обратный метаногенез").

Расход метана происходит также в цепочке реакций денитрификации (Hantush, 2007). Соответствующая реакция выглядит так:

$$3CH_4 + 8NO_2^- + 8H^+ \rightarrow 3CO_2 + 4N_2 + 10H_2O, \tag{4.8}$$

причем обратный метаногенез при этом не участвует. Окисление метана в этом процессе может быть существенным в эвтрофных водоемах (богатых питательными веществами), в т.ч. подверженных антропогенной нагрузке в результате сельскохозяйственной деятельности.

Определены также реакции восстановления ионов железа и марганца при участии метана (Borrel et al., 2011)

$$CH_4 + 8Fe(OH)_3 + 15H^+ \rightarrow HCO_3^- + 8Fe^{2+} + 21H_2O, \tag{4.9}$$

$$CH_4 + 4MnO_2 + 7H^+ \rightarrow HCO_3^- + 4Mn^{2+} + 5H_2O. \tag{4.10}$$

Считается, что эти процессы могут играть важную роль в океанических акваториях, окружающих устья рек, поскольку реки выносят с суши существенные количества железа и марганца.

В целом по анаэробному окислению метана можно заключить, что в настоящее время определены основные стехиометрические соотношения и в ряде случаев – таксоны микроорганизмов, осуществляющие соответствующие биохимические преобразования, однако количественные данные по скорости этих процессов скудны и не позволяют получить параметры уравнений кинетики. Также, есть сомнения в значимости анаэробного окисления по сравнению с аэробным: например, анаэробное окисление метана при участии сульфатов в Боденском озере оказалось как минимум на порядок меньше аэробного окисления (Deutzmann and Schink, 2011).

4.2 Модель биогеохимических процессов

4.2.1 Вводные замечания

Наиболее обоснованным подходом к математическому моделированию метаногенеза в экосистемах суши (в т.ч. в водоемах) является решение системы уравнений диффузии-реакции для ключевых реагентов и продуктов, вовлеченных в водородотрофный и ацетокластический пути производства метана, в которой скорости реакций были бы сопряжены с моделью популяций соответствующих бактерий и архей. Единственная известная нам модель, развиваемая на этом принципе, это Ecosys, созданная в университете шт. Альберта (Канада) содержащая описание ключевых биогеохимических циклов наземных экосистем (Grant et al., 1993; Grant, 1998, 1999; Grant and Roulet, 2002). В модели решается система уравнений для иерархии биогеохимических компонент: от верхнего уровня (твердое органическое вещество, растворимое органическое вещество, сорбированное органическое вещество, ацетат, микробиологические сообщества, микробиологические остатки), до элементарного (углерод, азот, фосфор). Концентрация каждого компонента определяется как биохимическими, так и физическими процессами. Скорости биохимических реакций рассчитываются на основе стехиометрических соотношений и кинетики Михаэлис-Ментен, учитывая концентрации соответствующих микробиологических сообществ. В свою очередь, изменение популяций этих сообществ оценивается скоростями упомянутых реакций и энергией, выделяемой при трансформации оранических соединений в микробиологический углерод. Модель применялась для широкого диапазона наземных экосистем, однако сложность математической формулировки не позволяет использовать ее в качестве параметризации для моделей Земной системы. Кроме того, трудно представить, чтобы множество ее параметров было возможно надежно представить на глобальной сетке, учитывая тонкость биохимических эффектов, за которые они отвечают.

4.2.2 Уравнения для растворённых газов и форм органического углерода в водной толще

В модели рассматривается динамика трех газов в растворённом виде: метана (CH_4), кислорода (O_2) и углекислого газа (CO_2). При этом, растворенный углекислый газ предполагается в динамическом равновесии с ионами карбоната и гидрокарбоната (см. ниже). В связи с этим вводится понятие концентрации растворенного неорганического углерода (РНУ или DIC – dissolved inorganic carbon), $C_{DIC} = C_{CO_2} + C_{HCO_3^-} + C_{CO_3^{2-}}$; она равна концентрации атомов углерода в воде, которые потенциально могут быть переведены в газовую фазу в виде молекул CO_2.

Динамика и вертикальное распределение концентраций упомянутых газов тесно связаны биохимическими преобразованиями с растворенным органическим углеродом (РОУ или DOC – dissolved organic carbon, включает все растворённые органические соединения) и взвешенным органическим углеродом (ВОУ, сюда относятся как фито- и зоопланктон, POCL – particulate organic carbon living, так и взвешенные органические остатки отмерших фито- и зоопланктона, POCD – particulate organic carbon dead).

Полная система уравнений, представляющая вертикальный перенос растворённых газов, выраженных счётными концентрациями $C_\bullet$, и органических компонент, представленных массовыми плотностями $\rho_\bullet$, а также преобразова-

ния между этими субстанциями, имеет вид:

$$\frac{\partial C_{CH_4}}{\partial t} = \mathrm{Dif}_A(C_{CH_4}) + \frac{F_{CH_4,b}}{A}\frac{dA}{dz} + B_{CH_4} - O_{CH_4}, \tag{4.11}$$

$$\frac{\partial C_{O_2}}{\partial t} = \mathrm{Dif}_A(C_{O_2}) + \frac{F_{O_2,b}}{A}\frac{dA}{dz} + B_{O_2} + P_{O_2} - R_{O_2} - D_{O_2} - S_{O_2} - O_{O_2}, \tag{4.12}$$

$$\frac{\partial C_{DIC}}{\partial t} = \mathrm{Dif}_A(C_{DIC}) + \frac{F_{CO_2,b}}{A}\frac{dA}{dz} + B_{CO_2} - P_{CO_2} + R_{CO_2} + D_{CO_2} + S_{CO_2} + O_{CO_2}, \tag{4.13}$$

$$\frac{\partial \rho_{DOC}}{\partial t} = \mathrm{Dif}(\rho_{DOC}) + E_{POCL} - D_{DOC}, \tag{4.14}$$

$$\frac{\partial \rho_{POCL}}{\partial t} = \mathrm{Dif}(\rho_{POCL}) + P_{POCL} - R_{POCL} - E_{POCL} - D_{h,POCL}, \tag{4.15}$$

$$\frac{\partial \rho_{POCD}}{\partial t} = \mathrm{Dif}(\rho_{POCD}) - w_g\frac{\partial \rho_{POCD}}{\partial z} - D_{POCD} + D_{h,POCL}, \tag{4.16}$$

где $\mathrm{Dif}_A(\bullet) \doteq \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial z}\left(Ak_s\frac{\partial \bullet}{\partial z}\right)$, $\mathrm{Dif}(\bullet) \doteq \frac{\partial}{\partial z}\left(k_s\frac{\partial \bullet}{\partial z}\right)$, $w_g > 0$ есть скорость осаждения мертвых частиц ВОУ, а $F_{*,b}$ обозначает поток газа ($* = CH_4, CO_2, O_2$) в донные отложения (положительный, если направлен вниз). Уравнения (4.14)-(4.16) не содержат A, поскольку они не являются горизонтально осредненными (см. Раздел 2.1.1). Это обусловлено неопределенностью, как рассчитывать краевой поток величин $\rho_{DOC}, \rho_{POCL}, \rho_{POCD}$ (т.е. поток на границе вода-донные отложения на каждой глубине) в случае применения горизонтального осреднения. Правые части приведенной системы представляют диффузию (предполагая, что коэффициент диффузии k_s одинаков для всех субстанций, кроме взвешенных частиц, для которых не существует молекулярной диффузии), а также источники и стоки за счет следующих процессов:

- растворение/выделение газов на границе пузырек-раствор (B_{CH_4}, B_{O_2} и B_{CO2}), описание модели пузырьков даётся ниже;
- фотосинтез (P_{O_2}, P_{CO_2}, P_{POCL});
- дыхание (R_{O_2},R_{CO_2}, R_{POCL});
- биохимическое потребление кислорода (БПК) в водной толще (BOD – biochemical oxygen demand) (D_{O_2}, D_{CO_2}, D_{DOC}, D_{POCD}) – окисление органических соединений в теле водоёма;
- биохимическое потребление кислорода в донных отложениях (SOD – sedimentary oxygen demand) (S_{O_2}, S_{CO_2}) – сток кислорода на окисление органических соединений в донных отложениях;

– аэробное окисление метана в водной толще (O_{CH_4}, O_{O_2}, O_{CO_2});
– отмирание фито- и зоопланктона ($D_{h,POCL}$).

Все величины в приведённом здесь списке являются положительными, за исключением B_{CH_4},B_{O_2} и B_{CO2}, знак которых определяется соотношением концентраций газа в воде и пузырьках. Заметим также, что концентрации газов в уравнениях (4.11)-(4.13) выражены в моль/м^3, что позволяет связывать источники и стоки в разных уравнениях, основываясь на стехиометрических отношениях соответствующих реакций. В то же время, величины $\rho_{DOC}, \rho_{POCL}, \rho_{POCD}$ в уравнениях (4.14)-(4.16) являются плотностями, кг/м^3. Источники и стоки в правой части (4.13) помечены нижним индексом "CO_2", поскольку атомы углерода добавляются или извлекаются из растворённого неорганического углерода в форме молекул CO_2.

Подсиситемы (4.11)-(4.13) и (4.14)-(4.16) могут быть либо связаны, если положена связь источников и стоков в их правых частях, либо независимы. В последующих разделах описано представление в модели карбонатного равновесия, излагаются граничные условия для системы (4.11)-(4.13), и даются формулировки для источников и стоков в правых частях. Представление источников и стоков за счет фотосинтеза, дыхания, БПК в водной толще, БПК в донных отложениях в целом следуют модели Х.Стефана и К.Фанга (Stefan and Fang, 1994), где величины $\rho_{DOC}, \rho_{POCL}, \rho_{POCD}$ для вычисления концентраций растворённых газов не используются.

Карбонатное равновесие

Карбонатное равновесие означает динамическое равновесие реакций растворения углекислого газа и диссоциации гидрокарбонатного иона (Butler, 1991):

$$CO_2 + H_2O \leftrightarrow H^+ + HCO_3^-, \tag{4.17}$$

$$HCO_3^- \leftrightarrow H^+ + CO_3^{2-}. \tag{4.18}$$

Привлекая кинетические константы этих реакций, можно получить, что концентрация растворенного неорганического углерода может быть записана как

$$C_{DIC} \doteq C_{CO_2} + C_{HCO_3^-} + C_{CO_3^{2-}} = C_{CO_2}\left[1 + k_1 10^{pH} + k_1 k_2 10^{2pH}\right]. \qquad (4.19)$$

Здесь температурная зависимость кинетических констант k_1, k_2 задается уравнением Аррениуса:

$$k_i = k_{i0} \exp\left[-\frac{E_{act,i}}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right], \; i = 1{,}2, \qquad (4.20)$$

где R – универсальная газовая постоянная, $k_{10} = 4.3 * 10^{-7}$ моль/л, $k_{20} = 4.7 * 10^{-11}$ моль/л – значения констант при температуре T_0, и $E_{act,1} = 7.66 * 10^3$ Дж/моль, $E_{act,2} = 1.49 * 10^4$ Дж/моль – значения энергии активации. Отсюда, при заданной кислотности pH (внешний параметр для описываемой модели), величина C_{CO_2} легко пересчитывается в C_{DIC} и обратно.

В модели атомы углерода добавляются или извлекаются из карбонатной системы в форме молекул CO_2 в ходе процессов дыхания, фотосинтеза, аэробного разложения оранических соединений, так что изменение C_{DIC} равно количеству молекул CO_2 покинувших раствор или вернувшихся в него. Для расчета диффузионного потока CO_2 через поверхность пузырьков или в атмосферу, концентрация C_{CO_2} находится по известному C_{DIC} из уравнения (4.19).

Граничные условия для концентрации растворённых газов в столбе воды

На границе с атмосферой, в период открытой воды, для любого растворенного газа задается граничное условие в виде потока:

$$\left.\frac{k_s}{h}\frac{\partial C}{\partial \xi}\right|_{z=0} = F_C, \qquad (4.21)$$

где C есть C_{CH_4},C_{O_2} или C_{CO_2}, а F_C – это диффузионный поток в атмосферу, положительный, если поток направлен вверх. Этот поток определяется соотно-

шением концентраций газа в воде и воздухе:

$$F_C = k_{ge}(C|_{z=0} - C_{ae}). \tag{4.22}$$

Здесь C_{ae} – это концентрация растворенного газа в воде, равновесная с концетрацией в воздухе в соответствии с законом Генри, а k_{ge}, м/с, обозначает коэффициент обмена, имеющий размерность скорости и поэтому получивший название "поршневой скорости" ("piston velocity"). Согласно теории газообмена через поверхность воды,

$$k_{ge} = k_{600}\sqrt{\frac{600}{Sc(T)}}, \tag{4.23}$$

с числом Шмидта $Sc(T)$, различным для разных газов и зависящим от температуры. Опорная величина k_{600} была предметом множества исследований, и для ее количественного описания предложен ряд концепций (Donelan et al., 2002). В настоящей работе используется два распространенных варианта расчета k_{600}: (i) эмпирическая зависимость от скорости ветра и (ii) модель обновления поверхности.

Зависимость от скорости ветра предложена различными авторами, в настоящей модели используется наиболее известный вид, полученный Дж.Коулом и Н.Каракo (Cole and Caraco, 1998):

$$k_{600} = C_{k_{600},1} + C_{k_{600},2}|\mathbf{u_{a,10}}|^{n_{k_{600}}}. \tag{4.24}$$

Здесь $\mathbf{u_{a,10}}$ обозначает скорость ветра на высоте 10 м над поверхностью воды, $C_{k_{600},1}$, $C_{k_{600},2}$ – эмпирические константы. Важно отметить, что простая эмпирическая зависимость (4.24) "интегрирует" влияние скорости ветра на целый ряд процессов таких как турбулентный обмен в прилегающих слоях воды и воздуха, развитие и обрушение волн, динамику молекулярной ("холодной") пленки, и др. и поэтому вряд ли может считаться достаточно универсальной для отражения всех этих процессов на широком множестве озер и синоптических условий.

Можно считать, что этих ограничений лишена более физически проработанная модель обновления поверхности (MacIntyre et al., 2010; Heiskanen et al., 2014). Она строится на гипотезе, что скорость газообмена через поверхность раздела фаз определяется "частотой" поступления новых порций растворённо-

го газа из перемешанного слоя к поверхности, осуществляемого турбулентными вихрями (Dankwerts, 1951). В терминах величины k_{600} модель обновления поверхности может быть записана следующим образом:

$$k_{600} = \frac{C_{1,SR}(\epsilon|_{z=0}\nu_w)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{600}}, \tag{4.25}$$

где ν_w обозначает молекулярную вязкость воды, $C_{1,SR}$ – постоянная. Поскольку диссипация ТКЭ рассчитывается в $k-\epsilon$ замыкании, специальной параметризации для определения $\epsilon|_{z=0}$ (как, например, в (MacIntyre et al., 2010)), не требуется.

Константы параметризации газообмена с атмосферой даны в Таблице 4.1.

Таблица 4.1 — Константы параметризации газообмена на границе вода-воздух

Константа	Единицы измерения	Величина
$C_{k_{600},1}$	м/с	$5.75 * 10^{-6}$
$C_{k_{600},2}$	$(\text{м/с})^{1-n_{k_{600}}}$	$5.97 * 10^{-7}$
$n_{k_{600}}$	–	1.7
$C_{1,SR}$	–	0.5

Когда водоем покрыт льдом, $F_C = 0$, т.е. диффузионный поток газов сквозь разломы во льду (см. например, (Greene et al., 2014)) не учитывается.

Граничные условия для концентрации метана на границе "вода-донные отложения" следующие:

$$-k_s \frac{\partial C}{\partial z}\bigg|_{z=h} = -k_{s,s} \frac{\partial C_s}{\partial z_s}\bigg|_{z_s=0}, \tag{4.26}$$

$$C|_{z=h} = \left(\frac{C_s}{p}\right)\bigg|_{z_s=0}. \tag{4.27}$$

Здесь, нижний индекс "s" добавляется для характеристик донных осадков. Пористость отложений появляется в уравнении (4.27), поскольку C_s есть концентрация в расчете на единицу объема отложений, а не концентрация в порах.

Данные граничные условия означают непрерывность диффузионного потока и концентрации газа на границе двух сред.

4.2.3 Модель пузырька и ее сопряжение с остальной частью модели

Модель отдельного пузырька. Модель отдельного пузырька, изложенная в данном параграфе, в целом следует формулировке соответствующей модели Д.МакГинниса (McGinnis et al., 2006). Рассмотрим эволюцию пузырька, поднимающегося с поверхности дна и состоящего из смеси газов. Количество каждого (i-го) газа в пузырьке, M_i, моль, определяется потоком этого газа через поверхность пузырек-раствор:

$$\frac{dM_i}{dt} = v_b \frac{dM_i}{dZ} = -4\pi r_b^2 K_i (H_i(T) P_i - C_i),\ i = 1,...,n_g, \tag{4.28}$$

где r_b есть радиус пузырька (пузырек считается шаром), H_i есть "константа" Генри, зависящая от температуры T, P_i – парциальное давление i-го газа в пузырьке, C_i – мольная концентрация растворенного газа в воде, K_i – коэффициент газообмена, v_b – вертикальная скорость пузырька, Z – вертикальная координата с началом на дна водоема и направленная против силы тяжести, $Z = h - z$, и n_g – количество газов в смеси.

В пузырьке рассматривается наличие пяти газов: CH_4, CO_2, O_2, N_2 и Ar. Водяной пар обеспечивает очень небольшой вклад в давление пузырька и поэтому его наличием можно пренебречь. Действительно, давление насыщенного водяного пара при температуре 20°C составляет 23.4 гПа что есть $\approx 2\%$ от атмосферного давления. И это есть верхняя оценка для соответствующего вклада водяного пара в пузырьках, поскольку давление в пузырьках с глубиной увеличивается, а насыщающее значение давления H_2O – уменьшается, вслед за падением температуры воды. Следует отметить, что подобные оценки имеют место и для Ar, хотя он и включен формально в модель.

В модели принято, что температура пузырька равна температуре воды на глубине, где он в данный момент находится. Это означает, что теплообмен пузырька с водой считается преобладающим над охлаждением пузырька вследствие работы расширения при его подъёме. Реалистичность этих приближений требует отдельной оценки, но в практическим смысле они освобождают от необходимости решать отдельное уравнение для температуры пузырька.

Температура пузырька определяет константы Генри для составляющих его газов (Sander, 1999). Можно использовать эти константы, определенные для плоской поверхности, поскольку, согласно формуле Томсона (Кельвина), влияние кривизны поверхности пузырька на равновесное давление газа при типичных размерах пузырьков в озерах и океанах (≥ 1 мм) пренебрежимо мал. Коэффициент обмена, K_i, зависит от коэффициента молекулярной диффузии воды, радиуса пузырька и его скорости в соответствии с эмпирической формулой из работы (Zheng and Yapa, 2002). В свою очередь, скорость пузырька находится из условия равновесия между силой плавучести и силой сопротивления среды. Последняя задается квадратическим законом для малых пузырьков ($r_b < 1.3$ мм), а для более крупных используется параметризация, учитывающая колебания поверхности пузырька (Jamialahmadi et al., 1994).

Для каждого газа пузырьковой смеси применимо уравнение идеального газа, поскольку при давлении по крайней мере до глубин несколько десятков метров силы Ван-дер-Ваальса малы:

$$\frac{4}{3}P_i\pi r_b^3 = M_i RT,\ i = 1,...,n_g, \tag{4.29}$$

где R – универсальная газовая постоянная. Поверхностное натяжение мало для размеров пузырьков, наблюдаемых в морях и океанах, и поэтому опущено в (4.29). Теперь приравниваем давление газовой смеси $\sum_{i=1}^{n_g} P_i$ к гидростатическому давлению на данной глубине, $p_a + \rho_{w0} g(h_{bot} - Z)$ (p_a – давление атмосферы, h_{bot} – глубина водоема в точке, где пузырек отрывается от поверхности донных отложений), что с привлечением (4.29) дает:

$$r_b = \left[\frac{3RT\sum_{i=1}^{n_g} M_i}{4\pi(p_a + \rho_{w0} g(h_{bot} - Z))}\right]^{1/3}. \tag{4.30}$$

Для решения $2n_g + 1$ уравнений (4.28)-(4.30) необходимы граничные условия. Ими являются мольные количества газов смеси в момент отрыва пузырька ото дна, $M_{i,Z=0} = M_{i0}(t)$, $i = 1,...,n_g$. В модели они задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} M_{i0} &= \alpha_i M_0,\ i = 1,...,n_g, \\ M_0 &= \frac{\frac{4}{3}\pi r_{b0}^3 (p_a + \rho_{w0} g h_{bot})}{R\,T|_{Z=0}}, \end{aligned} \tag{4.31}$$

где M_0 есть суммарное мольное количество газов (моль). В соответствии с (4.31), начальные условия для модели пузырька определяются начальным радиусом пузырька, r_{b0}, и мольными долями газов в смеси, α_i. В настоящей работе используется значение $r_{b0} = 2 * 10^{-3}$ м.

Численная модель пузырька, описанная выше, решается явной схемой Эйлера.

Пузырьковый поток газов. В уравнениях (4.11)-(4.13) нетурбулентный поток газа осуществляется только пузырьками (слагаемые B_f, $f = CH_4, CO_2, O_2$), кроме того, пузырьковый поток вносит вклад в краевые слагаемые ($\sim 1/A * dA/dz$). Настоящий раздел посвящен расчету этих слагаемых на основе модели отдельного пузырька, изложенной выше.

В модели считается, что пузырьки, поднимающиеся со всех колонок донных отложений, имеют один и тот же начальный радиус r_{b0} и один и тот же газовый состав. Поскольку в действительности имеет место распределение пузырьков по размеру, параметр r_{b0} можно трактовать как среднее по этому распределению. В силу этих предположений, а также уравнений (4.28)-(4.30), все пузырьки, находящиеся на заданной глубине и происходящие из одной колонки отложений, будут идентичными по всем параметрам (радиусу, газовому составу, скорости, и т.д.).

Теперь, для любой глубины z можно составить горизонтальное среднее вертикального пузырькового потока газа f, ($f = CH_4,\ O_2,\ CO_2$), $\overline{F_{B,f}}(z) \approx A^{-1}(z) \sum_{k=1}^{n_s} F_{B,f,k}(z) A_k(z)$, где k – это номер колонки донных отложений, n_s – общее количество колонок, и $A_k(z)$ есть площадь проекции на $A(z)$ той части верхней грани k-ой колонки, которая находится ниже z (т.е., поскольку в данной модели верхние грани горизонтальны, то для колонок с верхними гранями выше

z, $A_k(z) = 0$; а для колонок с верхней гранью лежащей полностью ниже z, $A_k(z) = A_{s,k}$, где $A_{s,k}$ обозначает площадь верхней грани k-й колонки). Как только средний по горизонтали пузырьковый поток найден, слагаемые B_f в (4.11)-(4.13) вычисляются как

$$B_f = +\frac{1}{A}\frac{\partial A\overline{F_{B,f}}}{\partial z}. \tag{4.32}$$

Здесь $F_{B,f}$ считается положительным, если направлен вверх, что приводит к знаку "+"в правой части.

Чтобы получить горизонтально осредненный пузырьковый поток $\overline{F_{B,f}}$ как изложено выше, должны быть сперва рассчитаны пузырьковые потоки над каждой колонкой донных отложений:

$$F_{B,f,k} = M_{f,k} \cdot n_{b,k} \cdot v_{b,k},\ f = CH_4,\ CO_2,\ O_2. \tag{4.33}$$

Здесь введена счетная концентрация пузырьков $n_{b,k}$, м$^{-3}$, а индекс k добавлен для характеристик пузырьков, поднимающихся с k-й колонки. Поскольку все пузырьки из одной колонки отложений одинаковы, то они либо все растворяются на одной глубине, либо все достигают атмосферы. Далее, известно, что при достижении диаметра ≈ 1 см пузырьки становятся неустойчивыми и разбиваются (Yamamoto et al., 2009; McGinnis et al., 2006). Поэтому, в модели принято, что пузырьки с радиусом $r_b \geq 0.5$ см разбиваются на два. В интервале глубин между двумя делениями пузырьков *поток пузырьков* (т.е. количество пузырьков, пересекающих единичную площадку в единицу времени) постоянен, а при делении он удваивается. Тогда можно переписать формулу (4.33) следующим образом:

$$F_{B,f,k} = F_{B,f,k}(h_{bot}) \cdot N_k \cdot m_{f,k}, \tag{4.34}$$

где произведение $N_k \cdot m_{i,k} = F_{B,f,k}/F_{B,f,k}(h_{bot})$ есть пузырьковый поток на данной глубине, нормированный на придонное значение $F_{B,f,k}(h_{bot})$ (на верхней грани k-й колонки отложений); $m_{f,k} = M_{f,k}/M_{f,k}(h_{bot})$, $N_k = (n_{b,k} \cdot v_{b,k})/(n_{b,k}(h_{bot}) \cdot v_{b,k}(h_{bot}))$. Очевидно, что $N_k(z) = 2^l$, где l есть количество делений пузырьков, произошедших глубже z над k-й колонкой. Если придонный пузырьковый поток какого-либо газа известен (в модели это CH_4, см. раздел 4.2.5), тогда

придонные потоки других газов определяются составом пузырька:

$$F_{B,f,k}(h_{bot}) = F_{B,CH_4,k}(h_{bot})\frac{\alpha_f}{\alpha_{CH_4}},\ f = CO_2,O_2,N_2,Ar, \tag{4.35}$$

α_f – мольная доля газа f в пузырьке в момент отрыва последнего ото дна.

4.2.4 Аэробное окисление метана в водной толще

Аэробное окисление метана производится метанотрофными бактериями и описывается следующим уравнением:

$$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O, \tag{4.36}$$

из чего следует, что для источников в (4.11)-(4.13) следует $O_{O_2} = 2O_{CO_2} = 2O_{CH_4}$. Чтобы рассчитать скорость потребления метана O_{CH_4}, в модели реализованы три кинетические модели. Самая простая – это модель кинетики первого порядка:

$$O_{CH_4} = k_{ox,CH_4}C_{CH_4}, \tag{4.37}$$

где k_{ox,CH_4} есть константа первого порядка, которая согласно (Striegl et al., 1998), может быть выбрана $0.38D_{sec}^{-1}s^{-1}$ (D_{sec} – количество секунд в сутках). Уравнение первого порядка имеет то фундаментельное ограничение, что не описывает "насыщение" потребления метана бактериями при достаточно больших концентрациях CH_4, когда популяция бактерий достигает максимальной численности. В этом смысле более правильной является кинетическая модель Михаэлис-Ментен, которая, однако, содержит уже 4 константы:

$$O_{CH_4} = V_{max}\exp\left[-\frac{\Delta E_{ox,CH_4}}{R}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right]\frac{C_{CH_4}}{K_{hs,CH_4}+C_{CH_4}}\frac{C_{O_2}}{K_{hs,O_2}+C_{O_2}}, \tag{4.38}$$

здесь введена энергия активации реакции окисления метана, $\Delta E_{ox,CH_4}$, максимальная скорость реакции V_{max} (скорость реакции при температуре T_0 и $C_{CH_4},C_{CO_2} \to \infty$) и константы полунасыщения K_{hs,CH_4}, K_{hs,O_2}. В то же время, в ряде исследований (Utsumi et al., 1998; Liikanen et al., 2002a; Striegl et al.,

1998) не обнаружено статистически значимой зависимости скорости окисления метана от температуры. Поэтому уравнение (4.38) можно использовать и без множителя, содержащего экспоненту.

Данных о значениях константы полунасыщения кислородом K_{hs,O_2} в донных осадках озёр в литературе немного. Следуя опыту моделирования метана в болотах (Watson et al., 1997) и измерениям в донных отложениях (Lidstrom and Somers, 1984) можно принять $K_{hs,O_2} \approx K_{hs,CH_4}$. При моделировании парниковых газов в оз.Куйваярви (Раздел 4.5) этот параметр считается калибровочным.

Поскольку эмпирические данные о константе полунасыщения K_{hs,O_2} ограниченны, некоторые исследователи опускают зависимость от концентрации кислорода в (4.38). Формально это следует из (4.38) при $C_{O_2} \to \infty$:

$$O_{CH_4} = V_{max} \frac{C_{CH_4}}{K_{hs,CH_4} + C_{CH_4}}. \tag{4.39}$$

Следует, однако применять эту формулу с осторожностью, поскольку при малом содержании кислорода скорость окисления метана должна приближаться к нулю, что обеспечивается только полной формулой Михаэлис-Ментен.

Константы, входящие в формулу Михаэлис-Ментен для окисления метана, даны в Таблице 4.2.

Таблица 4.2 — Константы кинетики Михаэлис-Ментен для реакции аэробного окисления метана в воде

Ссылка	V_{max}	K_{hs,CH_4}	Примечания
(Lidstrom and Somers, 1984)	$3.8*10^{-2}H_{sec}^{-1}$, моль/(м^3*с)	9.5 ± 1.2, моль/м^3	Измерена в верхнем односантиметровом слое донных отложений, H_{sec} – количество секунд в часе
(Liikanen et al., 2002a)	$3.6*10^{-2}D_{sec}^{-1}$, моль/(м^3*с)	$5.5 * 10^{-3}$, моль/м^3	профундаль, на глубине 4 м
(Liikanen et al., 2002a)	$1.4*10^{-1}D_{sec}^{-1}$, моль/(м^3*с)	$4.4 * 10^{-2}$, моль/м^3	профундаль, на глубине 9 м

4.2.5 Модель метана в донных отложениях

Уравнение для концентрации метана в донных отложениях

Объемная концентрация метана (количество молекул метана в почвенном растворе в молях в расчете на единицу объема почвы/донных отложений) определяется тремя процессами: производством, окислением, пузырьковым стоком и диффузией. Сток метана за счет всасывания корнями растений здесь не учитывается, поскольку этот процесс в количественном отношении в настоящее время для водоемов исследован недостаточно. По этой же причине здесь не рассматривается анаэробное окисление метана. Таким образом, приходим к уравнению:

$$\frac{\partial C_{CH_4}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z_s}\left(k_{CH_4}\frac{\partial C_{CH_4}}{\partial z_s}\right) + P_{soil,CH_4} - E_{soil,CH_4} - O_{soil,CH_4}, \tag{4.40}$$

где z_s есть координата, направленная вниз, с началом не поверхности донных отложений, P_{soil,CH_4} и E_{soil,CH_4} есть скорости производства метана и его пузырькового стока, соответственно, а O_{soil,CH_4} обозначает аэробное окисление метана; все эти величины положительны. Образование пузырьков является стоком для C_{CH_4}, поскольку C_{CH_4} есть концентрация метана в жидкой фазе. Аэробное окисление считается ненулевым только в верхнем расчетном слое донных отложений, поскольку его толщина превышает типичную глубину проникновения кислорода в донные отложения (Huttunen et al., 2006). Коэффициент диффузии метана в донных отложениях задается как:

$$k_{CH_4} = C_{tort}k_{CH_4,w}, \tag{4.41}$$

где коэффициент молекулярной диффузии растворенного в воде метана, $k_{CH_4,w}$, зависит от температуры в виде квадратичной функции. Величина C_{tort} есть коэффициент извилистости, принятый 0.66 (Walter et al., 1996); он отвечает за увеличение пути диффузии газа в донных осадках по сравнению с жидким раствором без твёрдых частиц.

Производство метана в донных отложениях

Органический материал как источник субстрата для производства метана можно в первом приближении разделить на два класса по возрасту и локализации в толще донных осадков (Степаненко и др., 2011). Во-первых, это молодая органика, отлагающаяся на дне озера, как результат современной деятельности его экосистемы. Сюда удобно также отнести массу почвы, попадающую в озеро с берегов в результате их абразии и медленно сползающую по наклонному дну в глубокую часть. Этот источник субстрата для метаногенеза присутствует во всех озерах. Второй источник следует учитывать для термокарстовых озер. Для них известно (Walter et al., 2007), что древняя органика, практически не трансформирующаяся в многолетней мерзлоте, анаэробно разлагается с образованием метана, когда попадает в зону протаявшего грунта ("талика") под водоемом. Максимум образования метана из этого источника, таким образом, должен находиться в нижней части талика.

В модели предполагается, что интенсивность обоих источников метана определяется количеством и "качеством" органических остатков, экспоненциально зависит от температуры и равна нулю при ее отрицательных значениях. Кроме того, необходимо принять во внимание ингибирование производства метана кислородом и сульфат-ионом. Относительно этого эффекта известны критические значения концентраций кислорода и сульфат-иона, при которых метаногенез полностью подавляется (см. Раздел 4.1.1). Принимая во внимание эти соображения, в модели производство метана записывается в виде:

$$\begin{aligned} & P_{soil,CH_4,i} \propto \rho_{org,i} \mathrm{H}(T - T_{mp}) q_{10}^{T/10} * \\ & * (1 + \alpha_{O_2,inhib} C_{O_2})^{-1} \left[1 - \mathrm{H}(C_{SO_4} - C_{SO_4,crit})\right], \\ & i = \text{old,new}, \end{aligned} \tag{4.42}$$

где T_{mp} обозначает точку замерзания, q_{10} – относительное увеличение генерации метана при росте температуры на 10 $^\circ C$, $\alpha_{O_2,inhib}$ есть константа, отвечающая за "скорость" подавления метаногенеза при увеличении концентрации растворенного кислорода, H – функция Хэвисайда. Концентрация кислорода, C_{O_2}, убывает очень быстро в верхнем слое донных отложений толщиной несколько мил-

лиметров (Huttunen et al., 2006). Последний множитель в (4.42) представляет подавление жизнедеятельности *Archaea* сульфат-восстанавливающими бактериями при превышении сульфат-ионом критического значения, $C_{SO_4,crit}$ (Lovley and Klug, 1986). Константа пропорциональности в (4.42) призвана отражать "качество" органического субстрата с точки зрения размножения на его основе популяции архей. Плотность (кг/м^3) органической массы, доступной для анаэробного разложения, $\rho_{org,i}$, может быть оценена с помощью уравнений кинетики 1-го порядка или кинетики Михаэлис-Ментен. Для молодой органики здесь используется приближение $\rho_{org,\text{new}} \propto \exp(-\alpha_{\text{new}} z_s)$ (Walter and Heimann, 2000), которое может быть формально получено из уравнения кинетики 1-го порядка для потребления $\rho_{org,\text{new}}$ и при постоянной скорости отложения новых органических слоев на дне водоема. Для содержания "старой" органики, соответствующую формулу можно получить, основываясь на уравнении Михаэлис-Ментен для $\rho_{org,\text{old}}$ (Приложение E):

$$\rho_{org,old} = \rho_{org,old,0}\left[2 + \lambda_\rho - \sqrt{(1+\lambda_\rho)^2 + \gamma_\rho(h_t^2 - z_s^2)}\right], \tag{4.43}$$

где $\lambda_\rho = \rho_{org,\text{old},0} K_{org,\text{old}}^{-1}$, $\gamma_\rho = 2VK_{org,\text{old}}^{-1}C_t^{-2}$ есть производные константы, а исходные константы даны в Таблице 4.3, h_t - глубина талика.

В итоге, пользуясь уравнением (4.43), получаем:

$$P_{soil,CH_4,i} = P_{i,0}\rho_i^* \mathrm{H}(T - T_{mp}) q_{10}^{T/10}(1 + \alpha_{O_2,inhib}C_{O_2})^{-1} \tag{4.44}$$

$$\rho_i^* = \begin{cases} \exp(-\alpha_{\text{new}} z_s) & : i = \text{new} \\ \left[2 + \lambda_\rho - \sqrt{(1+\lambda_\rho)^2 + \gamma_\rho(h_t^2 - z_s^2)}\right] & : i = \text{old} \end{cases}$$

Здесь $P_{new,0}$, $P_{old,0}$ – это параметры, подлежащие определению при сравнении с данными наблюдений.

Таблица 4.3 — Константы, характеризующие производство метана в донных отложениях

Константа	Единицы измерения	Опорное значение
$\rho_{org,\mathrm{old},0}$, плотность старой органики под таликом	кг/м^3	18
$K_{org,\mathrm{old}}$, константа полунасыщения в формуле Михаэлис-Ментен для скорости разложения старой органики в талике	кг/м^3	$3 * 10^{-1}$
V, максимальная скорость разложения старой органики в талике в формуле Михаэлис-Ментен	кг/(м^3*год)	$2 * 10^{-3}$
C_t, константа в законе заглубления талика, $h_t = C_t\sqrt{t}$, t – время	мс$^{-1/2}$	0.5 (West and Plug, 2008)
q_{10}	–	2.3 (Liikanen et al., 2002b)
α_{new}	м$^{-1}$	3

Пузырьковый сток метана в донных отложениях

Образование пузырьков происходит в модели только в донных отложениях, поскольку в литературе, по-видимому, отсутствуют эмпирические данные об их генерации в водной толще. Вследствие того, что при образовании пузырька молекулы метана из раствора переходят в газовую фазу, этот процесс представлен стоковым членом в (4.40). Скорость этого стока определяется превышением концентрацией метана критического значения $C_{CH_4,crit}$ и задаётся уравнением:

$$E_{soil,CH_4} = r_{ebul}\mathrm{H}\left(C_{CH_4} - C_{CH_4,crit}\right)\left(1 - \mathrm{H}(I)\right)\left(C_{CH_4} - C_{CH_4,crit}\right), \qquad (4.45)$$

где постулировано также, что пузырьки образуются только в незамерзших осадках ($I = 0$), а $r_{ebul} = 1.0\ H_{sec}^{-1}$ (Walter and Heimann, 2000). Далее, критическая концентрация растворенного в донных отложениях метана, $C_{CH_4,crit}$, считается

долей, $r_{crc} = 0.4$, от концентрации насыщения (см. (Wania, 2007) и приведенные в этой работе ссылки). В свою очередь, концентрацию насыщения метана можно найти из двух условий: (i) сумма парциальных давлений всех газов, составляющих пузырек, уравновешивает внешнее гидростатическое давление, $P = p_a + g(\rho_{w0} h_{bot} + \rho_s z_s)$ (p_a), и (ii) парциальное давление каждого газа находится в равновесии в растворенным содержанием этого газа в соответствии с законом Генри (с константами Генри $H_*(T)$, где звездочка * обозначает имя газа). В настоящей версии модели предполагается, что в состав пузырьков, образовавшихся в донных отложениях, входит два газа – метан и азот. В этом случае критическая концентрация метана примет вид:

$$C_{CH_4,crit} = r_{crc} p \left(P H_{CH_4}(T) - \frac{H_{CH_4}(T)}{H_{N_2}(T)} C_{N_2} \right), \tag{4.46}$$

где p обозначает здесь пористость донных отложений (более общую формулу см. в Приложении Д). Следуя работе (Bazhin, 2001), здесь считается, что концентрация азота быстро убывает до нуля в верхнем тонком слое донных отложений, и таким образом вносит вклад в уравнении (4.46) только в верхнем расчетном слое.

Механическое взаимодействие пузырьков со скелетом донных отложений в модели не учитывается, поскольку соответствующее математическое описание (Scandella et al., 2011) довольно сложно, а на климатических масштабах времени подобные эффекты вряд ли имеют существенное значение. Поэтому, в модели используется приближение, что все пузырьки, образовавшиеся на разных глубинах в донных отложениях, мгновенно достигают дна озера. Тогда пузырьковый поток метана на дне озера принимает вид:

$$F_{CH_4,b}|_{z=z_{bot}} = \int_0^{h_s} E_{soil,CH_4} dz_s, \tag{4.47}$$

где h_s есть вертикальный размер колонки донных отложений в модели (10 м).

4.3 Параметризация образования и стока кислорода и углекислого газа

4.3.1 Фотосинтез

Скорость фотосинтеза в терминах скорости образования молекул кислорода выражается следующим образом:

$$P_{O_2} = \frac{P_{max} L_{min} \rho_{Chl-a}}{H_{sec} \mu_{O_2}}, \tag{4.48}$$

ρ_{Chl-a} – плотность хлорофилла-a, μ_{O_2} – мольная масса кислорода. Знаменатель служит здесь для перевода единиц измерения правой части из мг/(л*ч) в моль/(м^3*с). Величина P_{max} выражает зависимость генерации кислорода от температуры:

$$P_{max} = C_P \theta_P^{(T-T_0)}, \tag{4.49}$$

т.е. константа C_P – это значение P_{max} при опорной температуре $T = T_0$. Величина L_{min} отвечает за ограничение выделения кислорода доступной фотосинтетически активной радиацией (ФАР) с интенсивностью S_{PAR}, и задается т.н. кинетикой Хэлдейна по формуле (Megard et al., 1984a):

$$L_{min} = \frac{S_{PAR}(1 + 2\sqrt{C_{Lmin,1}/C_{Lmin,2}})}{S_{PAR} + C_{Lmin,1} + S_{PAR}^2/C_{Lmin,2}} \tag{4.50}$$

Коэффициенты этой формулы, в соответствии с (Stefan and Fang, 1994; Megard et al., 1984b), рассчитываются следующим образом:

$$C_{Lmin,1} = C_{PAR} \theta_{PAR}^{(T-T_0)}, \tag{4.51}$$

$$C_{Lmin,2} = \mathrm{H}(T - T_{00}) C_{Lmin,2,>T_{00}} + [1 - \mathrm{H}(T - T_{00})] C_{Lmin,2,<T_{00}}, \tag{4.52}$$

где T_{00} – еще одна базовая температура. Из уравнения (4.50) видно, что $L_{min} \to 0$ как при $S_{PAR} \to 0$, так и при $S_{PAR} \to \infty$, т.е. ФАР подавляет фотосинтез как при высокой, так и при низкой своей интенсивности. Для расчета S_{PAR}, при-

нимается, что отношение интенсивности ФАР к интенсивности интегрального коротковолнового потока, α_{PAR}, в водной толще не меняется с глубиной, так что

$$S_{PAR} = \alpha_{PAR} H_{sec} T_{J \to Eins} \overline{S}. \tag{4.53}$$

Коэффициент $T_{J \to Eins}$, переводящий энергию радиационного потока из джоулей (Дж) в эйнштейны (Э) [1], рассчитывается в предположении равномерного распределения энергии в ФАР-области спектра, что дает

$$T_{J \to Eins} = \frac{\lambda_{PAR}}{N_A h_P c}, \tag{4.54}$$

где N_A, h_P и c обозначают число Авогадро, константу Планка и скорость света в вакууме, соответственно (все выражены в единицах СИ); λ_{PAR} – средняя длина волны ФАР-диапазона.

Наконец, из уравнения фотосинтеза:

$$6CO_2 + 12H_2O + \text{ФАР} \to C_6H_{12}O_6 + 6O_2 + 6H_2O, \tag{4.55}$$

или из его укороченной формы:

$$CO_2 + 2H_2O + \text{ФАР} \to CH_2O + O_2 + H_2O, \tag{4.56}$$

видно, что количество поглощенных молекул CO_2 равно количеству образовавшихся молекул O_2, т.е. $P_{CO_2} = P_{O_2}$. Значения констант параметризации фотосинтеза представлены в Таблице 4.4.

[1] Эйнштейн – это энергия числа Авогадро фотонов

Таблица 4.4 — Константы параметризации фотосинтеза

Обозначение	Единица измерения	Значение
C_P	$ч^{-1}$	9.6
θ_P	—	1.036
T_0	°C	20
T_{00}	°C	10
μ_{O_2}	г/моль	32
H_{sec}	с	3600
C_{PAR}	$Э/(м^2*ч)$	0.687
θ_{PAR}	—	1.086
$C_{Lmin,2,>T_{00}}$	$Э/(м^2*ч)$	15.
$C_{Lmin,2,<T_{00}}$	$Э/(м^2*ч)$	5.
λ_{PAR}	м	$5.5 * 10^{-7}$ (550 нм)

4.3.2 Дыхание

Дыхание – это процесс, обратный фотосинтезу. В модели скорость потребления кислорода за счет этого процесса дается формулой:

$$R_{O_2} = \frac{k_r \theta_r^{T-T_0} \rho_{Chl-a}}{Y_{CHO2} D_{sec} \mu_{O_2}}, \tag{4.57}$$

где Y_{CHO2} есть отношение масс хлорофилла-а и кислорода, участвующих в дыхании. Как и для фотосинтеза, в дыхании количества задействованных молекул CO_2 и O_2 равны, $R_{CO_2} = R_{O_2}$. Значения констант параметризации дыхания даны в Таблице 4.5.

Таблица 4.5 — Константы в параметризации дыхания

Обозначение	Единицы измерения	Значение
Y_{CHO2}	мг/мг	$8 * 10^{-3}$
k_r	сут$^{-1}$	$1 * 10^{-1}$
θ_r	—	1.045
D_{sec}	с	86400
μ_{O_2}	г/моль	32

4.3.3 Биохимическое потребление кислорода

Биохимическое потребление кислорода (БПК) происходит в ходе разложения органических остатков в водной толще. Скорость этого процесса можно параметризовать так (Stefan and Fang, 1994):

$$B_{O_2} = \frac{k_b \theta_b^{T-T_0} \rho_{Chl-a,0} C_{st}}{D_{sec} \mu_{O_2}}. \tag{4.58}$$

Здесь параметр, определяющий зависимость интенсивности процесса от температуры, определяется следующим образом:

$$\theta_b = [\theta_{b1} \mathrm{H}(T - T_0) + \theta_{b2}[1 - \mathrm{H}(T - T_0)]]\mathrm{H}(T - T_{md}). \tag{4.59}$$

Это означает переключение между величинами θ_{b1} и θ_{b2} при базовой температуре T_0 and "отключение" БПК при понижении температуры ниже температуры максимальной плотности, T_{md}, что всегда происходит под ледовым покровом. Константа C_{st} отражает стехиометрию соответствующих реакций. Согласно Х.Стефану и соавт. (Stefan and Fang, 1994), она рассчитывается как:

$$C_{st} = M_{O_2/C} M_{C/Chl}, \tag{4.60}$$

где $M_{O_2/C}$ есть отношение масс кислорода и углерода в упрощенном уравнении аэробного разложения органики:

$$C + O_2 = CO_2, \tag{4.61}$$

а $M_{C/Chl}$ – отношение масс углерода и хлорофилла-а в органических остатках. Уравнение (4.61) означает, что $D_{CO_2} = D_{O_2}$. Константы параметризации БПК собраны в Таблице 4.6.

Таблица 4.6 — Константы в параметризации биохимического потребления кислорода

Обозначение	Единицы измерения	Значение
k_b	сут$^{-1}$	0.1
θ_{b1}	—	1.047
θ_{b2}	—	1.13
T_{md}	°C	4.
$M_{O_2/C}$	мг/мг	8/3
$M_{C/Chl}$	мг/мг	30.

4.3.4 Донное потребление кислорода

В модели реализованы две параметризации донного потребления кислорода (ДПК). В каждой из них ДПК является стоком в уравнении (4.12) и есть вклад направленного вниз потока кислорода на дне в горизонтально осредненную в теле водоема концентрацию:

$$S_{O_2} = -\frac{F_{SOD}}{A}\frac{\partial A}{\partial z}, \tag{4.62}$$

где F_{SOD} – поток кислорода на дне водоёма. В первой формулировке ДПК, заимствованной из (Stefan and Fang, 1994), потребление кислорода на разложение

органики в донных отложениях является функцией только температуры:

$$F_{SOD} = \frac{1}{D_{sec}\mu_{O_2}10^3} S_{b20}\theta_s^{T-T_0}, \tag{4.63}$$

где все величины, кроме температуры T – константы. Здесь, как и в случае биохимического потребления кислорода, производится "переключение" между двумя значениями константы температурной зависимости, θ_s:

$$\theta_s = \theta_{s1}\mathrm{H}(T - T_0) + \theta_{s2}[1 - \mathrm{H}(T - T_0)]. \tag{4.64}$$

Поскольку в этой параметризации концентрация кислорода не привлекается при расчете ДПК, сток кислорода происходит даже при $C_{O_2} = 0$. С этой точки зрения, более обоснованной является формулировка донного потребления O_2, предложенная Р.Валькером и В.Снодграссом (Walker and Snodgrass, 1986). Основываясь на законе Фика для диффузии O_2 на границе донных отложений и воды, а также кинетическом уравнении Михаэлис-Ментен для потребления кислорода на разложение органики внутри донных отложений, эти авторы получают:

$$F_{SOD} = \mu_\beta \frac{C_{O_2}}{k_{O_2,SOD} + C_{O_2}} + k_c C_{O_2}, \tag{4.65}$$

где величина μ_β пропорциональна максимальной скорости окисления органики в отложениях, а k_c – коэффициент переноса массы. Обе величины предполагаются зависящими от температуры:

$$\mu_\beta = \mu_{\beta,0}\theta_{\mu_\beta}^{T-T_{\mu_\beta}}, k_c = k_{c,0}\theta_{k_c}^{T-T_{k_c}}. \tag{4.66}$$

Считается, что стехиометрия биохимических реакций ДПК близка к таковой для биохимического потребления O_2 (4.61), так что $S_{CO_2} = S_{O_2}$.

Поток растворенного кислорода в донные отложения благодаря ДПК, F_{SOD}, используется также в качестве нижнего граничного условия для уравнения (4.12).

Значения констант, участвующих в расчете донного потребления кислорода, приводятся в Таблице 4.7.

Таблица 4.7 — Константы в параметризации донного потребления кислорода

Обозначение	Единица измерения	Значение
S_{b20}	мг/(м^{2}сут)	10^3
θ_{s1}	—	1.065
θ_{s2}	—	1.13
θ_{μ_β}	—	1.085
θ_{k_c}	—	1.103
T_{μ_β}	K	25
T_{k_c}	K	20
$\mu_{\beta,0}$	моль/(м^{2}с)	$0.5/(\mu_{O_2} D_{sec})$, $[\mu_{O_2}]$=г/моль
$k_{c,0}$	м/с	$0.045/D_{sec}$

4.3.5 Динамика хлорофилла-a

Плотность хлорофилла-a используется в расчётах фотосинтеза, дыхания и биохимического потребления кислорода. Динамика плотности хлорофилла-a в модели LAKE описывается простой схемой, предложенной в (Stefan and Fang, 1994). Зависимость ρ_{Chl-a} от глубины задается "ступенькой":

$$\rho_{Chl-a} = \rho_{Chl-a,0}\mathrm{H}(H_a - z), \tag{4.67}$$

где глубина активного слоя H_a выбирается как максимальное значение между глубиной перемешанного слоя, h_{ML}, и глубиной фотического слоя, H_{PZ}. Глубина перемешанного слоя задается как глубина максимального значения частоты Брента-Вяйсяля, а глубина фотического слоя – как уровень, на котором интенсивность ФАР достигает 10% от ее значения на поверхности воды. Концентрация хлорофилла-a в активном слое, $\rho_{Chl-a,0}$, в настоящей версии модели считается константой по времени, определяется трофическим статусом озера и составляет: $2 * 10^{-3}$ мг/л – для олиготрофных озер, $6 * 10^{-3}$ мг/л – для мезотрофных озер и $15 * 10^{-3}$ мг/л – для эвтрофных водоемов. В свою очередь,

трофический статус присваивается исходя из прозрачности воды. Значения глубины диска Секки 2 м и 3.5 м используются как граничные между эвтрофным и мезотрофным, мезотрофным и олиготрофным статусами, соответственно. Эти пороговые значения переводятся в модели в эквивалентные значения коэффициента экстинкции α_{PAR} по формуле Пула и Аткинса (2.82). Описанная схема совпадает с таковой из (Stefan and Fang, 1994) за исключением того, что годовой цикл $\rho_{Chl-a,0}$ в приведенных в настоящей работе экспериментах с моделью LAKE не учитывался.

4.4 Валидация модели по данным наблюдений на оз. Щучье (Северо-Восточная Сибирь)[2]

4.4.1 Характеристика озера и данные наблюдений

Измерения потоков метана над водоемами в зоне вечной мерзлоты в настоящее время носят эпизодический характер, что не позволяет провести калибровку и проверку предлагаемой модели на достаточно большом количестве объектов, представляющих различные климатические условия. Один из наиболее длинный ряд наблюдений высокого временного разрешения был проведен К. Вальтер и соавторами (Walter et al., 2006) на двух термокарстовых озерах в Северо-Восточной Сибири. Данные измерений пузырькового потока метана на одном из этих озер (оз. Щучье) выбраны в настоящем исследовании для калибровки и валидации модели. Эти данные покрывают период с 28.04.2003 г. по 30.06.2004 г. с временным разрешением 1 час, однако в них имеются значительные пропуски, особенно в зимнее время. Измерения проводились в разных частях озера, отличающихся глубиной и интенсивностью термокарстового процесса. Поскольку метеорологические наблюдения в окрестности озера не проводились (за исключением измерений атмосферного давления), то в качестве атмосферного “форсинга” для модели были использованы временные ряды

[2]Раздел написан на основе статьи (Степаненко и др., 2011)

основных метеорологических величин в приземном слое воздуха, построенные по данным реанализа ERA-Interim (http://www.ecmwf.int). Потоки коротковолновой радиации и встречного атмосферного излучения были рассчитаны по полуэмпирическим формулам. Глубина водоема в модели была задана равной 8 м, что можно считать оценкой средней глубины (максимальная глубина – 11 м). По причине отсутствия данных о распределении глубин, модель LAKE использовалась в варианте $A(z) = const$.

4.4.2 Численные эксперименты и калибровка модели

Очевидно, что в рамках одномерной по вертикали модели невозможно воспроизвести горизонтальную изменчивость потоков метана в пределах озера. Поэтому задачей калибровки предложенной модели было достижение близости рассчитанного среднего по поверхности озера суммарного за год количества метана, выделяемого в атмосферу, к величине, оцененной по данным наблюдений.

Переходя к выбору параметров модели, отметим, что, используя данные измерений на оз. Щучье, можно оценить, что зимний поток метана через незамерзающие отверстия в ледяном покрове составляет ∼0.1 от величины суммарной зимней эмиссии. Остальная часть зимней эмиссии – это метан пузырьков, вмерзших в ледяной покров, выделяющийся в атмосферу при таянии льда. Целесообразно поэтому ввести в модели константу k_{tr} – долю пузырьков, которые при достижении нижней границы льда задерживаются в зимнее время ледяным покровом, $k_{tr} = 0.9$. Константа полунасыщения $K_{org,\mathrm{old}} = 0.3$ кг/м^3 из уравнения Михаэлиса-Ментен для разложения старой органики (см. Приложение Е) выбрана в соответствии с (Вавилин и Васильев, 1979), а параметр V положен равным 2×10^{-3} кг/(м^3 год) в соответствии с оценкой по данным (Вавилин, 1986). Плотность органики под таликом $\rho_{old,0}$ считалась равной 18 кг/м^3, что является характерным значением для зоны вечной мерзлоты. Величина α_{new} принята равной 3 м$^{-1}$, в отличие от 5 м$^{-1}$ в модели (Walter et al., 1996). Меньшее значение скорости убывания генерации метана с глубиной должно учесть процесс поступления органики от разрушающихся берегов, которая, накапли-

ваясь на дне, по-видимому, образует близкую к однородной по вертикали среду с активной генерацией метана.

Неопределенными (калибруемыми) параметрами в модели являются $P_{new,0}$ и $P^*_{old,0}$ – константы, контролирующие "амплитуду" вертикального профиля генерации метана из нового и старого органического материала в донных осадках, соответственно. Величины $P_{new,0}$ и $P^*_{old,0}$ подбирались таким образом, чтобы функция $(\Delta F)^2 \doteq \left(F^w_a - F^w_{a,m}\right) + \left(F^s_a - F^s_{a,m}\right)$, $\Delta F > 0$, достигала минимума. Здесь верхние индексы w и s обозначают суммарный поток метана в атмосферу за период открытой воды и период ледостава соответственно, а нижний индекс m – измеренные величины. Когда эта функция равна нулю, модель точно воспроизводит годовой поток метана и его распределение между определенными таким образом сезонами. Зависимость ошибки от калибруемых параметров $\Delta F\left(P_{new,0}, P^*_{old,0}\right)$ изображена на Рисунке 4.1. Она построена по данным 196 численных экспериментов (196 пар значений параметров) с использованием технологии параллельного программирования MPI. Как видно, по данным расчетов функция имеет единственный минимум, причем это подтверждается численными экспериментами в более широком диапазоне изменения параметров, чем диапазон, представленный на рисунке. Сопоставление величин годовой и сезонной эмиссии метана (с 1 июня 2003 г. по 1 июня 2004 г.) на оз. Щучье по результатам моделирования и данным измерений при оптимальных по результатам калибровки значениях параметров $P_{new,0} = 2.55 \times 10^{-8}$моль/(м^3 с) и $P^*_{old,0} = 6.9 \times 10^{-11}$моль/(кг с) приведено в Таблице 4.8. Как видно из этой таблицы, калибровка позволила получить очень близкое соответствие рассчитанных и измеренных значений.

Таблица 4.8 — Характеристики годовой эмиссии метана в атмосферу на оз. Щучье

Источник данных	Годовая эмиссия метана, мг/(м^2 год)	Доля эмиссии в период открытой воды, %	Доля эмиссии в период ледостава, %
Наблюдения (Walter et al., 2006)	22658	54	46
Модель	22588	54	46

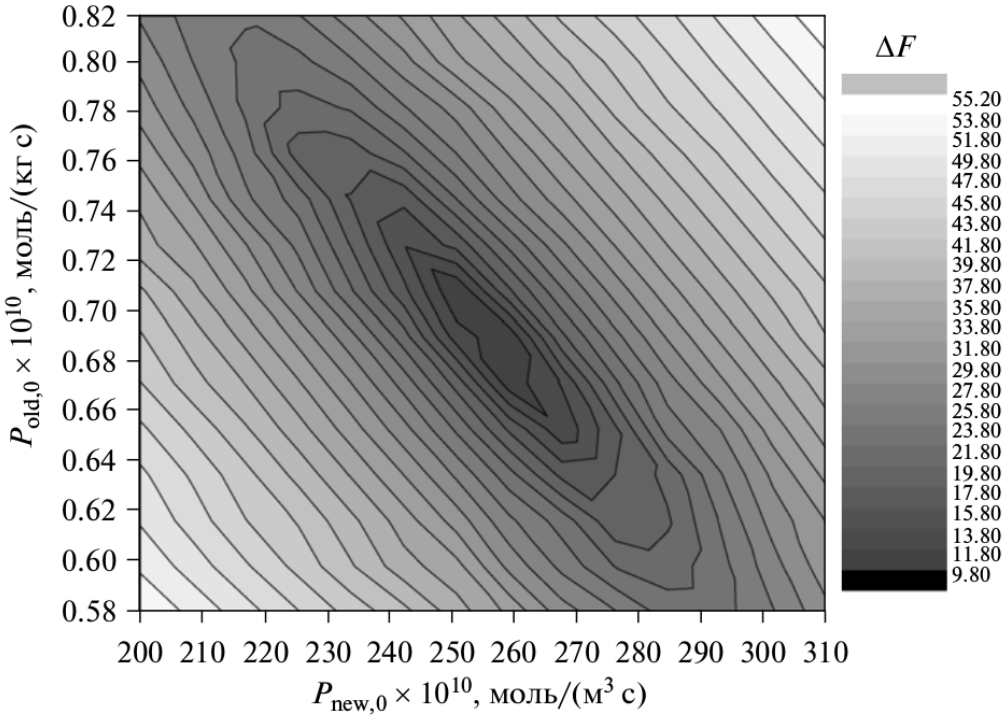


Рисунок 4.1 — Мера ошибки модельной эмиссии метана ΔF в зависимости от параметров $P_{new,0}$ и $P^*_{old,0}$

Данные натурных измерений потока метана на оз. Щучье из точечных источников (они представляют собой узкие сильные струи пузырьков) и фонового пузырькового потока представлены на рисунках 4.2 и 4.3, соответственно. Несмотря на значительные пропуски в наблюдениях в зимний период, видно, что выраженного годового хода пузырькового потока метана из точечных источников не наблюдается. Это естественно, поскольку эти источники (в особенности, интенсивные источники, “hotspots”) формируются на значительных глубинах под дном водоема, где температура меняется в течение года незначительно. В то же время, фоновый пузырьковый поток обнаруживает максимум в летнее время (Рисунок 4.3), также как и суммарный пузырьковый поток (Walter et al., 2006). Модель воспроизводит этот максимум (Рисунок 4.4), хотя и со сдвигом по времени.

С точки зрения проверки физической адекватности модели интерес также представляет соотношение количества “молодого” и “старого” метана в общем потоке этого газа из водоема в атмосферу. Поскольку в модели рассчитывается только общий поток метана, то для оценки эмиссии упомянутых типов этого газа естественно воспользоваться величинами суммарной продукции этих видов метана $\tilde{P}_{new} = \int_0^{\mathrm{T}} \int_0^{h_s} P_{new} dz dt$ и $\tilde{P}_{old} = \int_0^{\mathrm{T}} \int_0^{h_s} P_{old} dz dt$ где T в данном случае –

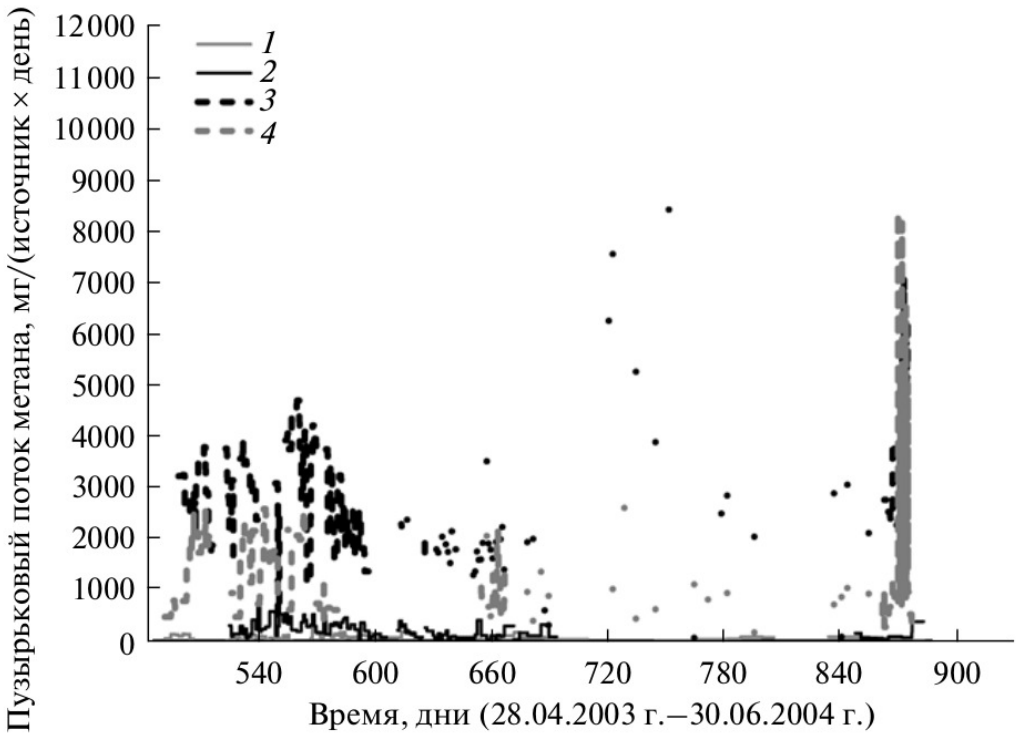


Рисунок 4.2 — Пузырьковый поток метана из точечных источников (“point source”) и интенсивных источников (“hotspots”) в четырех частях озера Щучье (Северо-Восточная Сибирь) по данным измерений (Walter et al., 2006) (28 апреля 2003 г.–30 июня 2004 г.). 1 – Граница термокарста в глубокой части озера (глубина 7.4 м) – точечный источник; 2 – граница термокарста на мелководье (глубина 1.75 м) – точечный источник; 3 – термокарст (глубина 2.25 м) – интенсивный источник; 4 – термокарст в глубокой части озера (глубина 4.75 м) – интенсивный источник.

Таблица 4.9 — Результаты моделирования и данные наблюдений по соотношению молодого и старого метана в эмиссии метана на оз. Щучье

Источник данных	Период открытой воды	Период ледостава
Доля молодого метана $\left({}^{14}CH_4\right)$ в эмиссии по данным наблюдений (Walter et al., 2006), %	47	6
Доля молодого метана в суммарной генерации метана, $\tilde{P}_{new}/\left(\tilde{P}_{new}+\tilde{P}_{old}\right)$, %	61	32

период времени, соответствующий открытой воде или ледоставу. В Таблице 4.9 приводится сопоставление этих величин с данными наблюдений.

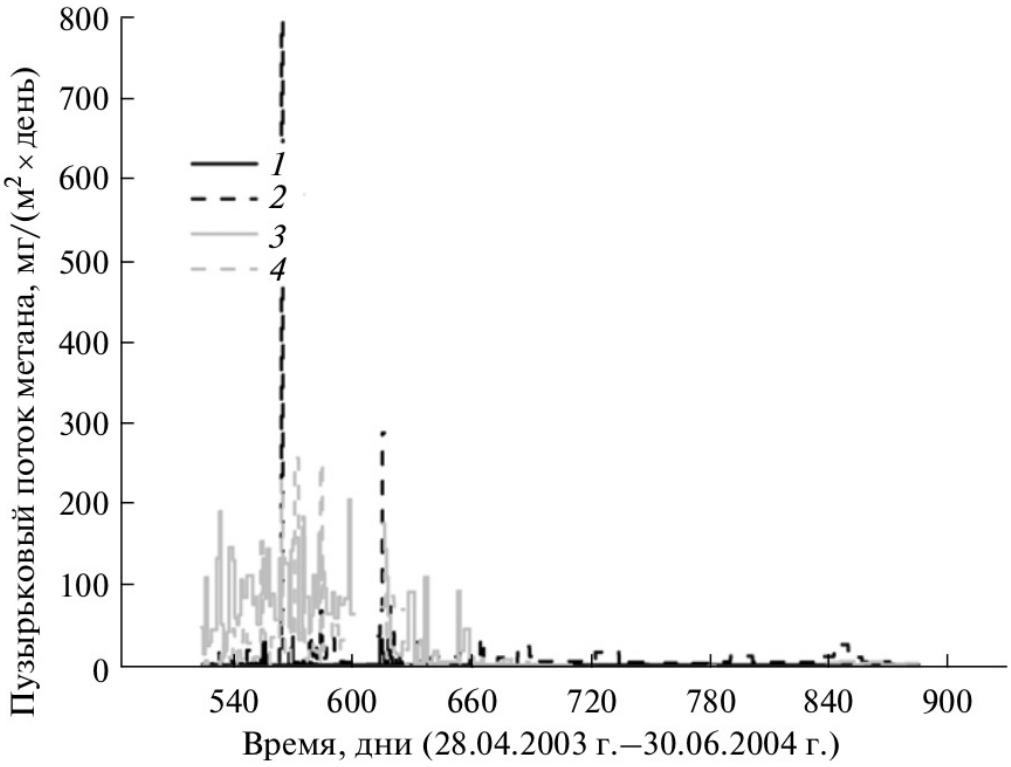


Рисунок 4.3 — Фоновый пузырьковый поток метана в четырех частях озера Щучье (Северо-Восточная Сибирь) по данным измерений (Walter et al., 2006) (28 апреля 2003 г.–30 июня 2004 г.). 1 – Центр (глубина 8 м); 2 – область термокарста (глубина 1.75 м); 3 – граница термокарста (глубина 1.5 м); 4 – граница области без термокарста (глубина 1.4 м).

Приведенные в Таблице 4.9 величины демонстрируют качественное согласие. Резкое повышение доли молодого метана в летней эмиссии объясняется известными закономерностями распространения тепла в грунте, в данном случае, в талике (Рисунок 4.5). Как видно, летом максимум температуры приходится на дно водоема, поэтому там происходит интенсивный метаногенез, который потребляет молодую органику, поступающую на дно в ходе функционирования экосистемы и абразии берегов. Зимой максимум температуры смещается на глубину несколько метров под дном водоема, где метанообразование происходит на основе разложения уже более старой органики.

Известно (Tokida et al., 2007), что значительная доля временной изменчивости эмиссии метана на болотах вызвана колебаниями атмосферного давления.

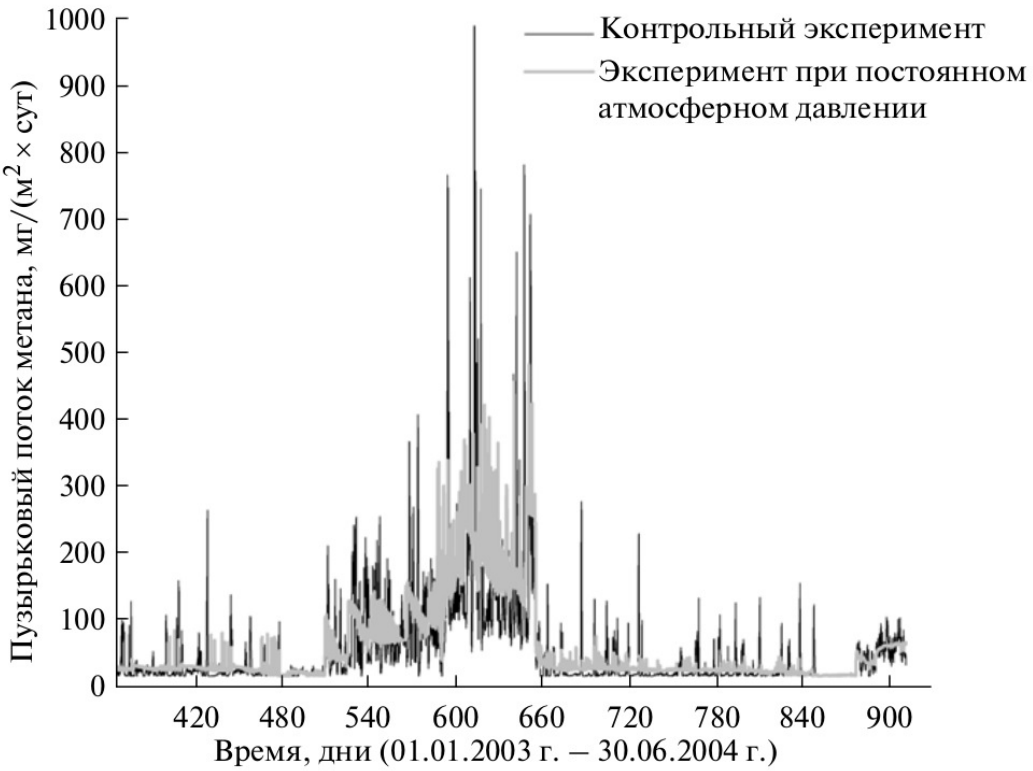


Рисунок 4.4 — Средний по площади пузырьковый поток метана на озере Щучье по результатам моделирования (1 января 2003 г. – 30 июня 2004 г.)

Представляется важным, чтобы модель воспроизводила и этот эффект. Численный эксперимент с описываемой моделью при фиксированном атмосферном давлении 1000 гПа дал результат, изображенный на Рисунке 4.4. Как видно, при постоянном давлении изменчивость потока метана становится значительно меньше. Очевидно, колебания атмосферного давления вызывают колебания критической концентрации метана согласно уравнению (4.46), что, в свою очередь, вызывает “всплески” пузырьковой эмиссии метана.

В заключение сделаем несколько замечаний по результатам калибровки модели. Очевидно, что мера ошибки модели ΔF зависит от множества параметров, которое можно разбить на три группы:

– калибровочные параметры $P_{new,0}$ и $P^*_{old,0}$;
– физические параметры, значения которых для данного озера неизвестны или известны с большой погрешностью. Среди них – средняя глубина озера и коэффициент ослабления солнечной радиации в воде, от которых сильно зависит температура на дне водоема и ниже, а значит, и скорость генерации метана;

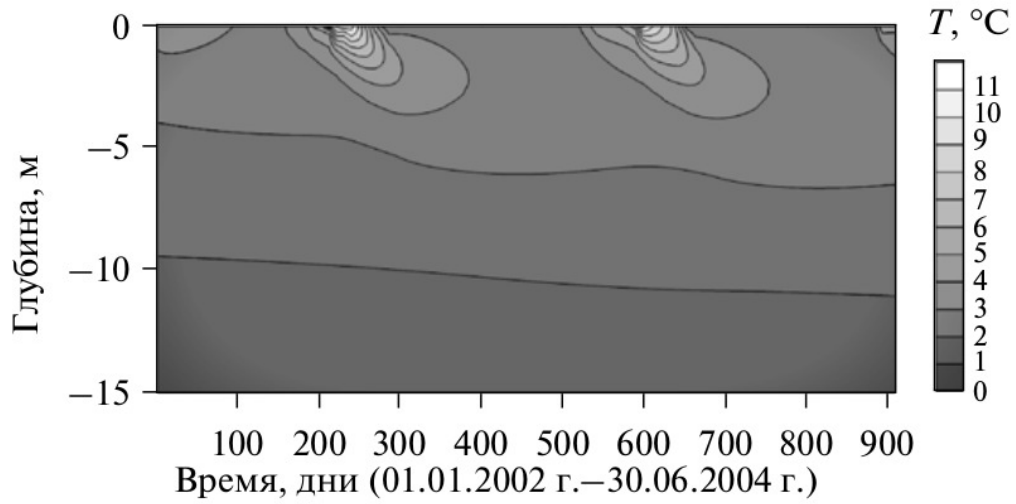


Рисунок 4.5 — Термоизоплеты в талике под озером Щучье по результатам моделирования (1 января 2002 г.–30 июня 2004 г.).

– граничные условия для модели – временные ряды метеорологических величин, которые, как указано выше, в окрестностях озера не измеряются.

В то же время ΔF формально минимизируется как функция только калибровочных параметров $P_{new,0}$ и $P^*_{old,0}$. По этой причине если бы физические параметры и граничные условия были бы известны с лучшей точностью, оптимальные значения $P_{new,0}$ и $P^*_{old,0}$ были бы другими. В связи с этим полученные здесь значения этих констант могут рассматриваться на данном этапе как приближенные.

4.5 Валидация модели по данным наблюдений на оз. Куйваярви (Южная Финляндия)[3]

4.5.1 Характеристика озера и данные наблюдений

Озеро Куйваярви – это небольшой, площадью 0.63 км^2, водоем в бореальной зоне, вблизи местечка Хьютиала (Южная Финляндия, 61°50’ с.ш.,

[3]Раздел написан на основе статьи (Stepanenko et al., 2016)

24°16’ в.д., 141 м над у.м.). Рядом находится известная обсерватория SMEAR II (Station for Measuring Ecosystem-Atmosphere Relations) (Hari and Kulmala, 2005). Озеро вытянуто с северо-запада на юго-восток, с длиной 2.6 км и максимальной шириной 400 м. Площадь водосбора водоема составляет 9.4 км^2, рельеф выровненный, с подзолистыми почвами и сосновым лесом. Максимальная глубина озера – 13.2 м, средняя – 6.4 м. Потоки импульса, явного и скрытого тепла измерялись методом ковариации пульсаций на высоте 1.5 м над поверхностью озера. Измерительный комплекс, установленный на заякоренном плоту посреди озера исследовательской группой Физического факультета Университета Хельсинки, включает среди прочего акустический анемометр (USA-1, Metek GmbH, Германия) и инфракрасный газоанализатор закрытого типа (LI-7200, LI-COR Inc., США). Детали установки приборов и методика расчета турбулентных потоков приведены в статье И.Маммареллы и соавт. (Mammarella et al., 2015). Кроме того, на платформе установлен набор датчиков CNR-1, измеряющий восходящие и нисходящие потоки коротковолновой и длинноволновой радиации, а также термокоса с 16-тью термометрами сопротивления Pt100 (точность 0.2 °C, на глубинах 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 10.0 и 12.0 м), что позволяет рассчитать теплосодержание водного столба и глубину термоклина (Nordbo et al., 2011). Измерения основных метеорологических величин производятся на высоте 1.7 м над поверхностью; для дальнейшего использования в качестве форсинга модели водоема они осреднены по 30-минутным интервалам. Относительная влажность измеряется на высоте 1.5 м (MP102H-530300, Rotronic AG, Швейцария). Пробы на содержание растворенных в воде CO_2 и CH_4 отбирались сотрудниками Университета еженедельно на глубинах 0.1, 1, 3, 5, 7, 9, 11 и 12 м. Концентрация O_2 измерялась на глубинах 0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0, 6.5, 7.0, 7.5, 8.0, 8.5, 9.0, 10.0, 11.0 и 12.0 м. Методика анализа проб описана Х.Митинен и соавт. (Miettinen et al., 2015). В настоящем исследовании использованы данные измерений в период с 5 мая по 31 октября 2013 г.

4.5.2 Постановка численных экспериментов

Численные эксперименты с моделью LAKE были поставлены исходя из двух задач:

- общая оценка качества моделирования теплового режима, концентраций O_2, CO_2 и CH_4 в озере;
- количественная оценка роли стратификации и режимов турбулентности в вертикальном переносе растворенных газов.

Множество численных экспериментов включает базовый эксперимент и эксперименты, в которых производилось переключение параметризаций и изменение значений констант.

Параметры базового эксперимента изложены в Таблице 4.10. В качестве максимальной глубины было задано значение 12.5 м – для упрощения сравнения результатов расчетов с данными наблюдений, т.к. это глубина под измерительной платформой. Точной информации о типе донных отложений в оз. Куйваярви нет, поэтому грунту в модели был присвоен тип "иловый суглинок", что должно близко соответствовать гранулометрическому составу типичных озерных отложений. Размер колонок осадков (10 м) обеспечивает очень малую амплитуду колебаний температуры на их нижней границе. Величина $A(z)$ на сетке модели была получена линейной интерполяцией гипсометрической зависимости, приведенной в Таблице 4.11.

В модели поставлены следующие граничные условия. На нижней границе колонок донных отложений потоки тепла и влаги положены равными нулю. В уравнении теплового баланса на границе водоема и атмосферы, нисходящие потоки коротковолновой и длинноволновой радиации заданы по данным измерений на плоту, собственное излучение рассчитывается по закону Стефана-Больцмана, а потоки явного и скрытого тепла – с привлечением теории Монина-Обухова (Таблица 4.10). В целом, ряды семи метеорологических величин были поданы в модель в качестве входных данных, с 30-минутным интервалом, все величины измерены непосредственно на озере: модуль скорости и направление ветра, температура, влажность, интенсивность коротковолной и длинноволно-

вой радиации, атмосферное давление. Подробный анализ этих рядов приводится в работе Й.Хейсканена и соавт. (Heiskanen et al., 2015).

В качестве начальных условий были заданы профили температуры воды и концентраций O_2, CO_2 и CH_4 по данным измерений за 00:00 5 мая 2013 г. Соленость в начальный момент была задана нулем, горизонтальные компоненты скорости – малыми значениями. В колонках донных отложений температуре было происвоено одинаковое на всех глубинах значение 4 °C, а содержанию жидкой влаги – немного недонасыщенные значения. Содержание льда было положено нулю.

Только две константы модели были калиброваны. Во-первых, это константа $P_{new,0}$ в уравнении (4.44), определяющая величину генерации "молодого" метана в донных отложениях и отражающая "качество" органики отложений, как субстрата метаногенной активности архей. При этом было принято $P_{old,0} = 0$, т.к. вечной мерзлоты под озером нет. Однако, оказалось, что варьирования константы $P_{new,0}$ недостаточно для регулирования уровня концентрации CH_4 в перемешанном слое (см. обсуждение этого вопроса в Разделе 4.5.4). В этом отношении более эффективной оказалась константа полунасыщения метана K_{hs,CH_4} в уравнении Михаэлис-Ментен для скорости окисления метана (4.38) (т.е. содержание метана в перемешанном слое чувствительно к ее значению).

С моделью были проведены эксперименты на чувствительность, в которых сохранялась конфигурация базового эксперимента, но со следующими модификациями:

- параметризация баротропных сейш выключена (ниже будет обозначаться как SS-)[4]
- внутренние сейши параметризованы по Г.-Х. Годсмиту и соавт. (Goudsmit et al., 2002) (IS+)
- внутренние гравитационные волны параметризованы по Дж.Меллору (Mellor, 1989) (GV+)
- внутренние сейши параметризованы по Г.-Х. Годсмиту и соавт., параметризация баротропных сейш выключена (IS+SS-)

[4]В версии модели, использованной в настоящем исследовании, параметризация бароклинных сейш, представленная в Главе 3, ещё не была реализована

Таблица 4.10 — Параметры базового численного эксперимента по воспроизведению термического режима и растворённых газов в оз.Куйваярви

Период интегрирования модели	5 мая – 31 октября 2013
Шаг по времени, Δt	10 с
Вертикальная сетка	20 слоев, с уменьшающимся шагом у границ
Количество колонок донных отложений, n_s	5
Вертикальная сетка в колонках донных отложений	10 слоев, с экспоненциальным уменьшением шага к верхней границе
Физические параметры	
Альбедо видимой радиации	0.06
Часть инфракрасной и ультрафиолетовой радиации в интенсивности падающего коротковолнового потока, $\beta_{NIR,IR}$	35%
Излучательная способность поверхности воды	0.98
Коэффициент ослабления ФАР, α_{PAR}	0.58 м$^{-1}$
Модальное значение разгона ветра	410 м
Максимальная глубина озера, h	12.5 м
Вертикальный размер колонок донных отложений, h_s	10 м
Тип донных отложений	Иловый суглинок
Эффективная шероховатость дна озера, $z_{0b,eff}$	10^{-3} м
Начальный радиус пузырька, r_{b0}	$2 * 10^{-3}$ м
Физические параметризации	
Схема турбулентных потоков в приводном слое	(Paulson, 1970; Businger et al., 1971; Beljaars and Holtslag, 1991)
Уравнение состояния	(Hostetler and Bartlein, 1990)
Турбулентное замыкание	$k - \epsilon$ модель функциями устойчивости В.Кануто и соавт. (Canuto et al., 2001)

– внутренние гравитационные волны параметризованы по Дж.Меллору, параметризация баротропных сейш выключена (GV+SS-)

Таблица 4.11 — Морфометрические параметры оз.Куйваярви

Гипсометрическая функция	
Глубина, z, м	Площадь горизонтального сечения, $A(z)$, м^2
0	$6.38 * 10^5$
1.5	$5.41 * 10^5$
3	$3.86 * 10^5$
6	$2.27 * 10^5$
10	$7.79 * 10^4$
12.5	$7.0 * 10^3$
Отношение большой полуоси к малой полуоси в представлении горизонтального сечения озера в виде эллипса, L_x/L_y	10

– минимальный коэффициент турбулентной диффузии газов в термоклине увеличен до 10^{-6} м^2/с $\approx 10\nu_{T,m}$ (MD)

4.5.3 Результаты

Температура и характеристики турбулентности

В настоящем разделе рассматриваются результаты моделирования температурной стратификации и вертикального распределения характеристик турбулентности в оз. Куйваярви. Реалистичное воспроизведение этих величин является необходимым условием адекватного действительности расчета биогеохимических переменных. Потоки импульса и энергии на поверхности водоема

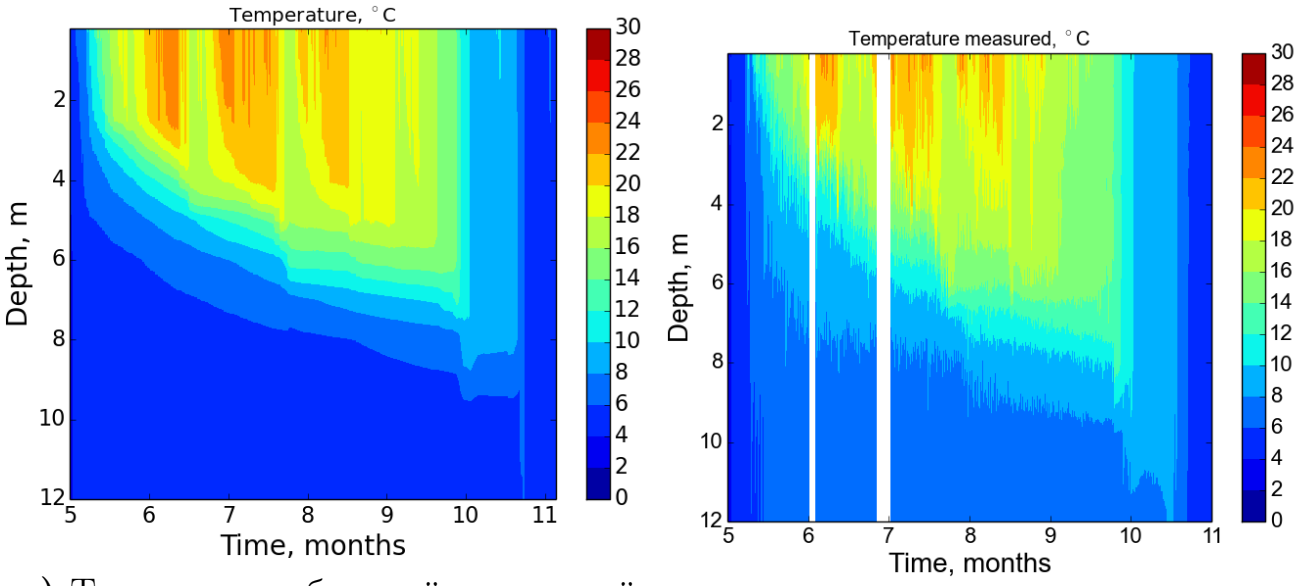
с привлечением модели LAKE детально рассмотрены Й.Хейскаценом и соавт. (Heiskanen et al., 2015).

Эволюция температуры воды в озере представлена на Рисунках 4.6а (модель) и 4.6б (наблюдения). Профиль температуры в начале мая почти однороден на обоих рисунках со значением, близким к температуре максимальной плотности ($\approx 4°C$). Впоследствии, по мере увеличения притока тепла в озеро из атмосферы, поверхностный перемешанный слой начинает прогреваться, достигая температуры 22°C в середине июня (как в результатах модели, так и в данных измерений). В течение лета можно различить три периода повышенной температуры эпилимниона ($> 22°C$), разделяемых двумя "холодными" периодами ($< 18°C$), что определяется синоптической изменчивостью в атмосфере. Начиная со второй половины августа, потеря тепла с поверхности водоема приводит к выхолаживанию перемешанного слоя, которое завершается выравниванием вертикального распределения температуры около значения 4°C.

Модель удовлетворительно воспроизводит сезонное изменение распределения температуры в оз. Куйваярви. Среднеквадратическая ошибка (СКО) для температуры поверхности составляет 1.54°C, а разность средних 0.61°C (средняя рассчитанная температура поверхности превышает среднюю измеренную). Однако, более внимательное рассмотрение Рисунка 4.6б обнаруживает наличие высокочастотных колебаний наблюденной температуры в термоклине, которые отсутствуют в результатах модели (Fig. 4.6а). Амплитуда этих колебаний сопоставима с амплитудой суточных колебаний в перемешанном слое, т.е. $1 - 2°C$. Природа этих колебаний и возможное значение для вертикального перемешивания будут рассмотрены в Разделе 4.5.4.

На Рисунке 4.7 представлены осредненные за июль вертикальные распределения ТКЭ, полученные в различных численных эксприментах. Во всех экспериментах максимум ТКЭ достигается в перемешанном слое, в то время как профиль ТКЭ под перемешанным слоем существенно зависит от конфигурации модели. При отключенной параметризации поверхностных сейш (эксперимент SS-) минимум ТКЭ отмечается в гиполимнионе. В отличие от этого эксперимента, в тех запусках модели, где баротропный градиент давления был учтен, ТКЭ производится также в придонном слое, так что наименьшие значения ТКЭ оказываются в термоклине. Существенно, что использование параметризации

дополнительного вертикального перемешивания, вызванного внутренними сейшами, Г.-Х. Годсмита и соавт. (Goudsmit et al., 2002) (эксперимент IS+) вносит очень незначительные изменение в профиль ТКЭ. В то же время, параметризация гравитационных волн Дж.Меллора (Mellor, 1989), при использовании совместно с параметризацией баротропных сейш (эксперимент GV+), обуславливает сильное увеличение ТКЭ, особенно в металимнионе и гиполимнионе.



а) Температура, базовый модельный эксперимент

б) Температура, данные измерений

Рисунок 4.6 — Эволюция вертикального распределения температуры в озере Куйваярви. По горизонтали отложены месяцы 2013 г.

Кислород

Содержание растворенного кислорода в оз. Куйваярви представлено на Рисунке 4.8а (модель, базовый эксперимент) и Рисунке 4.8б (наблюдения). Здесь и далее, анализ распределения и динамики CO_2 и CH_4 будет ограничен периодом июнь – октябрь, поскольку в течение мая концентрация этих газов испытывает приспособление к состоянию донных отложений, заданному в начальных условиях с ошибками (измерения в отложениях не производились). Основные черты пространственно-временного распределения O_2 согласуются в результатах расчета и данных измерений: максимальные количества O_2 сосре-

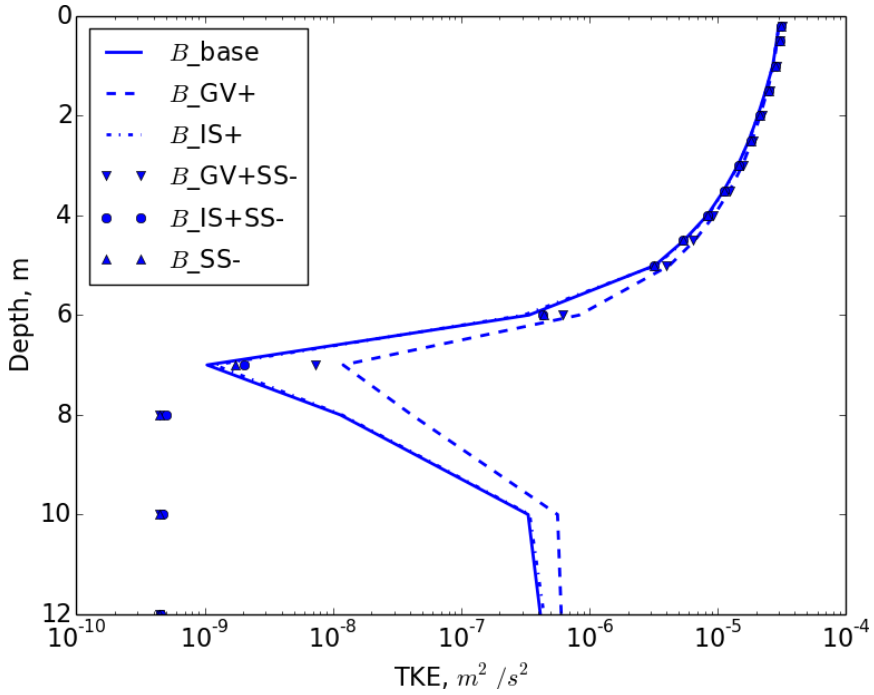
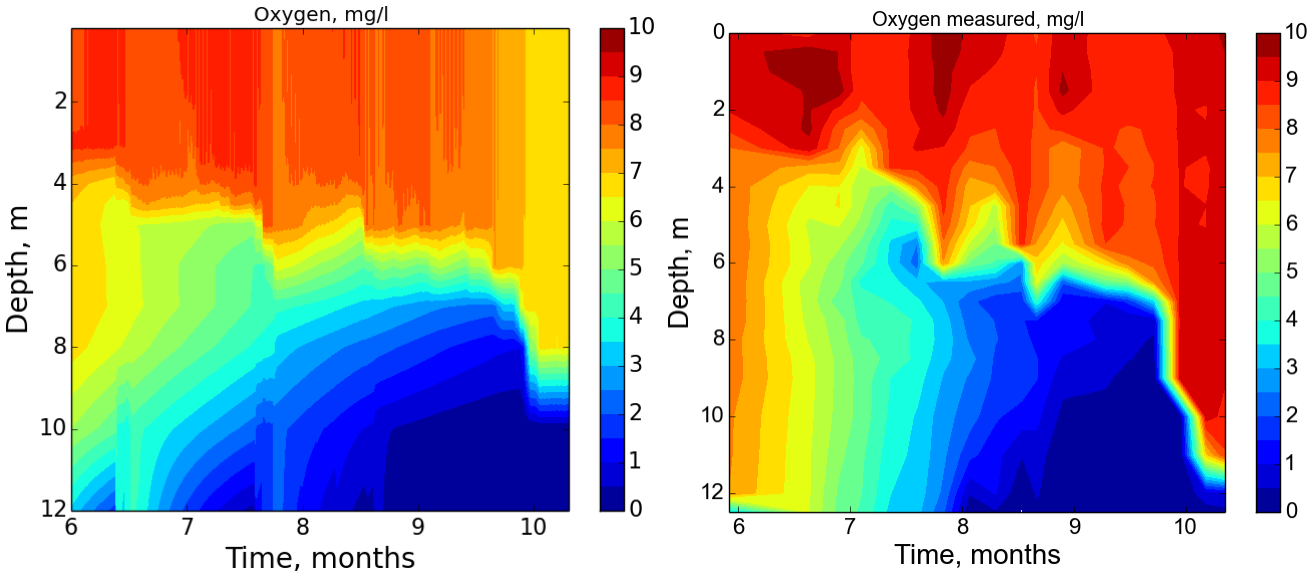


Рисунок 4.7 — Вертикальное распределение ТКЭ (TKE) в оз. Куйваярви, осредненное за июль 2013 г., по результатам модели. Модельные эксперименты: "base" – базовый эксперимент, "GV+" – эксперимент с параметризацией эффекта сдвига в гравитационных волнах (Gill, 1982; Mellor, 1989), "IS+" – эксперимент с параметризацией сдвиговой генерации сейшевыми колебаниям (Goudsmit et al., 2002), "GV+SS-" – то же, что "GV+", но с выключенной параметризацией поверхностных сейш, "IS+SS-" – то же, что "IS+", но с выключенной параметризацией поверхностных сейш, "SS-" – то же, что "base", но с выключенной параметризацией поверхностных сейш

доточены в перемешанном слое (поскольку интенсивность фотосинтеза максимальна в фотическом слое), в то время как наименьшие – поздним летом на максимальной глубине, благодаря поглощению кислорода донными отложениями. В перемешанном слое средняя ошибка концентрации составляет -1.27 мг/л (7.84 мг/л – среднее в модели, 9.11 мг/л – среднее в наблюдениях), а СКО равна 1.37 мг/л.

Распределение концентрации кислорода в модели существенно отличается от эмпирического распределения в течение этапов весеннего и осеннего перемешивания. Так, модель заметно занижает уровень O_2 под перемешанным слоем весной, а также на всех глубинах осенью, в среднем на $\approx$ 3 мг/л в последнем случае. Различие наблюдается также в вертикальном градиенте в зоне гипо-



а) Концентрация кислорода в базовом модельном эксперименте

б) Концентрация кислорода по данным измерений

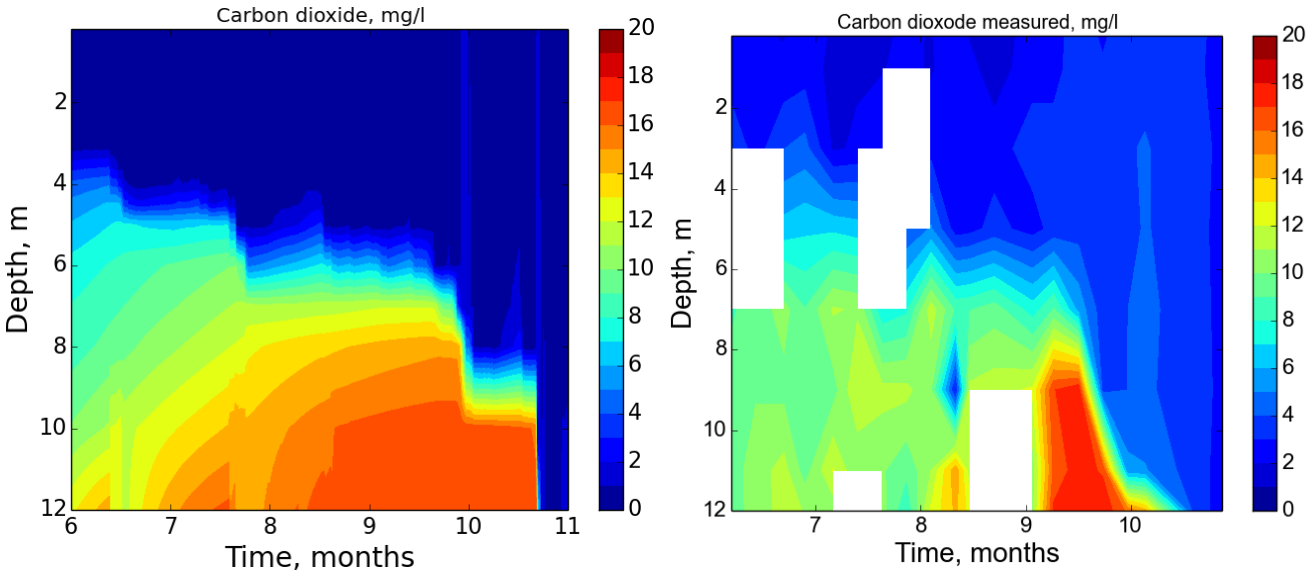
Рисунок 4.8 — Эволюция вертикального распределения растворенного кислорода в оз. Куйваярви. По горизонтали отложены месяцы 2013 г.

лимниона: в модели градиент заметный, а в действительности кислород здесь распределяется почти равномерно.

Углекислый газ

Пространственно-временное распределение концентрации углекислого газа "зеркально" распределению O_2 (см. Рисунки 4.9а и 4.9б). Минимум содержания CO_2 располагается в перемешанном слое, а под термоклином этот газ монотонно накапливается в течение лета до момента полного перемешивания вертикального столба осенью. Эти особенности моделью воспроизводятся.

Коцентрация CO_2 в перемешанном слое в модели значительно меньше, чем в данных измерений (средние величины составляют 0.39 мг/л и 2.80 мг/л, соответственно) со среднеквадратической ошибкой 2.35 мг/л. Так же, как и в случае O_2, для рассчитанного распределения CO_2 характерен значительный вертикальный градиент в гиполимнионе, тогда как наблюденное распределение значительно более однородно. Модель также завысила гиполимнетическую кон-



а) Концентрация углекислого газа в базовом модельном эксперименте

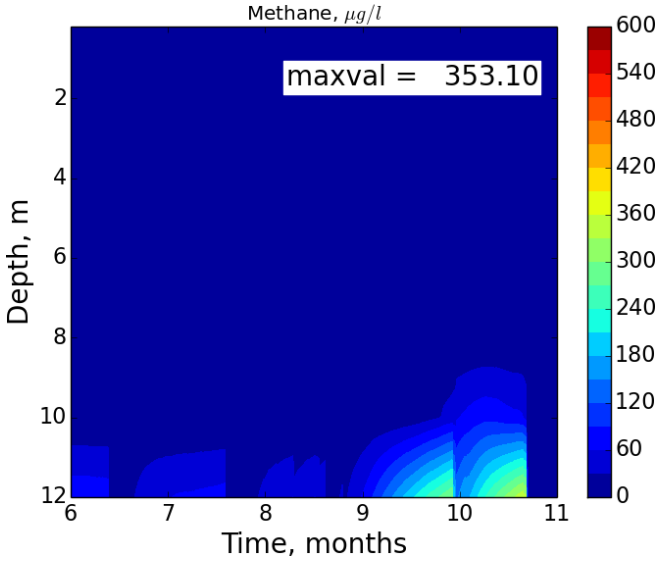
б) Концентрация углекислого газа по данным измерений

Рисунок 4.9 — Эволюция вертикального распределения растворенного углекислого газа в оз. Куйваярви. По горизонтали отложены месяцы 2013 г.

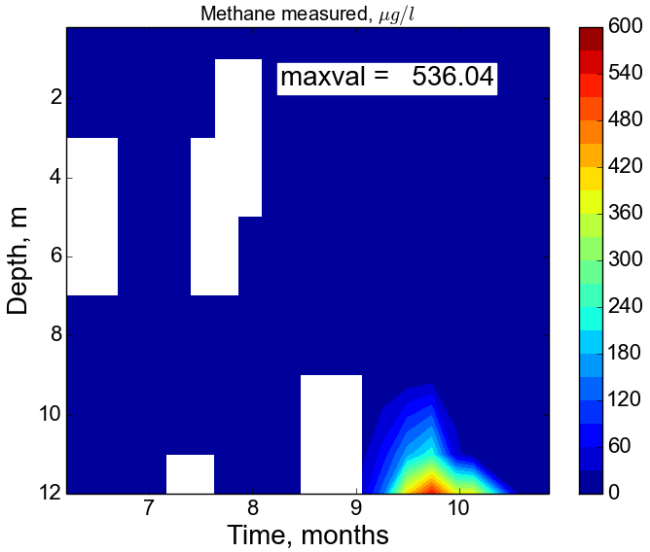
центрацию углекислого газа вплоть до сентября, до тех пор пока в измеренном содержании CO_2 не произошел всплеск.

Метан

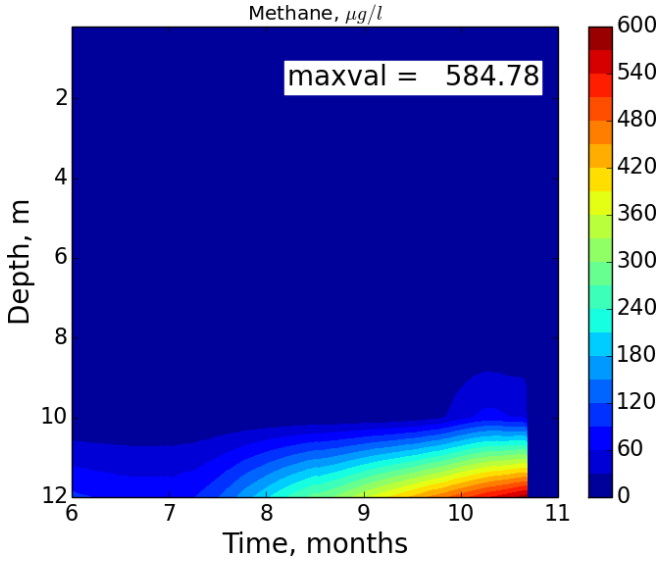
Количество метана в озере – небольшое (Рисунки 4.10а, 4.10б), за исключением позднего сентября и начала октября, когда он растет в окрестности наибольшей глубины до 351.5 мкг/л в модели и 536.0 мкг/л – по эмпирическим данным. Модель воспроизводит эту сезонную особенность. В то же время, в модели образуются небольшие максимумы CH_4 в течение лета в нижней части профиля, что не подтверждается наблюдениями. Далее, измеренный максимум – единственный, а в модели осенний придонный рост CH_4 прерывается резким падением в начале октября, так что максимумов становится два (Рисунок 4.10а). Концентрация метана у поверхности сохраняется малой в течение всего времени интегрирования, со средним значением 0.89 мкг/л по результатам расчетов и 1.06 мкг/л в данных наблюдений, и СКО модели 0.83 мкг/л.



а) Концентрация метана в базовом модельном эксперименте



б) Концентрация метана по данным измерений



в) Концентрация метана в модельном эксперименте с выключенной параметризацей поверхностных сейш (SS-).

Рисунок 4.10 — Эволюция вертикального распределения растворенного метана в оз. Куйваярви. По горизонтали отложены месяцы 2013 г.

Из-за низкого содержания метана в перемешанном слое, поток этого газа из оз. Куйваярви в атмосферу очень мал. Средний поток CH_4 по данным пульсационных измерений над озером составляет 0.0006 мкмоль/(м^2*с) (0.8 мг/(м^2*сут)). Средний диффузионный поток на поверхности озера в модели составил 0.0005 мкмоль/(м^2*с) (0.7 мг/(м^2*сут)). Диффузионный поток в (горизонтально-осредненной) модели LAKE можно трактовать как средний по

поверхности водоема, в то время как пузырьковый поток на поверхности рассчитывается над каждой колонкой донных отложений отдельно (Раздел 4.2.3), т.е. он различен для разных интервалов глубины. Поэтому, для сравнения с суммарным потоком CH_4 (диффузионный поток плюс пузырьковый), который измеряется пульсационным методом, модельный диффузионный поток складывался с пузырьковым потоком, формирующимся в колонке отложений, лежащей приблизительно под областью футпринта системы пульсационных измерений (расчет области футпринта приводится в (Mammarella et al., 2015)). Это оказалась самая глубокая колонка, где средний пузырьковый поток CH_4, достигающий поверхности, составил 0.006 мкмоль/(м^2*с) (8 мг/(м^2*сут)). Таким образом, средний суммарный поток CH_4 в атмосферу в модели превысил таковой по данным измерений на порядок, но по-прежнему составил малую величину по сравнению со многими другими озерами (Juutinen et al., 2009).

4.5.4 Обсуждение

Температура

Обзор качества моделирования температуры. Трехслойная стратификация озера (эпилимнион, металимнион, гиполимнион) удовлетворительно воспроизведена моделью. Применимость одномерного подхода в данном случае обусловлена очень устойчивой стратификацией в термоклине (частота Брента-Вяйсяля в металимнионе в середине лета часто превышала 0.1 с$^{-1}$), что характерно для димиктических озер по сравнению с крупными и глубокими озерами и океанами. Стратификация является ключевым фактором, определяющим характер динамики водоёма; она участвует в важнейших динамических критериях подобия. Так, степень возмущения горизонтально однородной вертикально расслоенной структуры озера ветровым форсингом оценивается числом Веддербурна (W) (Shintani et al., 2010) или озерным числом (Imberger and Patterson, 1989), а значимость силы Кориолиса может быть количественно оце-

нена отношением внутреннего радиуса деформации Россби (L_R) к размерам озера (Patterson et al., 1984).

Временной ход величин W и L_R представлен на Рисунках 4.11 и 4.12, соответственно. С июня по август W колеблется в окрестности 50. Это означает, что вертикальное смещение термоклина относительно горизонтального положения за счет воздействия ветра в ~ 100 меньше толщины перемешанного слоя. В то же время, в мае, конце октября и в течение коротких периодов, составляющих несколько дней, летом, число Веддербурна приближается к единице, что делает возможным апвеллинг на литторали. Последнее также было установлено для оз. Куйваярви для 2011 г. Й.Хейскаценом и соавт. (Heiskanen et al., 2014). Как минимум, два из подобных эпизодов, а именно, один – в середине июня, и второй – в конце июля, совпадают с охлаждением перемешанного слоя (Рисунок 4.6a), и, соответственно, ослаблением стратификации. Радиус деформации L_R слабо превышает длину озера, в то время как ширина озера почти на порядок меньше L_R, так что влияние вращения Земли на циркуляцию в водоёме должно быть незначительным.

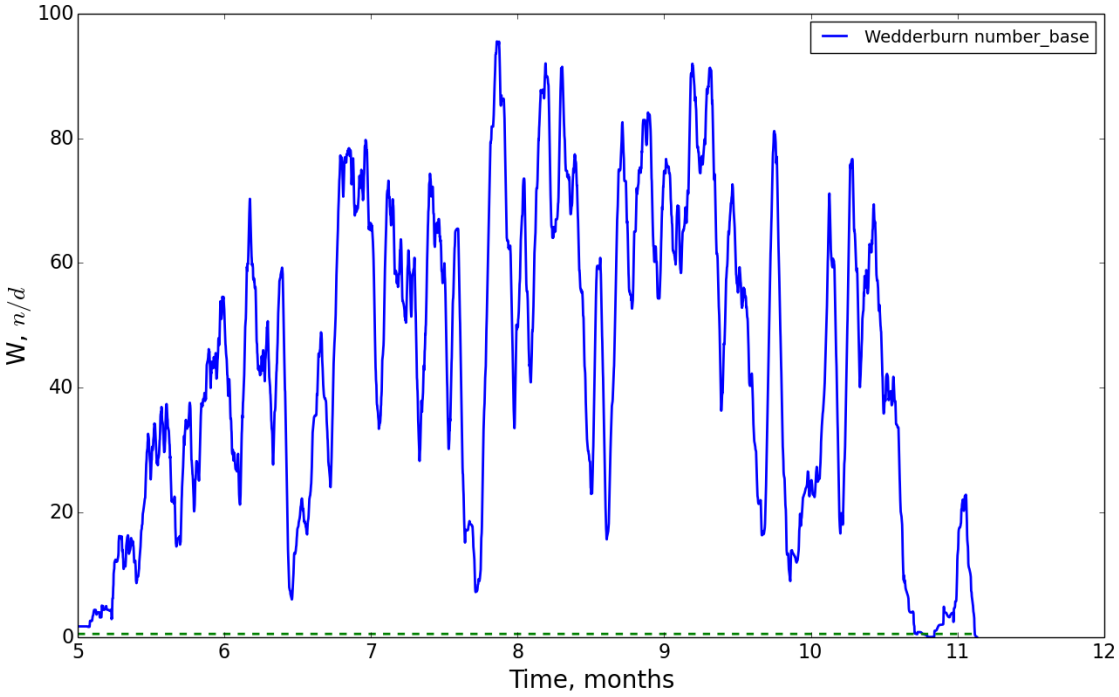


Рисунок 4.11 — Временной ряд числа Веддербурна в базовом модельном эксперименте. По горизонтали отложены месяцы 2013 г. Прерывистая зеленая линия обозначает критическое значение $\mathrm{W}_{cr} = 0.5$

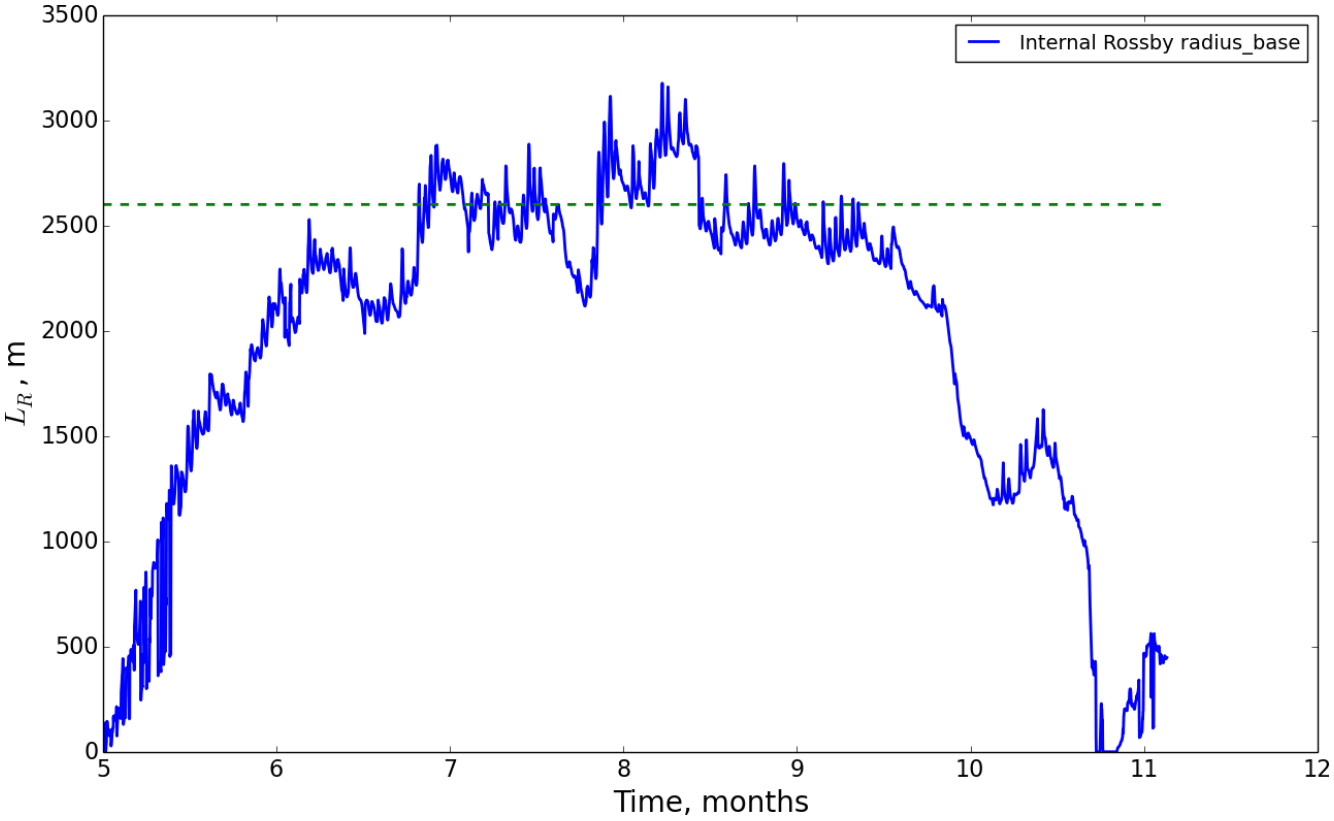


Рисунок 4.12 — Временной ряд внутреннего радиуса деформации Россби в базовом модельном эксперименте. По горизонтали отложены месяцы 2013 г. Прерывистая зеленая линия обозначает длину оз. Куйваярви ($\approx$ 2600 м)

Временной ряд температуры поверхности воспроизведен моделью удовлетворительно. Можно считать, что это следствие, с одной стороны, реалистичного атмосферного воздействия (все метеорологические величины измерены над озером), а с другой стороны – качества самой модели. Температура поверхности определяется тепловым балансом перемешанного слоя и его интегральной теплоемкостью, т.е. тепловым балансом на поверхности (турбулентный поток тепла на нижней границе перемешанного слоя очень мал) и глубиной перемешанного слоя. Следовательно, главными факторами для температуры поверхности в модели становятся параметризация потоков явного и скрытого тепла в атмосферу (единственные неизвестные теплового баланса на поверхности, если радиационные потоки измерены), и потока импульса (основной источник производства ТКЭ в перемешанном слое и, следовательно, главный фактор его заглубления). Учитывая, что рассматриваемое озеро окружено лесом, необходимо принять во внимание аргументы против применимости теории подобия Монина-Обухова к приземном слою над такими объектами (см., например, результаты вихреразрешающего моделирования в работе А.В.Глазунова и В.М.Степаненко (Глазунов

и Степаненко, 2015) или выводы из лабораторных экспериментов К.Маркфорта и соавт. (Markfort et al., 2013)). Однако на практике использования одномерных моделей озера, более физически обоснованной теории, чем теория Монина-Обухова, для расчета турбулентных потоков в атмосферу в настоящее время не существует, и кроме того, она позволяет получать реалистичную температуру поверхности на масштабах времени от внутрисуточного до сезонного (см. Разделы 2.10, 2.11 и 2.13, работу (Heiskanen et al., 2015) и мн. др.). Что касается потока импульса, то выше (Раздел 2.11) было показано, что этот поток (точнее, коэффициент сопротивления или коэффициент шероховатости) является ключевой величиной, контролирующей в моделях глубину перемешанного слоя в период летней стратификации. Поскольку эмпирические данные о коэффициенте трения дают широкий диапазон его значений (Wüest and Lorke, 2003), калибровка этого параметра получила широкое распространение в практике применения моделей водоема (по крайней мере, основанных на $k-\epsilon$-замыкании (М.Перро, личное сообщение)) к конкретным озерам. В модели LAKE коэффициент трения не калибруется, но используется параметризация разделения потока импульса из атмосферы между волнением и течениями (Stepanenko et al., 2014).

Внутренние сейши. Теперь рассмотрим флуктуации температуры в термоклине, не воспроизведенные моделью (ср. Рисунки 4.6а и 4.6б). По данным измерений, эти колебания проявляются ниже основания перемешанного слоя, где суточный ход температуры, вызванный суточным ходом теплового баланса на поверхности и объемного поглощения радиации, сильно сглаживается. Колебания проявляются в пределах относительно мощного (около 4 м) слоя устойчивой стратификации, где число Ричардсона, по данным модели, $\mathrm{Ri} >> 1$, так что коэффициент вертикальной турбулентной теплопроводности очень мал. Таким образом, единственным механизмом, могущим вызвать такие изменения температуры, остается вертикальная адвекция. Периодический характер осцилляций температуры свидетельствует о квазипериодических колебаниях поля скорости, т.е. о внутренних волнах.

На Рисунке 4.13 изображен Фурье-спектр временного хода температуры на трех глубинах в термоклине. На всех глубинах отчетливо выделяется два максимума на следующих частотах: $\omega \approx 8.5 * 10^{-5}$ с$^{-1}$ ($T_{seiche} \approx 20.5$ ч) и $\omega \approx$

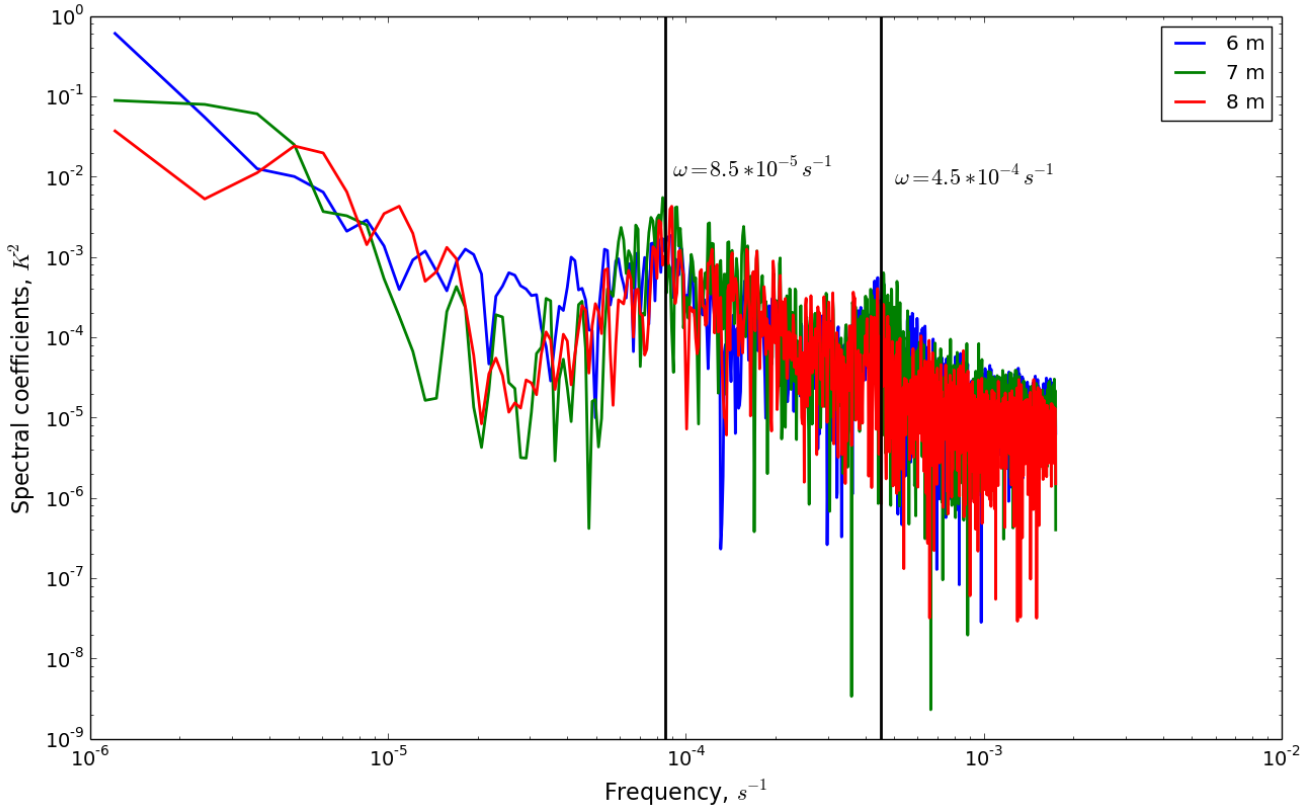


Рисунок 4.13 — Фурье-спектры мощности для температуры воды на глубинах 6 м, 7 м и 8 м. Две вертикальные линии указывают на абсциссы максимумов: $\omega = 8.5 * 10^{-5}$ с$^{-1}$ ($T_{seiche} \approx 20.5$ ч) и $\omega = 4.5 * 10^{-4}$ с$^{-1}$ ($T_{seiche} \approx 3.9$ ч)

$4.5 * 10^{-4}$ с$^{-1}$ ($T_{seiche} \approx 3.9$ ч). Гармоника с периодом $T_{seiche} \approx 20.5$ ч содержит значительно больше дисперсии, чем гармоника, соответствующая $T_{seiche} \approx 3.9$ ч. Для интерпретации этих спектров привлечем метод расчета периодов сейшевых колебаний, предложенный в работе (Münnich et al., 1992).

Если в линеаризованное уравнение для вертикальной скорости несжимаемой двумерной буссинесковой идеальной жидкости без вращения (поскольку ширина водоёма много меньше L_R) подставить решение в виде волны:

$$w(x,z,t) = W(z)\exp[i(kx - \omega t)], \tag{4.68}$$

с граничным условием твердой крышки $w|_{z=0,h} = 0$, то это приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению для амплитуды W:

$$\frac{d^2W}{dz^2} + \left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right) k^2 W = 0,$$
$$W|_{z=0,h} = 0, \tag{4.69}$$

которое составляет задачу Штурма-Лиувилля для частот ω и соответствующих собственных функций W. Эта задача решается методом стрельбы с профилем квадрата частоты Брента-Вяйсяля N^2, соответствующим среднему июльскому измеренному профилю температуры и с глубиной $h = 12.5$ м (глубина озера в точке измерений). Для первой горизонтальной моды, $k = \pi/L_{x0}$, получено $T_{seiche,1} = 6.5$ ч, с формой функции W, соответствующей первой верикальной моде, т.е. V1H1 (один максимум W между $z = 0$ и $z = h$), и $T_{seiche,2} = 21.2$ ч для второй вертикальной моды (один максимум и один минимум W, мода V2H1). Эти периоды (частоты) близко соответствуют периодам максимумов спектра температуры (Рисунок 4.13). Различия между эмпирическими частотами и частотами из модели нормальных мод, которые особенно заметны для моды V1H1 (3.9 ч против 6.5 ч, соответственно), ожидаемы, поскольку в линейной модели не учитывается реальная форма озерного дна (Fricker and Nepf, 2000) и эффекты сложного характера временной изменчивости реального ветрового воздействия на водоем.

Яркая выраженность моды V2H1 в спектре температуры также была отмечена для альпийского озера в работе (Münnich et al., 1992). Причиной этому можно считать резонанс между ветровым воздействием и данной модой, поскольку для обоих характерна близкая к суточной периодичность (Mortimer, 1953).

Таким образом, в настоящем разделе показано наличие интенсивных сейшевых колебаний в оз. Куйваярви, с которыми в литературе часто связывают развитие зон мелкомасштабной гидродинамической неустойчивости, как во внутренней части озера, так и на его наклонном дне (Wüest and Lorke, 2003). Связанные с этим возможные эффекты вертикального перемешивания обсуждаются в следующем разделе.

Характеристики турбулентности

Настоящий раздел посвящен характеристикам турбулентности в термоклине и гиполимнионе, поскольку они определяют вертикальный перенос газов, образовавшихся в донных отложениях. В частности, внимания заслуживают малоисследованные в настоящее время механизмы локального перемешивания в термоклине, такие как сдвиговая генерация ТКЭ в придонном пограничном слое (Goudsmit et al., 2002) или обрушение внутренних волн на наклонном дне (MacIntyre et al., 2009; Boegman et al., 2005a).

Источники и стоки турбулентной кинетической энергии. Вертикальное распределение ТКЭ, показанное на Рисунке 4.7, формируется в результате приблизительного баланса слагаемых в правой части уравнения ТКЭ (2.33). Осредненное за июль 2013 г. распределение сдвиговой генерации ТКЭ S, производства ТКЭ за счет плавучести B, и внутренними сейшами S_{seiche} (согласно параметризации Г.-Х. Годсмита и соавт. в эксперименте "IS+") показано на Рисунке 4.14.

Как видно, среднее производство плавучестью положительно в верхней половине перемешанного слоя ($\sim 10^{-9} \div 10^{-7}$ м^{2}с$^{-3}$), т.е. ночное производство ТКЭ превышает здесь дневной сток. Слагаемое B в среднем в несколько раз меньше (до порядка величины), чем сдвиговая генерация, однако, превышает на 3-5 порядков генерацию ТКЭ сейшами по параметризации Г.-Х. Годсмита и соавт. В различных экспериментах получены практически идентичные профили B в перемешанном слое. Это происходит потому, что параметризации Г.-Х. Годсмита и Г. Меллора содержат в слагаемых дополнительной генерации ТКЭ зависимость от N, так что при $N = 0$ уравнения для k и ϵ совпадают со стандартной моделью $k - \epsilon$ моделью. Это, в частности, происходит в перемешанном слое, где $N \approx 0$. Под перемешанным слоем $B < 0$ из-за устойчивой стратификации.

Производство ТКЭ вертикальным сдвигом скорости является важнейшим механизмом пополнения ТКЭ на всех глубинах, за исключением термоклина, где на глубине ~ 7 м величина S достигает минимума и становится меньше

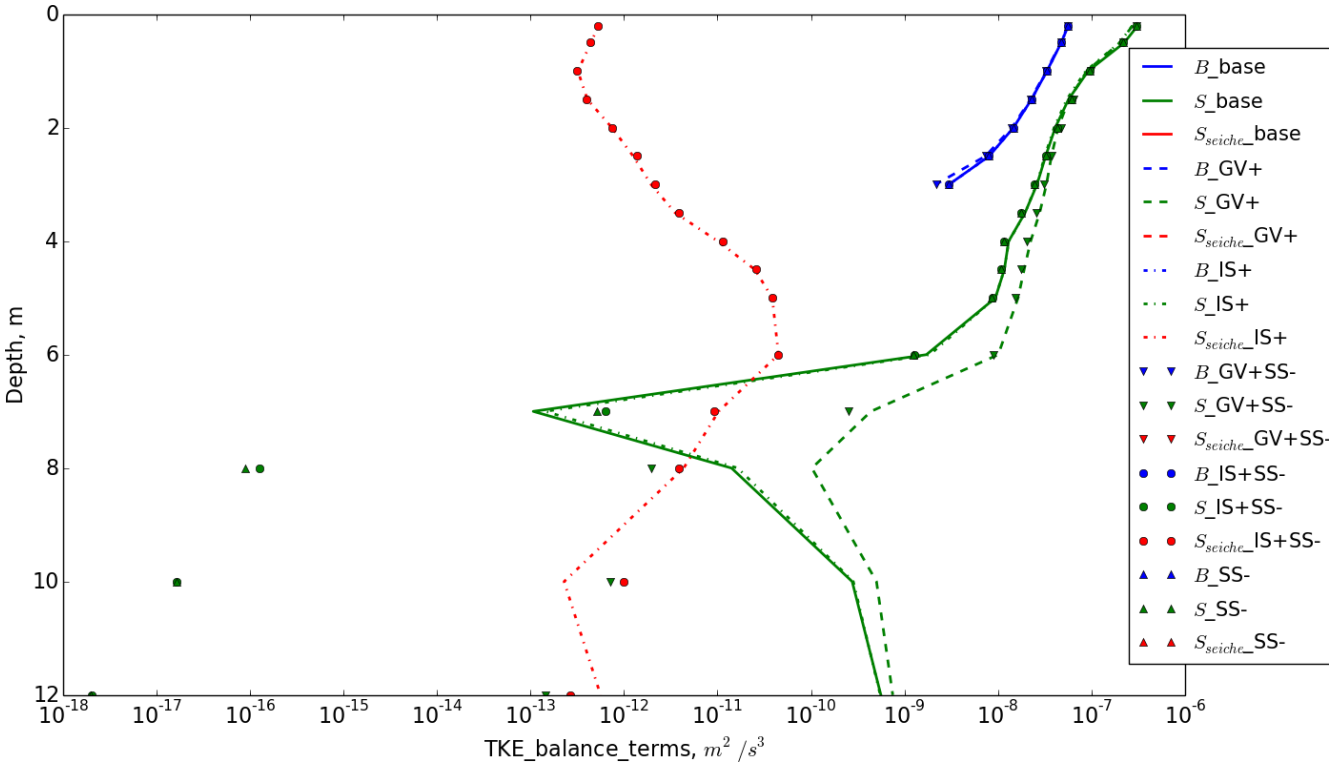


Рисунок 4.14 — Составляющие баланса ТКЭ в оз. Куйваярви, осредненные за июль 2013 г., по результатам модели. B – генерация ТКЭ плавучестью, S – сдвиговая генерация ТКЭ, S_{seiche} – генерация ТКЭ сдвигом внутренних сейшевых колебаний (Goudsmit et al., 2002). Модельные экспрериментыы: "base" – базовый эксперимент, "GV+" – эксперимент, включающий параметризацию сдвига за счет гравитационных волн (Gill, 1982; Mellor, 1989), "IS+" – эксперимент, включающий параметризацию перемешивания за счет внутренних сейш (Goudsmit et al., 2002), "GV+SS-" – то же, что "GV+", но с выключенной параметризацией поверхностных сейш, "IS+SS-" – то же, что "IS+", но с выключенной параметризацией поверхностных сейш, "SS-" – то же, что "base", но с выключенной парметризацией поверхностных сейш. Отрицательные значения B не показаны, так же как и нулевые значения S_{seiche}

S_{seiche}. Этот минимум соответствует минимуму самой ТКЭ (Рисунок 4.7) и минимуму коэффициента турбулентной вязкости ν, ν_{min}. Поскольку в модели не используется "фоновое значение" коэффициента вязкости/диффузии/теплопроводности, минимальное значение ν и ν_T положено очень малым числом, $\nu_{min} = \nu_{T,min} = 10^{-8}$ м^2/с (ср. с коэффициентом молекулярной вязкости при 10°C, $\nu_m = 1.307 * 10^{-6}$ м^2/с и коэффициентом молекулярной температуропроводности, $\lambda_m^* = 1.41 * 10^{-7}$ м^2/с). Соответственно, $S = \nu[(\partial u/\partial z)^2 + (\partial v/\partial z)^2]$

достигает очень малых значений при $\nu = \nu_{min}$. Под термоклином можно наблюдать огромные отличия в значениях S между экспериментами, где параметризация баротропных сейш была включена (базовый эксперимент), и в которых она не использовалась (обозначены аббревиатурой "SS-"на Рисунке 4.14). Это происходит, поскольку при наклоне свободной поверхности воды в гиполимнионе возникают придонные течения (в представлении горизонтального барического градиента с постоянной плотностью воды), а стратификация в этом слое недостаточно устойчивая, чтобы подавлять вызываемую ими сдвиговую генерацию ($\mathrm{Ri} < 0.25$). Наибольшая сдвиговая генерация имеет место в эксперименте, в котором включена как параметризация Дж. Меллора, так и баротропный градиент давления ("GV+"). Здесь значение S особенно увеличивается по сравнению с базовым экспериментом в термоклине, поскольку N^2 достигает на этих глубинах максимума, а дополнительная сдвиговая генерация по Дж. Меллору пропорциональна частоте Брента-Вяйсяля. Турбулентная кинетическая энергия в этом эксперименте также достигает на всех глубинах максимальных значений среди всех экспериментов (Рисунок 4.7). Несмотря на это, коэффициенты турбулентной температуропроводности и диффузии по-прежнему имеют в металимнионе значения, близкие к молекулярным.

Дополнительная сдвиговая генерация ТКЭ за счет сейшевых движений по Г.-Х. Годсмиту достигает максимума в термоклине и минимума – в эпилимнионе и гиполимнионе. Это также происходит по причине пропорциональности $S_{seiche} \propto N^2$. Вклад слагаемого S_{seiche} в производство ТКЭ остается малым по сравнению с "обычной" сдвиговой генерацией на всех глубинах, за исключением небольшого интервала глубин в термоклине, где генерация сдвигом среднего течения падает до наименьших значений, как отмечалось выше.

Сильный эффект поверхностных сейш на турбулентность под термоклином, полученный в настоящей работе, сложно проверить, используя данные наблюдений или расчеты по трехмерным моделям. Причиной является то, что как трехмерные модели (модели Навье-Стокса, осредненные по Рейнольдсу, или модели крупных вихрей, LES), так и возможные натурные измерения в придонном слое отражают эффекты как баротропных, так и бароклинных сейш. Так, в трехмерных моделях и в природе в полях всех термогидродинамических величин должны содержаться периоды изменчивости, близкие к периоду баротропных сейш ($\sim$ 1 мин для оз. Куйваярви), а также периоды бароклинных

мод, которые, в свою очередь, можно приближенно оценить из соответствующей задачи на собственные значения (см. предыдущий раздел). Это, в свою очередь, должно привести с значительно отличающейся от случая только баротропных сейш сдвиговой генерации ТКЭ в гиполимнионе. Таким образом, насущной становится задача параметризации внутренних сейш для одномерных моделей. Единственная известная автору существующая параметризация внутренних сейш Г.-Х. Годсмита и соавт. (Goudsmit et al., 2002), как обсуждалось выше, не производит существенного эффекта на вертикальное перемешивание в гиполимнионе (по причине пропорциональности $S_{seiche} \propto N^2$). Новая параметризация внутренних сейш представлена в Главе 3. Тем не менее, на настоящем этапе можно констатировать, что включение только баротропных сейш в одномерную модель приводит к появлению придонного турбулентного пограничного слоя, что качественно подтверждается множеством натурных данных (Wüest et al., 2000; Wüest and Lorke, 2003), свидетельствующих о наличии летом в димиктических озерах двух турбулентных слоев, разделенных квазиламинарным термоклином.

Стационарное число Ричардсона. Стационарное число Ричардсона Ri_{st} используются в ряде работ (см. (Burchard, 2002a) и приведенные в этой статье ссылки), как характеристика максимально устойчивой стратификации, при которой (в условиях данного сдвига скорости) в двухпараметрической модели турбулентности ТКЭ не уменьшается. Формально, это значение Ri, которое следует из уравнений для k и ϵ в стационарном виде, где для упрощения анализа также предполагается однородность полей k и ϵ. Для стандартной $k-\epsilon$ модели, Ri_{st} имеет вид:

$$\mathrm{Ri}_{st} = \frac{N^2}{M^2} = \mathrm{Pr}\frac{\Delta c_{\epsilon 21}}{\Delta c_{\epsilon 23}}, \tag{4.70}$$

где $M^2 = [(\partial u/\partial z)^2 + (\partial v/\partial z)^2]$ есть квадрат сдвиговой частоты, Pr – турбулентное число Прандтля, $\Delta c_{\epsilon 21} = c_{\epsilon 2} - c_{\epsilon 1}$, и $\Delta c_{\epsilon 23} = c_{\epsilon 2} - c_{\epsilon 3}$. Если использовать следующие значения констант: $c_{\epsilon 1} = 1.44$, $c_{\epsilon 2} = 1.92$, константу $c_{\epsilon 3}$ "переключать" между двумя значениями, в зависимости от стратификации, $c_{\epsilon 3} = 0.5 * [1 - \mathrm{H}(B)] * (-0.4) + 0.5 * [1 + \mathrm{H}(B)] * 1.14$, H() – функция Хэвисайда, то в устойчивой стратификации будет обеспечено "каноническое" значение $\mathrm{Ri}_{st} = 0.25$.

При включении дополнительной сдвиговой генерации ТКЭ за счет гравитационных волн согласно Дж. Меллору (Mellor, 1989), т.е. полагая $S = \nu(M^2 + \alpha_g N^2)$ в уравнениях для ТКЭ и ϵ, произведя те же алгебраические операции, что и при выводе уравнения (4.70), получаем модифицированное стационарное число Ричардсона:

$$\mathrm{Ri}_{st} = \mathrm{Pr}\frac{\Delta c_{\epsilon 21}}{\Delta c_{\epsilon 23} - \alpha_g \mathrm{Pr}\Delta c_{\epsilon 21}}, \tag{4.71}$$

что при подстановке $\alpha_g \approx 0.7$ (Mellor, 1989) приводит к увеличенной оценке $\mathrm{Ri}_{st} = 0.32$.

Если же $k - \epsilon$ модель расширена параметризацией внутренних сейш Г.-Х. Годсмита и соавт. (Goudsmit et al., 2002), т.е. когда сдвиговая генерация представлена выражением $S^* = S + S_{seiche}$, $S = \nu M^2$, соответствующее стационарное число Ричардсона принимает вид (см. Приложение Ж):

$$\mathrm{Ri}_{st} = \frac{\mathrm{Pr}\Delta c_{\epsilon 21}}{\Delta c_{\epsilon 23} - \nu_0^{-1}\mathrm{Pr}C_s\Delta c_{\epsilon 21}(u_a^2 + v_a^2)^{3/2}}, \tag{4.72}$$

где (u_a,v_a) обозначает вектор скорости ветра в приводном слое, ν_0 – коэффициент турбулентной вязкости в стационарном турбулентном режиме (при $\mathrm{Ri} = \mathrm{Ri}_{st}$), C_s – некоторая комбинация эмпирических параметров и параметров морфометрии водоема, являющаяся для каждого озера константой (Goudsmit et al., 2002). Из условий однородности и стационарности не следуют единственные значения величин k, ϵ и ν_0, но естественно принять малость ν_0, например $\nu_0 \approx \nu_m$. Это приводит к значению $\mathrm{Ri}_{st} = 0.30$. Бóльшие значения ν_0, в соответствии с (4.72), только уменьшают Ri_{st}.

Таким образом, стационарное число Ричардсона в $k-\epsilon$ модели при добавлении в нее новых параметризаций остается меньше единицы. Отсюда можно ожидать, что в модифицированных вариантах турбулентного замыкания ТКЭ не будет подниматься до существенных значений в термоклине оз. Куйваярви, поскольку в этом слое $\mathrm{Ri} \gg 1$. Это подтверждается всеми численными экспериментами, представленными в настоящей работе, поскольку в них минимальный в термоклине коэффициент турбулентной диффузии оказывался близким к нижней границе для этой величины, установленной в программном коде, а именно 10^{-8} м^2/с, т.е. бóльшая часть потока растворенных газов здесь обеспе-

чивалась переносом на молекулярном уровне. Однако, не следует исключать возможности действия в реальном металимнионе механизмов перемешивания, повышающих эффективный коэффициент диффузии существенно выше "молекулярного" значения, о чем имеются соответствующие эмпирические данные (например, (Saggio and Imberger, 2001)). Кроме того, параметризации Дж. Меллора и Г.-Х. Годсмита до сих пор не проверялись на детальных данных измерений или расчетах LES и DNS-моделей. Поэтому, с моделью был проведен эксперимент на чувствительность концентрации газов к искусственному увеличению минимального коэффициента турбулентной диффузии (эксперимент "MD", см. следующий раздел).

Кислород, углекислый газ и метан

Как видно на Рисунках 4.8а и 4.8б, в начале июня концентрация O_2 высока не только в перемешанном слое (8-9 мг/л), где кислород выделяется в процессе фотосинтеза и куда поступает из атмосферы, но и под перемешанным слоем (5-7 мг/л). Насыщенность кислородом глубоких слоев в этом случае является "остаточным явлением" после весеннего перемешивания в конце апреля – начале мая. Далее, содержание O_2 остается высоким в перемешанном слое, но монотонно убывает в гиполимнионе до близких к нулю значений в августе.

Истощение кислорода в гиполимионе происходит по-разному в модели и по данным наблюдений: в модели скорость уменьшения O_2 увеличивается с глубиной, что со временем приводит к появлению большого вертикального градиента концентрации газа в этом слое, в то время как измеренное поле O_2 практически однородно, свидетельствуя о почти постоянной по глубине скорости падения O_2. Такое расхождение может быть результатом неверного воспроизведения в модели двух процессов: вертикальной диффузии и суммарного биогеохимического потребления кислорода (донное потребление кислорода (ДПК) плюс биохимическое потребление кислорода (БПК) в водной толще).

В модели, биохимическое потребление кислорода под перемешанным слоем распределяется по глубине, следуя только температурной зависимости (см.

(4.58)), т.е. убывает к нижней точке профиля. В отличие от него, донное потребление кислорода происходит только на границе водного тела, и поэтому представлено через *краевой поток*, т.е. $S_{O_2} \propto A^{-1}dA/dz$. Отсюда, ДПК стремится к максимальному значению при $A \to A_h = A_{min}$, $A_h = A(z = h)$. В гиполимнионе, БПК$\sim 10^{-9}$ моль/(м^3 с) в течение летних месяцев, в то время как величины ДПК – на порядок больше: $\sim 10^{-8}$ моль/(м^3 с), увеличиваясь от $\approx 1*10^{-8}$ моль/(м^3 с) на верхней границе гиполимниона до $\approx 6*10^{-8}$ моль/(м^3 с) в его нижней части. Естественно ожидать такой же эффект морфометрии на ДПК и в природе, но он должен сочетаться с влиянием на ДПК температуры и биогеохимических характеристик донных отложений, которые также зависят от глубины.

К сожалению, на настоящий момент на оз. Куйваярви не произведены наблюдения (измерения характеристик турбулентности или биогеохимических параметров донных отложений), которые позволили бы определить, что является причиной большей однородности реального распределения O_2 в гиполимнионе по сравнению с результатами расчета: более сильный вертикальный турбулентный обмен или более однородное распределение с глубиной ДПК.

Аналогичные обсуждённым выше вопросы возникают относительно распределения содержания CO_2 (Рисунки 4.9а и 4.9б). При исключении из рассмотрения эмпирического минимума концентрации CO_2 в гиполимнионе в середине августа, который, вероятно, обсусловлен ошибками измерений, отмечается более однородное по вертикали распределение этого газа в наблюдениях по сравнению с расчетами. Концентрация на больших глубинах растет в модели значительно быстрее вплоть до $\approx$ 16 мг/л в середине августа, в то время как такой же уровень достигается в данных измерений только к середине сентября. Такое быстрое накопление CO_2 согласуется с быстрым падением O_2 (Рисунок 4.8а). Таким образом, высказанные выше гипотезы о занижении моделью вертикального перемешивания в гиполимнионе и/или завышении вертикальной неоднородности ДПК находят подтверждение и в поле углекислого газа.

Резкий рост содержания CO_2 на глубинах 8–12 м в сентябре в модели отсутствует. Маловероятно, что этот рост вызван аэробным окислением органики в водной толще, поскольку к этому времени кислород истощен на соответствующих глубинах, с массовой концентрацией $<$1 мг/л (Рисунок 4.8б), и это ко-

личество много меньше необходимого для скачка CO_2 на 5–7 мг/л (принимая стехиометрическое соотношение O_2:$CO_2 \sim 1$). Поэтому можно предположить, что углекислый газ перенесен в точку измерений с водосбора. Более того, такой раннеосенний всплеск содержания CO_2, вероятно, является особенностью именно 2013 г.; по крайней мере, в 2011 и 2012 гг. рост углекислого газа в гиполимнионе в это время года был значительно более гладким (Miettinen et al., 2015).

Озеро Куйваярви является существенным источником углекислого газа (Heiskanen et al., 2014; Miettinen et al., 2015; Mammarella et al., 2015), так что значительное занижение моделью концентрации этого газа в перемешанном слое (0.39 мг/л против 2.80 мг/л по данным измерений) можно считать серьёзной ошибкой. Отметим, в связи с этим, что содержание CO_2 в эпилимнионе определяется множеством процессов (БПК, ДПК, дыхание, фотосинтез, диффузия в атмосферу, газообмен с пузырьками), количественная оценка которых по имеющимся данным наблюдений не может быть надежно произведена. Кроме того, выделение углекислого газа в толще воды в результате БПК тесно связана с динамикой планктона и растворённого органического углерода, которая в использованной здесь формулировке модели не учтена. Это указывает на необходимость решения полной системы (4.11)-(4.16) в качестве следующего шага развития модели.

Как сказано выше, две константы были калиброваны в экспериментах по моделированию оз. Куйваярви, а именно $P_{new,0}$ и $K_{CH_4,w}$. Первая из них определяет величину генерации CH_4 в донных отложениях, а вторая – скорость аэробного окисления CH_4 в воде. Полученное в результате подбора значение $P_{new,0} = 3 * 10^{-8}$ моль/(м^3*с) оказалось близким к значениям, оптимальным для термокарстового оз. Щучье ($P_{new,0} = 2.55 * 10^{-8}$ моль/(м^3*с), см. Раздел 4.4) и оз. Сейда на севере ЕТР ($P_{new,0} = 4 * 10^{-8}$ моль/(м^3*с), (Guseva et al., 2016)). При этом следует отметить, что версия модели, использованная в экспериментах с оз. Щучье, являлась более ранней и поэтому не учитывала морфометрию дна, растворение в толще воды пузырьков, все биогеохимические процессы, задействующие O_2 и CO_2, кроме аэробного окисления CH_4. Поэтому сравнивать оптимальные значения константы $P_{new,0}$ для двух указанных водоёмов, строго говоря, некорректно. Тем не менее, одинаковый порядок $P_{new,0}$ для трёх озёр разного генетического типа и с экосистемами, функционирую-

щими при очень контрастных климатических условиях, служит аргументом в пользу "универсальности" разработанной биогеохимической модели. Значение константы полунасыщения для метана CH_4 в эксперименте с оз. Куйваярви было выбрано $K_{CH_4,w} = 3.75 * 10^{-2}$ моль/м^3, т.е. близким к верхней границе известного эмпирического интервала (Martinez-Cruz et al., 2015).

Благодаря высокому содержанию кислорода, оз. Куйваярви отличается в целом низкой концентрацией метана (Miettinen et al., 2015), особенно в перемешанном слое. Рассмотрим слагаемые баланса CH_4 в этом слое (Рисунок 4.15). Как видно, потоки CH_4 практически компенсируют друг друга, причем пузырьковые потоки доминируют по абсолютной величине (см. Таблицу 4.12). Дивергенция пузырькового потока почти равна окислению с обратным знаком, а диффузия через термоклин является наименьшей составляющей баланса. Таким образом, в модели эпилимнетический и гиполимнетический резервуары метана связаны очень слабым потоком, благодаря минимуму ТКЭ в термоклине (см. обсуждение выше). Более того, суммарный поток CH_4 с мелководья в ≈ 6 раз превышает поток пузырькового метана из глубоких отложений, т.е. тех, которые находятся ниже перемешанного слоя (23.22 против 4.63 мг/(м^2*сут)). Это означает, что мелководные донные отложения являются основным источником CH_4 в перемешанном слое, так что поверхностная концентрация CH_4 и, следовательно, диффузионный поток в атмосферу контролируются генерацией CH_4 в этих отложениях и эпилимнетическим содержанием O_2 (через окисление). Тем не менее, пузырьковый поток CH_4 из глубоких донных отложений составляет заметную часть суммарного потока CH_4 в атмосферу, т.к. в модели 68-70% метана, покидающего отложения на глубине 12.5 м, в форме пузырьков, достигает атмосферы.

В численном эксперименте "SS-", где поверхностные сейши (баротропный градиент давления) были отключены, сезонное распределение содержания CH_4 приняло форму, изображенную на Рисунке 4.10в. Как видно, концентрация метана в нижней точке профиля начала здесь расти на 2 месяца раньше, чем это имело место по данным измерений (Рисунок 4.10б) и в базовом модельном эксперименте (Рисунок 4.10а), и достигла максимального значения 598.5 мг/л (против 351.5 мг/л в базовом эксперименте). Это было вызвано более ранним истощением O_2 в придонном слое, что, в свою очередь, было обусловлено очень слабым диффузионным потоком O_2 из вышележащих слоев в условиях очень

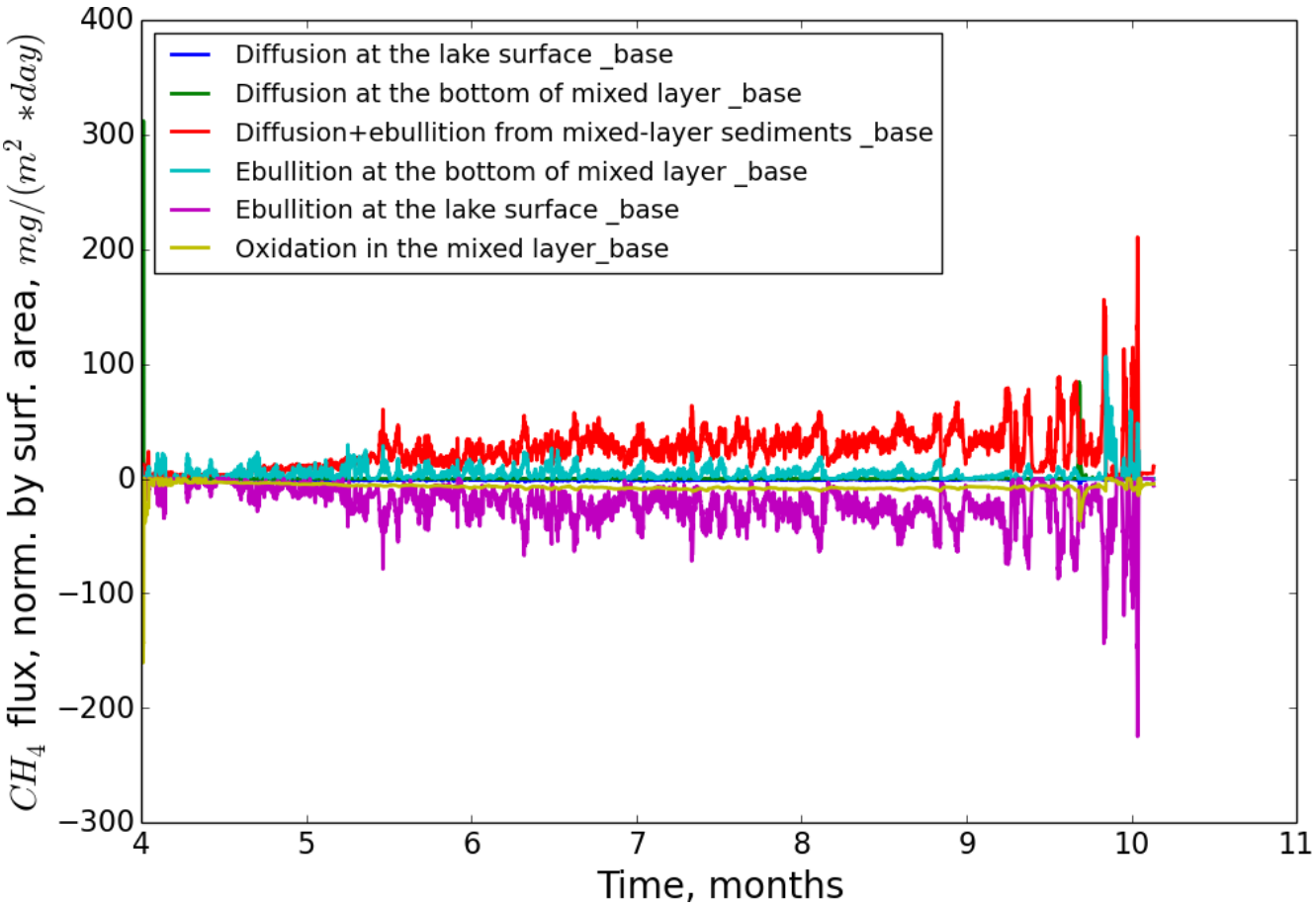


Рисунок 4.15 — Компоненты баланса метана в перемешанном слое оз. Куйваярви, нормированные на площадь поверхности озера. Положительные слагаемые увеличивают концентрацию CH_4 в перемешанном слое, отрицательные – уменьшают. Суффикс "_base" обозначает базовый эксперимент

малой ТКЭ в гиполимнионе (Рисунок 4.7). Таким образом, турбулентность в гиполимнионе очень важна для накопления и вертикального распределения растворённых газов в этом слое. В то же время, её влияние на содержание O_2, CO_2 и CH_4 в перемешанном слое вряд ли существенно, по причине очень малого диффузионного потока газов через металимнион.

Численный эксперимент "SS-"(Рисунок 4.10в) позволяет объяснить "пилообразное" распределение концентрации метана в водоёме в базовом эксперименте (Рисунок 4.10а). Сравнение Рисунков 4.8а и 4.10а обнаруживает, что вблизи нижней точки профиля падения содержания CH_4 совпадают по времени с резкими повышениями количества O_2. Кратковременные повышения концентрации кислорода могут быть вызваны только усиленным вертикальным перемешиванием, поскольку на упомянутых глубинах источники кислорода отсут-

ствуют. В противоположность результатам основного эксперимента, подобные случаи перемешивания полностью отсуствуют в эксперименте с отключением поверхностных сейш (Рисунок 4.10в). Отсюда следует вывод, что изменчивость интенсивности турбулентного перемешивания в гиполимнионе и связанная с ней изменчивость концентраций растворённых газов связаны с наличием периодов сильных сейшевых колебаний, вызванных интенсифицированным ветровым воздействием.

Таблица 4.12 — Средние значения для потока CH_4 направленные в и из верхнего перемешанного слоя (ВПС), мг/(м^2*сут), нормированные на площадь поверхности озера, май – октябрь 2013 г. Положительными считаются потоки, привносящие метан в ВПС

Диффузионный поток на поверхности озера	-0.86
Диффузионный поток на нижней границе ВПС	0.09
Суммарный (диффузия плюс пузырьки) поток метана с поверхности донных отложений, омываемых верхним перемешаннм слоем	23.22
Пузырьковый поток на нижней границе ВПС	4.63
Пузырьковый поток на поверхности озера	-20.31
Аэробное окисление метана внутри ВПС	-7.41
Остаточный член баланса (скорость изменения содержания метана в ВПС)	-0.64

И, наконец, поскольку полное подавление турбулентности в условиях очень устойчивой стратификации поставлено под сомнение как рядом измерений в лимнологических системах (см, например, (Saggio and Imberger, 2001)), так и теоретическими соображениями (Zilitinkevich et al., 2012), с моделью LAKE был проведен численный эксперимент "MD", в котором минимальное значение коэффициентов турбулентной вязкости, диффузии и температуропроводности было принято равным десятикратному значению коэффициента молекулярной температуропроводности, т.е. $\nu_{min} = \nu_{T,min} = 10^{-6}$ м^2/с $\approx \nu_m \approx 10\nu_{T,m}$. Это привело к очень сильному снижению концентрации CH_4 под термоклином (не показано): максимальное значение этой величины в нижней точке профиля за период с июня по октябрь составило всего 48.38 мкг/л против 351.51 мкг/л в основном эксперименте. Это было вызвано увеличенной диффузией кислорода из верхнего перемешанного слоя в нижние слои, что привело к окислению метана, диффундирующего из донных отложений, уже в гиполим-

нионе. Таким образом, даже низкий уровень турбулентности в металимнионе может оказывать существенное влияние на концентрацию газов в гиполимнионе, что важно не только для динамики парниковых газов, но и для развития анаэробных условий и связанных с ними заморов в экосистеме.

4.5.5 Выводы

В настоящем разделе представлены результаты верификации модели LAKE с привлечением данных измерений, собранных Университетом Хельсинки на оз. Куйваярви (Южная Финляндия) (Miettinen et al., 2015; Mammarella et al., 2015). Эти данные покрывают период свободной ото льда воды 2013 г. и включают все метеорологические и актинометрческие величины в приводном слое, необходимые для обеспечения граничных условий модели, а также вертикальные распределения температуры воды, концентрации растворённых газов – O_2, CO_2 и CH_4.

Модель в целом успешно воспроизвела основные особенности пространственно-временного распределения температуры и растворённых газов в озере. При этом калибровались две константы, контролирующие генерацию метана и его аэробное окисление. Значение константы $P_{new,0}$, регулирующей генерацию метана в донных отложениях, оказалось близким к значениям, полученным ранее для термокарстового озера Щучье в Северо-Восточной Сибири (Степаненко и др., 2011) и для оз. Сеида в субарктической зоне ЕТР (Guseva et al., 2016), что является аргументом в пользу корректности построенной модели. Ошибки модели в воспроизведении газов в гиполимнионе и углекислого газа в эпилимнионе можно частично связать с неопределенностью других констант модели, которые в настоящей работе не калибровались, и для которых известны широкие интервалы неопределённости. Кроме того, важно отметить, использованная здесь версия модели озера не учитывает явно процессы образования, переноса и потребления растворённого органического углерода и взвешенного органического углерода, которые являются поставщиками субстрата для производства метана и углекислого газа (см., например,

(Hanson et al., 2004)). Включение в модель эволюционных уравнений для этих субстанций является одним их важнейших направлений дальнейшего развития модели.

Поскольку как CO_2, так и CH_4 в пресноводных водоёмах обычно накапливаются под металимнионом (см., например, (Bastviken et al., 2008)), вертикальная диффузия растворённых газов через этот слой может быть важным фактором их эмиссии в атмосферу. Численные эксперименты с моделью LAKE, вместе с анализом стационарного числа Ричардсона показывают, что расширения $k-\epsilon$ модели Дж.Меллора и Г.-Х.Годсмита и соавт. не приводят к генерации ТКЭ в гиполимнионе, а также количества ТКЭ в термоклине достаточного, чтобы коэффициент турбулентной диффузии здесь заметно превышал молекулярный аналог. В то же время, использование параметризации баротропных сейш позволяет воспроизвести турбулентно-перемешанный гиполимнион, качественно согласующийся с имеющимися эмпирическими данными (Wüest et al., 2000; Wüest and Lorke, 2003). Воспроизведение повышенных (по сравнением с термоклином) значений ТКЭ в нижней части вертикального профиля позволяет заметно улучшить согласие с данными наблюдений по концентрации метана.

Ввиду того, что в литературе представлены аргументы в пользу существования турбулентности даже при $\mathrm{Ri} \gg 1$ (Saggio and Imberger, 2001; Zilitinkevich et al., 2012), с моделью был проведен дополнительный эксперимент, в котором минимальное значение турбулентного коэффициента диффузии было принято равным десятикратному значению соответствующего молекулярного коэффициента. Это привело к многократному уменьшению придонной концентрации метана по сравнению с основным экспериментом, что свидетельствует о том, что турбулентность в термоклине может быть "узким горлышком" при расчёте бюджета парниковых газов в водоёмах.

В заключение подчеркнём, что роль внутренних гравитационных колебаний в озёрах и возможной связанной с ними турбулентности, в переносе растворённых веществ, изучена в настоящее время крайне недостаточно. Эти факторы не учитываются практически во всех существующих одномерных моделях, и в устранении этого недостатка сообществу следует сосредоточить больше усилий. В конечном итоге, решение задачи параметризации упомянутых эффектов

будет способствовать уточнению региональных и глобальных оценок эмиссии парниковых газов с водоёмов суши.

Заключение

В заключение подводятся итоги диссертационного исследования, кратко излагаются разрабатываемые в настоящее время приложения его результатов и обозначаются направления дальнейшего развития направления.

Итоги исследования

1. Применимость одномерных моделей водоёма. Оценена применимость распространённых одномерных моделей водоёма, в том числе авторской модели LAKE, к описанию теплообмена в озёрах умеренных широт. Одномерные модели удовлетворительно воспроизводят температуру поверхности, но существенно расходятся в вертикальном распределении температуры. Таким образом, энергообмен с атмосферой эти модели рассчитывают удовлетворительно, но разница в температуре донных отложений будет существенно сказываться на скорости генерации парниковых газов. Показано также, что метод ковариации пульсаций для вычисления турбулентных потоков над небольшими озёрами даёт в среднем заниженные относительно поверхности значения потоков явного и скрытого тепла и завышенные значения потока импульса, что вызвано существенной неоднородностью приводного слоя атмосферы.

2. Термический режим эстуария. На основе экспедиционных измерений, аналитических оценок и расчётов при помощи модели LAKE раскрыты на количественном уровне механизмы формирования заглублённого максимума температуры в озёрах, стратифицированных по солёности. Показано, что сопоставимый вклад в величину максимума вносят: поглощение радиации под пресным перемешанным слоем, вертикальная теплопроводность, теплообмен с донными отложениями, динамика температуры перемешанного слоя и суточный ход толщины слоя максимума температуры. Сформулирован новый механизм "накачки" максимума температуры. Необходимым условием развития максимума является сильно устойчивая по солёности стратификация под перемешанным слоем, препятствующая процессам конвекции и двойной диффузии.

3. Параметризация сейш. Предложен новый подход к учёту сейшевых колебаний в одномерной модели водоёма. Средний горизонтальный градиент давления рассчитывается посредством сопряжения одномерной модели с линеаризованной многослойной моделью типа мелкой воды. Это сопряжение реализовано аналитической связью между средними по горизонтали компонентами скорости и средним по горизонтали градиентом давления, справедливой для первой горизонтальной моды, на которую приходится бóльшая часть энергии колебаний в озёрах. Дополненная таким образом одномерная модель характеризуется дисперсионными соотношениями, качественно и количественно согласующимися с известными аналитическими решениями для гравитационных и инерционно-гравитационных волн в водоёмах различного горизонтального сечения.

4. Роль гравитационных и инерционных колебаний в динамике перемешанного слоя озёр. Впервые показано отношение эффектов силы Кориолиса и гравитационных колебаний в вертикальном перемешивании в замкнутых водоёмах. При горизонтальных размерах водоёма, сильно превышающих радиус деформации Россби L_R, гравитационные колебания играют несущественную роль по сравнению с вращением, и используемые во всех одномерных моделях уравнения движения в приближении пограничного слоя правомерны. Если хотя бы один горизонтальный размер значительно меньше L_R (т.е., порядка сотен метров для характерной летней стратификации в умеренных широтах), гравитационные колебания преобладают над инерционными, и в осреднённом уравнении движения должен присуствовать горизонтальный градиент давления. Важным следствием включения в одномерную модель LAKE горизонтального градиента давления является появление придонного течения и, соответственно, придонного турбулентного пограничного слоя, который наблюдается в большинстве озёр.

5. Парниковые газы. Создан биогеохимический блок для одномерной модели водоёма, описывающий основные процессы, определяющие эмиссию метана и углекислого газа в атмосферу: генерацию газов в донных отложениях, вертикальный диффузионный и пузырьковый перенос, окисление в водной толще, фотосинтез, разложение органических остатков. Показано, что, несмотря на

наличие множества биогеохимических констант, модельный поток метана в атмосферу эффективно контролируется одним параметром – множителем, определяющим интенсивность генерации метана в донных отложениях. Для трёх озёр, контрастных по биогеохимическим условиям, расположенных в Северо-Восточной Сибири, в тундре Европейской территории России и на юге Финляндии и для которых модель удовлетворительно воспроизвела динамику парниковых газов, этот параметр оказался отличающимся не более, чем в два раза.

Приложения результатов работы

Авторская модель озера LAKE включена как параметризация водоёмов суши в модель Земной системы ИВМ РАН (Володин и др., 2013) [5]. Основная задача параметризации – уточнение энергомассообмена подстилающей поверхности с атмосферой в районах с наличием водных объектов.

В блоке деятельного слоя суши модели ИВМ РАН в каждой ячейке сетки представлено 4 типа подстилающей поверхности: растительность, обнажённая почва, снег и водные поверхности. Среднее по ячейке значение испарения рассчитывается как сумма потоков с отдельных типов поверхности с весами, равными долям их площади (т.н. мозаичный метод агрегирования (Avissar et al., 1989; Степаненко, 2007; Степаненко и др., 2006; Елисеев и Сергеев, 2014), или – в более современной терминологии – "плиточный" подход). Средний по ячейке поток явного тепла рассчитывается с использованием средней по ячейке температуры поверхности.

При характерных глубинах небольших водоёмов 1-10 м и количестве слоёв $\sim$10, одномерная модель термогидродинамики водоёма с замыканием $k-\epsilon$ устойчива при шагах по времени $\sim$1 мин, что существенно увеличивает вычислительные затраты на параметризацию (шаг по времени в блоке деятельного слоя суши ИВМ РАН – 1 ч). Поэтому турбулентное замыкание $k-\epsilon$ в модели LAKE было заменено на представление коэффициента теплопроводности/диффузии по Б.Хендерсон-Селлерс, что позволило вести вычисления с шагом 1 ч. Кроме того, при использовании параметризации Б.Хендерсон-Селлерс, в которую "зашит" аналитический профиль скорости, отпадает необходимость ре-

[5] Работа выполнена совместно с В.Ю.Богомоловым (Bogomolov et al., 2016; Богомолов, 2018)

шения уравнений движения. Поскольку турбулентное замыкание Б.Хендерсон-Селлерс построено для устойчивой стратификации, в случае неустойчивого распределения плотности в модели реализовано конвективное приспособление по вертикали (Богомолов и Степаненко, 2017).

Эффекты переменного по глубине сечения озера в модели LAKE опущены ($A = const$), поскольку учёт морфометрии дна вызывает необходимость расчёта теплообмена водного тела с донными отложениями на всех глубинах (Глава 2), т.е. вычисление вертикального теплообмена в дополнительных колонках донных отложений, что заметно увеличивает время счёта. В приближении $A = const$ в качестве глубины озера задаётся среднее значение (см. оценки чувствительности одномерных моделей к глубине озера в Разделе 2.10). Данные о средней глубине и площади водоёмов в ячейках глобальной сетки модели ИВМ РАН заимствованы из базы данных GLDBv2 (Choulga et al., 2014) (Рисунок 4.16).

Описанная выше параметризация водоёмов позволяет удовлетворительно воспроизводить температуру поверхности крупных озёр. На Рисунке 4.17 представлен годовой ход температуры оз. Байкал и Рыбинского вдхр., воспроизведённый в рамках блока деятельного слоя суши модели Земной системы ИВМ РАН, при использовании данных ERA-Interim в качестве атмосферного воздействия.

На модель LAKE получено регистрационное свидетельство (Приложение И). Она снабжена технической документацией, руководством пользователя и доступна в сети Интернет (`http://tesla.parallel.ru/Viktor/LAKE/wikis/LAKE-model`). Модель используется в различных исследовательских группах в Финляндии (Heiskanen et al., 2015), Китае (Li et al., 2018), Японии и других странах. Подходы, впервые реализованные в блоке метана модели LAKE, берутся в мире за основу в других аналогичных моделях (Tan et al., 2015; Sabrekov et al., 2017). В настоящее время модель LAKE в автономном режиме, а также в составе модели деятельного слоя суши участвует в численных экспериментах озёрного сектора проекта ISIMIP (`https://www.isimip.org/protocol/#isimip2b`, первые результаты расчётов должны быть подготовлены к осени 2018 г.).

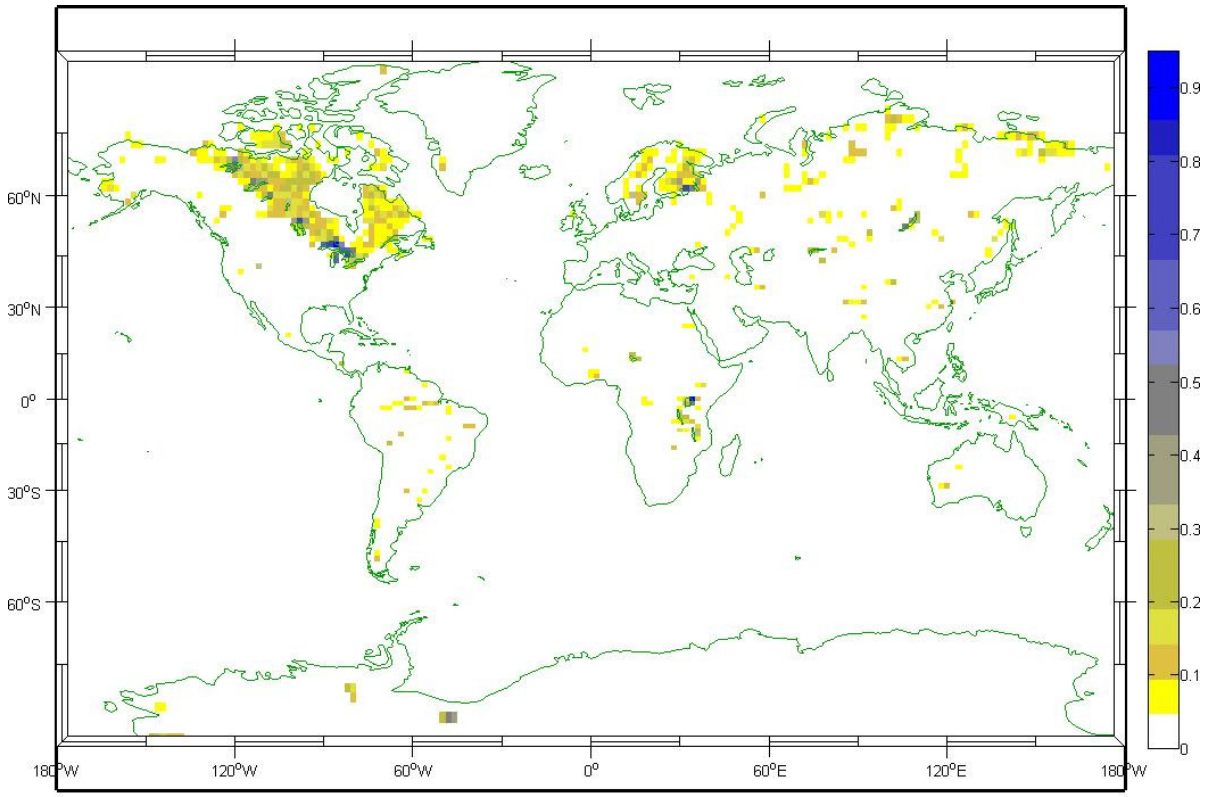


Рисунок 4.16 — Доля площади суши, занятая водоёмами, на сетке модели Земной системы ИВМ РАН. Построена по базе данных GLDBv2 (Choulga et al., 2014)

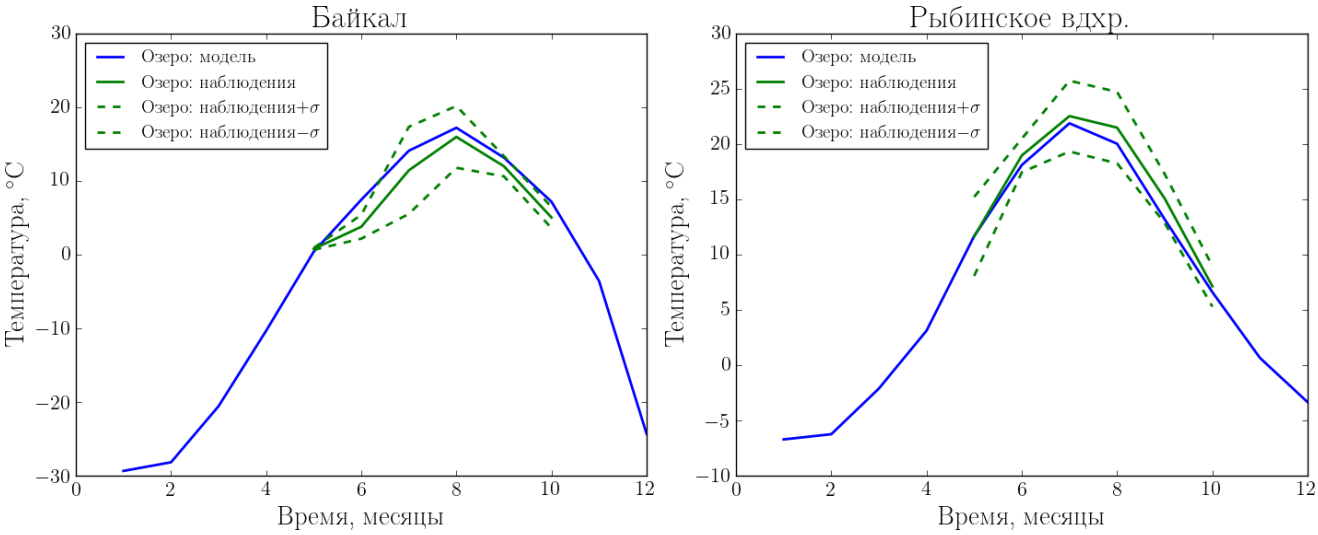


Рисунок 4.17 — Средний за 2007-2016 гг. годовой ход температуры поверхности оз. Байкал и Рыбинского вдхр.; данные наблюдений – восстановление температуры по спутниковым данным; σ – среднеквадратическое отклонение

Перспективы развития направления

Внедрённая в модель Земной системы ИВМ РАН параметризация озёр позволяет в будущем решать, в частности, следующие задачи:

- оценка термодинамического влияния крупных водоёмов на климат приземного слоя атмосферы в современных условиях и при будущем потеплении нижней тропосферы;
- оценка влияния биогеохимических процессов в озёрах, в особенности, связанных с эмиссией парниковых газов, на региональный и глобальный климат;
- оценка будущих изменений термодинамического и биогеохимического режима самих водоёмов в *совместной* системе "водоём-климатическая система".

Экономически важная задача инвентаризации и прогнозирования эмиссии парниковых газов искусственными водохранилищами также может быть решена с помощью модели, изложенной в настоящем труде и дополненной описанием специфических для этих водоёмов особенностей, в частности, проточности, наличия потока растворённых газов через турбины и др. Для завершения на данном этапе параметризации водных объектов суши в модели Земной системы ИВМ РАН в настоящее время разрабатывается схема расчёта водного режима рек [6]. Параметризация водохранилищ в модели Земной системы ИВМ РАН может быть затем осуществлена сопряжением моделей водоёма и речной сети.

[6]При поддержке гранта РФФИ 17-05-01165 "Параметризация речной сети для моделей Земной системы"

Список литературы

1. Адаменко В.Н. Климат и озера (к оценке настоящего, прошлого и будущего). — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1985. — С. 264.

2. Описание модели общей циркуляции атмосферы ИВМ РАН - версия 1997 года : Отчет / Институт вычислительной математики РАН ; исполн.: В.А. Алексеев, Е.М. Володин, В.Я. Галин и др. — Москва : 1997. — С. 78.

3. Анисимов О.А., Лавров С.А., Ренёва С.А. Оценка изменения эмиссии парниковых газов из многолетнемерзлых болот криолитозоны России в условиях глобального потепления // Современные проблемы экологической метеорологии и климатологии. — Санкт-Петербург : Гидрометеоиздат, 2005. — С. 114–138.

4. Астраханцев Г.П., Меншуткин В.В., Петрова Н.А., Руховец Л.А. Математическое моделирование крупных стратифицированных озёр / Г.П. Астраханцев, В.В. Меншуткин, Н.А. Петрова, Л.А. Руховец. — Санкт-Петербург : Наука, 2003. — С. 320.

5. Богомолов В.Ю. Параметризация внутренних водоемов суши в модели Земной системы : Дисс... кандидата наук / В.Ю. Богомолов ; Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН. — 2018. — С. 107.

6. Богомолов В.Ю., Степаненко В.М. Сравнение турбулентных замыканий в одномерной модели водоема // Труды Московского физико-технического института. — 2017. — Т. 9, № 4. — С. 50–64.

7. Бочаров О.Б., Овчинникова Т.Э. Численное моделирование явления термобара в озере Байкал // Вычислительные технологии. — 1996. — Т. 1, № 3. — С. 21–28.

8. Вавилин В.А. Время оборота биомассы и деструкция органического вещества в системах биологической очистки. — Москва : Наука, 1986. — С. 144.

9. Вавилин В.А., Васильев В.Б. Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод активным илом. — Москва : Наука, 1979. — С. 119.

10. Воеводин А.Ф., Гранкина Т.Б. Численное моделирование динамики роста ледяного покрова в пресных и солоноватых водах // Математические заметки СВФУ. — 2012. — Т. 19, № 1. — С. 147–158.

11. Володин Е.М. Модель общей циркуляции атмосферы и океана с углеродным циклом // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2007. — Т. 43, № 3. — С. 298–313.

12. Володин Е.М. Цикл метана в модели климата ИВМ РАН // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2008. — Т. 44, № 2. — С. 163–170.

13. Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В. Модель земной системы INMCM4: воспроизведение и прогноз климатических изменений в 19–21 веках с помощью модели земной климатической системы ИВМ РАН // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2013. — Т. 49, № 4. — С. 379–390.

14. Володин Е.М., Лыкосов В.Н. Параметризация процессов тепло- и влагообмена в системе растительность - почва для моделирования общей циркуляции атмосферы. 1. Описание и расчеты с использованием локальных данных наблюдений // Известия АН. Физика атмосферы и океана. — 1998. — Т. 34, № 4. — С. 453–465.

15. Володина Е Е, Бенгтссон Л, Лыкосов В Н. Параметризация процессов тепловлагопереноса в снежном покрове для моделирования сезонных вариаций гидрологического цикла суши // Метеорология и гидрология. — 2000. — № 5. — С. 5–14.

16. Вольцингер Н.Е., Пясковский Р.В. Теория мелкой воды. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1977. — С. 207.

17. Глазунов А.В. Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания.

Часть 1. Формулировка задачи, описание модели и диагностические численные тесты // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2009. — Т. 45, № 1. — С. 7–28.

18. Глазунов А.В. Численное моделирование турбулентных течений над поверхностью городского типа при нейтральной стратификации // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2014. — Т. 50, № 2. — С. 156–165.

19. Глазунов А.В., Степаненко В.М. Вихреразрешающее моделирование стратифицированных турбулентных течений над неоднородными ландшафтами // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2015. — Т. 51, № 4. — С. 1–13.

20. Голубятников Л.Л., Казанцев В.С. Вклад тундровых озер Западной Сибири в метановый бюджет атмосферы // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2013. — Т. 49, № 4. — С. 430.

21. Горин С.Л. Гидролого-морфологические процессы в эстуарии реки Большой Вилюй (восточное побережье Камчатки) // Водные ресурсы. — 2013. — Т. 40, № 1. — С. 3–18.

22. Гречушникова М.Г., Бадюков Д.Д., Саввичев А.С., В.С. Казанцев. Сезонные и пространственные изменения содержания метана в Можайском водохранилище в летний период // Метеорология и гидрология. — 2017. — № 3. — С. 67–78.

23. Дзюбан А.Н. Роль процессов цикла метана в круговороте органического вещества в озерах разного типа // Водные ресурсы. — 2003. — Т. 30, № 4. — С. 452–460.

24. Дзюбан А.Н. Деструкция органического вещества и цикл метана в донных отложениях внутренних водоемов. — Ярославль : Принтхаус, 2010. — С. 174.

25. Дианский Н.А., Фомин В.В., Выручалкина Т.Ю., Гусев А.В. Воспроизведение циркуляции Каспийского моря с расчетом атмосферного воздействия с помощью модели WRF // Труды Карельского научного центра РАН. Серия Лимнология. — 2016. — № 5. — С. 21–34.

26. Должанский Ф.В. Лекции по геофизической гидродинамике. — Москва : ИВМ РАН, 2006. — С. 378. — ISBN: 5-901854-08-X.

27. Должанский Ф.В. Основы геофизической гидродинамики / Под ред. Е.Б. Гледзер. — 1 изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — С. 264. — ISBN: 978-5-9221-1336-6.

28. Домышева В.М., Пестунов Д.А., Сакирко М.В., Шамрин А.М., Панченко М.В. К оценке бюджета потоков углекислого газа в системе "атмосфера-вода" в литорали Южного Байкала с применением метода плавающих камер // Оптика атмосферы и океана. — 2015. — № 6. — С. 552–560.

29. Дымников В.П., Володин Е.М., Галин В.Я., Глазунов А.В., Грицун А.С., Дианский Н.А., Лыкосов В.Н. Чувствительность климатической системы к малым внешним воздействиям // Метеорология и гидрология. — 2004. — № 4. — С. 77–92.

30. Егоров А.Н. Парниковый эффект в соленых озерах // Водные ресурсы. — 1991. — № 6.

31. Егоров А.Н., Зилитинкевич С.С. Термодинамическая структура соленого озера с парниковым эффектом // Метеорология и гидрология. — 1999. — № 4. — С. 98–105.

32. Елисеев А.В., Мохов И.И., Аржанов М.М., Демченко П.Ф., Денисов С.Н. Взаимодействие метанового цикла и процессов в болотных экосистемах в климатической модели промежуточной сложности // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2008. — Т. 44, № 2. — С. 147–162.

33. Елисеев А.В., Мохов И.И., Карпенко А.А. Вариации климата и углеродного цикла в XX-XXI веках в модели промежуточной сложности // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2007. — Т. 43, № 1. — С. 3–17.

34. Елисеев А.В., Сергеев Д.Е. Влияние подсеточной неоднородности растительности на результаты расчетов харатеристик углеродного цикла // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2014. — Т. 50, № 3. — С. 259.

35. Зилитинкевич С.С., Крейнман К.Д. Теоретическое и лабораторное исследование термического бара // Океанология. — 1990. — Т. 30, № 5. — С. 750–755.

36. Зилитинкевич С.С., Тюряков С.А., Троицкая Ю.И., Мареев Е.А. Теоретические модели высоты пограничного слоя атмосферы и турбулентного вовлечения на его верхней границе // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2012. — Т. 48, № 1. — С. 150–160.

37. Зиновьев А.Т. Математическое моделирование гидрологических процессов в водохранилищах и нижних бьефах ГЭС на реках Сибири : Дисс... доктора наук / А.Т. Зиновьев ; Институт водных и экологических проблем СО РАН. — 2014. — С. 330.

38. Зырянов В.Н. Сейши подо льдом // Водные ресурсы. — 2011. — Т. 38, № 3. — С. 259–271.

39. Ибраев Р.А. Математическое моделирование термогидродинамических процессов в Каспийском море. — Москва : ГЕОС, 2008. — С. 128.

40. Китайгородский С. А., Волков Ю.А. О параметре шероховатости морской поверхности и расчете турбулентных потоков количества движения в приводном слое атмосферы // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1965. — Т. 1, № 9. — С. 973–988.

41. Китайгородский С. А., Миропольский Ю. З. К теории деятельного слоя открытого океана // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1970. — Т. 6. — С. 178–188.

42. Колмогоров А.Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // Известия АН СССР. Серия геофизическая. — 1942. — Т. 6, № 1-2. — С. 56–58.

43. Кондратьев С.А. Моделирование стока и выноса фосфора с водосборов притоков оз. Большого Ракового // Экология зарастающего озера и проблема его восстановления. — 1999. — С. 51–54.

44. Кондратьев С.А. Формирование внешней нагрузки на водоемы: проблемы моделирования. — Санкт-Петербург : Наука, 2007. — С. 255.

45. Кондратьев С.А., Голосов С.Д., Крейман К.Д., Игнатьева Н.В. Моделирование гидрологических процессов и массопереноса в системе водосбор-водоем // Водные ресурсы. — 1998. — Т. 25, № 5. — С. 571–580.

46. Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И. Трехпараметрическая модель турбулентности для атмосферного пограничного слоя над урбанизированной поверхностью // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2006. — Т. 42, № 4. — С. 476–494.

47. Курчатов И.В. Сейши в Черном и Азовском морях // Изв. Центр. Гидромет. Бюро. — 1925. — № 4. — С. 149–158.

48. Макаров М.М. Пузырьковые выходы метана из донных отложений озера Байкал : Диссертация на соискание степени кандидата географических наук / М.М. Макаров ; Лимнологический институт СО РАН. — 2016. — С. 116.

49. Маркевич Г. Н., Панфилова П. Н. Современное состояние и многолетние изменения ихтиофауны эстуария реки Камчатки // Исследования водных биологических ресурсов Камчатки и северо-западной части Тихого океана. — 2014. — Т. 32. — С. 21–34.

50. Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б., Лыкосов В.Н., Галин В.Я. Математическое моделирование общей циркуляции атмсоферы и океана / Г.И. Марчук, В.П. Дымников, В.Б. Залесный и др. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1984. — С. 320.

51. Меншуткин В.В., Руховец Л.А., Филатов Н.Н. Моделирование экосистем пресноводных озер (обзор) 1. Гидродинамика озер // Водные ресурсы. — 2013. — Т. 40, № 6. — С. 566.

52. Меншуткин В.В., Руховец Л.А., Филатов Н.Н. Моделирование экосистем пресноводных озер (обзор) 2. Модели экосистем пресноводных озер // Водные ресурсы. — 2014. — Т. 41, № 1. — С. 24.

53. Моисеев Н.Н., Петров А.А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. — Москва : Академия наук СССР. Вычислительный центр, 1966. — С. 269.

54. Монин А.С. Теоретические основы геофизической гидродинамики / Под ред. Г.С. Голицын, В.М. Каменкович. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1988. — С. 424.

55. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Часть 1 / Под ред. Г.С. Голицын. — Москва : Наука, 1965. — С. 640.

56. Мортиков Е.В. Численное моделирование движения ледяного киля в стратифицированной жидкости // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2016. — Т. 52, № 1. — С. 120–128.

57. Мошонкин С.Н., Залесный В.Б., Гусев А.В., Тамсалу Р. Моделирование турбулентности в задачах циркуляции океана // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2014. — Т. 50, № 1. — С. 57–69.

58. Панин Г.Н., Гречушникова М.Г., Пуклаков В.В. Адаптация модели тепломассообмена водоема с атмосферой с учетом эффекта мелководий на примере Иваньковского водохранилища // Водные ресурсы. — 2011. — Т. 38, № 6. — С. 753–761.

59. Пестунов Д.А., Домышева В.М., Иванов В.Г., Шамрин А.М., Панченко М.В. Пространственное распределение направления потоков CO_2 и CH_4 по акватории озера Байкал (кругобайкальская экспедиция, июнь 2013 г.) // Оптика атмосферы и океана. — 2015. — № 9. — С. 792–799.

60. Показеев К.В., Филатов Н.Н. Гидрофизика и экология озер. Том 1. Гидрофизика. — Москва : Физический факультет МГУ, 2002. — С. 275. — ISBN: 5-8279-0027-3.

61. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. — С. 576. — ISBN: 5-9221-0093-9.

62. Пуклаков В.В., Даценко Ю.С., Гончаров А.В., Эдельштейн К.К., Гречушникова М.Г., Ершова М.Г., Белова С.Л., Соколов Д.И., Пуклакова Н.Г. и др. Гидроэкологический режим водохранилищ Подмосковья / В.В. Пуклаков, Ю.С. Даценко, А.В. Гончаров и др. ; Под ред. К.К. Эдельштейн. — 1 изд. — Москва : Перо, 2015. — С. 286. — ISBN: 978-5-00086-948-2.

63. Репина И.А., Артамонов А.Ю. Взаимодействие атмосферы и океана при различных фоновых условиях // Динамика волновых и обменных процессов в атмосфере / Под ред. О.Г. Чхетиани, М.Е. Горбунов, С.Н. Куличков, И.А. Репина. — Москва : ГЕОС, 2017. — С. 279–309.

64. Руховец Л.А., Филатов Н.Н. Озера и климат: модели и методы // Модели и методы в проблеме взаимодействия атмосферы и гидросферы / Под ред. В.П. Дымников, В.Н. Лыкосов, Е.П. Гордов. — Томск : Издательский дом ТГУ, 2014. — С. 256–325.

65. Рянжин С.И. Много ли на Земле озер? // Природа. — 2005. — Т. 4. — С. 18–26.

66. Саввичев А.С., Демиденко Н.А., Краснова Е.Д., Калмацкая О.В., Харчева А.Н., Иванов М.В. Микробные процессы в губе Канда – меромиктическом водоёме, искусственно отделённом от Белого моря // Доклады Академии наук. — 2017. — Т. 474, № 5. — С. 637–641.

67. Саввичев А.С., Русанов И.И., Юсупов С.К., Пименов Н.В., Леин А.Ю., Иванов М.В. Биогеохимический цикл метана в прибрежной зоне и литорали Кандалакшского залива Белого моря // Микробиология. — 2004. — Т. 73, № 4. — С. 540–552.

68. Самолюбов Б.И. Плотностные течения и диффузия примесей. — Москва : URSS, 2007. — С. 352.

69. Степаненко В.М. Численная модель процессов тепловлагообмена в системе атмосфера – водоем – почва // Вычислительные технологии. — 2004. — Т. 9, № 1. — С. 112–122.

70. Степаненко В.М. Численное моделирование термического режима мелких водоемов // Вычислительные технологии. — 2005. — Т. 10, № 1. — С. 100–106.

71. Степаненко В.М. Параметризация сейш для одномерной модели водоёма // Труды Московского физико-технического института. — 2018. — Т. 10, № 1. — С. 97–111.

72. Степаненко В.М., Лыкосов В.Н. Численное моделирование процессов тепловлагопереноса в системе "водоем-грунт" // Метеорология и гидрология. — 2005. — № 3. — С. 95–104.

73. Степаненко В.М., Мачульская Е.Е., Глаголев М.В., Лыкосов В.Н. Моделирование эмиссии метана из озер зоны вечной мерзлоты // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2011. — Т. 47, № 2. — С. 275–288.

74. Степаненко В.М., Микушин Д.Н. Численное моделирование мезомасштабной динамики атмосферы и переноса примеси над гидрологически неоднородной поверхностью // Вычислительные технологии. — 2008. — Т. 13, № 3. — С. 104–110.

75. Степаненко В.М., Миранда П.М., Лыкосов В.Н. Численное моделирование мезомасштабного взаимодействия атмосферы и гидрологически неоднородной суши // Вычислительные технологии. — 2006. — Т. 11, № 3. — С. 118–127.

76. Степаненко В. М. Численное моделирование взаимодействия атмосферы с водоемами суши : Дисс... кандидата наук / В. М. Степаненко ; Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова. — 2007. — С. 159.

77. Тимофеев М.П. Метеорологический режим водоемов. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1963. — С. 292.

78. Тихомиров А. И. О термическом баре в Якимварском заливе Ладожского озера // Изв. ВГО. — 1959. — Т. 91, № 5. — С. 149–161.

79. Фёдоров М.П., Елистратов В.В., Масликов В.И., Сидоренко Г.И., Чусов А.Н., Атрашенок В.П., Молодцов Д.В., Саввичев А.С., А.В. Зинченко. Исследования эмиссии парниковых газов с водохранилищ ГЭС России // Гидротехническое строительство. — 2014. — № 11. — С. 52–58.

80. Фёдоров Ю.А., Тамбиева Н.С., Гарькуша Д.Н., Хорошевская В.О. Метан в водных экосистемах / Ю.А. Фёдоров, Н.С. Тамбиева, Д.Н. Гарькуша, В.О. Хорошевская. — 2 изд. — Ростов-на-Дону, Москва : Ростиздат, 2007. — С. 330.

81. Хромов С.П., Петросянц М.А. Метеорология и климатология. — 8 изд. — Москва : Издательство МГУ, 2012. — С. 584. — ISBN: 978-5-211-06334-1.

82. Цыденов Б.О., Старченко А.В. Численная модель взаимодействия "река-озеро" на примере весеннего термобара в озере Камлупс // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. — 2013. — № 5. — С. 102–115.

83. Чеботарев А.И. Общая гидрология (воды суши). — 2 изд. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1975. — С. 530.

84. Чечин Д.Г., Репина И.А., Степаненко В.М. Численное моделирование влияния холодной пленки на тепловой баланс и термический режим водоемов // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2010. — Т. 46, № 4. — С. 538–550.

85. Чубаренко И.П. Горизонтальная конвекция над подводными склонами. — Калининград : Терра Балтика, 2010. — С. 256. — ISBN: 978-5-98777-050-4.

86. Arah J.R.M., Stephen K.D. A model of the processes leading to methane emission from peatland // Atmospheric Environment. — 1998. — oct. — Vol. 32, no. 19. — P. 3257–3264. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1352231098000521.

87. Arst H., Erm A., Herlevi A., Kutser T., Leppäranta M., Reinart A., Virta J. Optical properties of boreal lake waters in Finland and Estonia // Boreal Environment Research. — 2008. — Vol. 13, no. 2. — P. 133–158.

88. Arst H., Erm A., Kallaste K., Maekivi S., , Reinart A., Co-authors. Investigation of Estonian and Finnish lakes by optical measurements in 1992-9 // Proc. Estonian Acad. Sci. Biol. Ecol. — 1999. — Vol. 48. — P. 5–24.

89. Ashton George D. River and lake ice thickening, thinning, and snow ice formation // Cold Regions Science and Technology. — 2011. — Vol. 68, no. 1-2. — P. 3–19. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0165232X11000875.

90. Atkinson J.F., Harleman D.R.F. A wind-mixed layer model for solar ponds // Solar Energy. — 1983. — Vol. 31, no. 3. — P. 243–259.

91. Avissar R., Pielke R. A., Avissar R., Pielke R. A. A Parameterization of Heterogeneous Land Surfaces for Atmospheric Numerical Models and Its Impact on Regional Meteorology // Monthly Weather Review. — 1989. — 10. — Vol. 117, no. 10. — P. 2113–2136. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493{%}281989{%}29117{%}3C2113{%}3AAPOHLS{%}3E2.0.CO{%}3B2.

92. Bak Friedhelm, Pfennig Norbert. Sulfate-reducing bacteria in littoral sediment of Lake Constance // FEMS Microbiology Ecology. — 1991. — Vol. 8, no. 1. — P. 43–52. — URL: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1574-6941.1991.tb01707.x.

93. Balsamo G., Dutra E., Stepanenko V.M., Viterbo P., Miranda P.M.A., Mironov D. Deriving an effective lake depth from satellite lake surface temperature data: a feasibility study with MODIS data // Boreal Environment Research. — 2010. — Vol. 15. — P. 178–190.

94. Balsamo G., Salgado R., Dutra E., Boussetta S., Stockdale T., Potes M. On the contribution of lakes in predicting near-surface temperature in a global weather forecasting model // Tellus A. — 2012. — feb. — Vol. 64. — URL: http://www.tellusa.net/index.php/tellusa/article/view/15829/xml.

95. Barros Nathan, Cole Jonathan J., Tranvik Lars J., Prairie Yves T., Bastviken David, Huszar Vera L. M., del Giorgio Paul, Roland Fábio. Carbon emission from hydroelectric reservoirs linked to reservoir age and latitude // Nature Geoscience. — 2011. — jul. — Vol. 4, no. 9. — P. 593–596. — URL: http://www.nature.com/doifinder/10.1038/ngeo1211.

96. Barskov K.V., Chernyshev R.V., Stepanenko V.M., Repina I.A., Artamonov A.Yu., Guseva S.P., Gavrikov A.V. Experimental study of heat and momentum exchange between a forest lake and the atmosphere in winter // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. — 2017. — Vol. 96, no. 1. — P. 012003.

97. Bastviken David, Cole Jonathan J, Pace Michael L, de Bogert Matthew C. Fates of methane from different lake habitats: Connecting whole-lake budgets and CH4 emissions // Journal of Geophysical Research: Biogeo-

sciences. — 2008. — Vol. 113, no. G2. — P. G02024. — URL: http://dx.doi.org/10.1029/2007JG000608.

98. Bastviken David, Ejlertsson Jörgen, Tranvik Lars. Measurement of Methane Oxidation in Lakes: A Comparison of Methods // Environmental Science & Technology. — 2002. — Vol. 36, no. 15. — P. 3354–3361. — URL: http://dx.doi.org/10.1021/es010311p.

99. Bastviken David, Tranvik Lars J, Downing John A, Crill Patrick M, Enrich-Prast Alex. Freshwater Methane Emissions Offset the Continental Carbon Sink // Science. — 2011. — Vol. 331, no. 6013. — P. 50. — URL: http://www.sciencemag.org/content/331/6013/50.abstract.

100. Baumert H. Z., Peters H. Turbulence closure: turbulence, waves and the wave-turbulence transition – Part 1: Vanishing mean shear // Ocean Science. — 2009. — Vol. 5. — P. 47–58.

101. Bazhin N.M. Gas transport in a residual layer of a water basin // Chemosphere - Global Change Science. — 2001. — Vol. 3, no. 1. — P. 33 – 40.

102. Bazhin N.M. Theoretical consideration of methane emission from sediments // Chemosphere. — 2003. — jan. — Vol. 50, no. 2. — P. 191–200. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045653502004794.

103. Beaulieu Jake J., McManus Michael G., Nietch Christopher T. Estimates of reservoir methane emissions based on a spatially balanced probabilistic-survey // Limnology and Oceanography. — 2016. — nov. — Vol. 61, no. S1. — P. S27–S40. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/lno.10284.

104. Beletsky Dmitry, Schwab David, McCormick Michael. Modeling the 1998–2003 summer circulation and thermal structure in Lake Michigan // Journal of Geophysical Research. — 2006. — oct. — Vol. 111, no. C10. — P. C10010. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2005JC003222.

105. Beljaars A. C. M., Holtslag A. A. M. Flux Parameterization over Land Surfaces for Atmospheric Models // Journal of Applied Meteorology. — 1991. —

Vol. 30, no. 3. — P. 327–341. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0450(1991)030%3C0327%3AFPOLSF%3E2.0.CO%3B2.

106. Bernad Francesc, Casas Sandra, Gibert Oriol, Akbarzadeh Aliakbar, Cortina José Luis, Valderrama César. Salinity gradient solar pond: Validation and simulation model // Solar Energy. — 2013. — Vol. 98. — P. 366–374. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038092X13004052.

107. Beyrich Frank, Leps Jens-Peter, Mauder Matthias, Bange Jens, Foken Thomas, Huneke Sven, Lohse Horst, Lüdi Andreas, Meijninger Wouter M. L. et al. Area-Averaged Surface Fluxes Over the Litfass Region Based on Eddy-Covariance Measurements // Boundary-Layer Meteorology. — 2006. — Vol. 121, no. 1. — P. 33–65. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s10546-006-9052-x.

108. Beyrich Frank, Mengelkamp Heinz-Theo. Evaporation over a Heterogeneous Land Surface: EVA_GRIPS and the LITFASS-2003 Experiment—An Overview // Boundary-Layer Meteorology. — 2006. — Vol. 121, no. 1. — P. 5–32. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s10546-006-9079-z.

109. Blees Jan, Niemann Helge, Erne Markus, Zopfi Jakob, Schubert Carsten J., Lehmann Moritz F. Spatial variations in surface water methane supersaturation and emission in Lake Lugano, southern Switzerland // Aquatic Sciences. — 2015. — Vol. 77, no. 4. — P. 535–545. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s00027-015-0401-z.

110. Boegman L., Ivey G. N., Imberger J. The degeneration of internal waves in lakes with sloping topography // Limnology and Oceanography. — 2005a. — Vol. 50, no. 5. — P. 1620–1637. — URL: http://research-repository.uwa.edu.au/en/publications/the-degeneration-of-internal-waves-in-lakes-with-sloping-topography(29bbd852-.html.

111. Boegman L., Ivey G. N., Imberger J. The energetics of large-scale internal wave degeneration in lakes // Journal of Fluid Mechanics. — 2005b. — Vol.

531. — P. 159–180. — URL: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112005003915.

112. Bogomolov V., Stepanenko V., Volodin E. Development of lake parametrization in the INMCM climate model // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. — 2016. — Vol. 48, no. 1. — P. 12005.

113. Bonan Gordon B. Sensitivity of a GCM Simulation to Inclusion of Inland Water Surfaces // Journal of Climate. — 1995. — nov. — Vol. 8, no. 11. — P. 2691–2704. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0442{%}281995{%}29008{%}3C2691{%}3ASOAGST{%}3E2.0.CO{%}3B2.

114. Borrel Guillaume, Jézéquel Didier, Biderre-Petit Corinne, Morel-Desrosiers Nicole, Morel Jean-Pierre, Peyret Pierre, Fonty Gérard, Lehours Anne-Catherine. Production and consumption of methane in freshwater lake ecosystems. // Research in microbiology. — 2011. — Vol. 162, no. 9. — P. 832–847. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0923250811001094.

115. Burchard Hans. Applied Turbulence Modelling in Marine Waters. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2002a. — Vol. 100 of Lecture Notes in Earth Sciences. — P. 229. — ISBN: 978-3-540-43795-6. — URL: http://link.springer.com/10.1007/3-540-45419-5.

116. Burchard Hans. Energy-conserving discretisation of turbulent shear and buoyancy production // Ocean Modelling. — 2002b. — Vol. 4, no. 3. — P. 347–361.

117. Burchard H., Baumert H. On the performance of a mixed-layer model based on the k-epsilon turbulence closure // J. Geophys. Res. — 1995. — Vol. 100. — P. 8523–8540.

118. Burchard Hans, Petersen Ole. Models of turbulence in the marine environment —a comparative study of two-equation turbulence models // Journal of Marine Systems. — 1999. — Vol. 21, no. 1-4. — P. 29–53. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924796399000044.

119. Burnett Adam W., Kirby Matthew E., Mullins Henry T., Patterson William P. Increasing Great Lake–Effect Snowfall during the Twentieth Century: A Regional Response to Global Warming? // Journal of Climate. — 2003. — nov. — Vol. 16, no. 21. — P. 3535–3542. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0442(2003)016{%}3C3535:IGLSDT{%}3E2.0.CO;2.

120. Businger J. A., Wyngaard J. C., Izumi Y., Bradley E. F. Flux-Profile Relationships in the Atmospheric Surface Layer // Journal of the Atmospheric Sciences. — 1971. — Vol. 28, no. 2. — P. 181–189. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469(1971)028%3C0181%3AFPRITA%3E2.0.CO%3B2.

121. Butler James N. Carbon Dioxide Equilibria and Their Applications. — CRC Press, 1991. — P. 272. — ISBN: 9780873716246.

122. Camacho A. On the occurrence and ecological features of deep chlorophyll maxima (DCM) in Spanish stratified lakes // Limnetica. — 2006. — Vol. 25. — P. 453–478.

123. Cantin Ariane, Beisner Beatrix E, Gunn John M, Prairie Yves T, Winter Jennifer G. Effects of thermocline deepening on lake plankton communities // Can. J. Fish. Aquat. — 2011. — Vol. 68. — P. 260–276.

124. Canuto V. M., Howard A., Cheng Y., Dubovikov M. S. Ocean Turbulence. Part I: One-Point Closure Model—Momentum and Heat Vertical Diffusivities // Journal of Physical Oceanography. — 2001. — Vol. 31, no. 6. — P. 1413–1426. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0485%282001%29031%3C1413%3AOTPIOP%3E2.0.CO%3B2.

125. Carmack Eddy C., Weiss Ray F. Convection in Lake Baikal: An Example of Thermobaric Instability // Deep Convection and Deep Water Formation in the Oceans. — Elsevier, 1991. — P. 215–228. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0422989408700692.

126. Casper P. Methane production in lakes of different trophic state // Arch. Hydrobiol. Beih. Ergebn. Limnol. — 1992. — Vol. 37. — P. 149–154.

127. Chan On Chim, Claus Peter, Casper Peter, Ulrich Andreas, Lueders Tillmann, Conrad Ralf. Vertical distribution of structure and function of the methanogenic archaeal community in Lake Dagow sediment. // Environmental microbiology. — 2005. — Vol. 7, no. 8. — P. 1139–49. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/16011751.

128. Choulga Margarita, Kourzeneva Ekaterina, Zakharova Elena, Doganovsky Arkady. Estimation of the mean depth of boreal lakes for use in numerical weather prediction and climate modelling // Tellus A. — 2014. — mar. — Vol. 66. — URL: http://www.tellusa.net/index.php/tellusa/article/view/21295/33008.

129. Clapp R.B., Hornberger G.M. Empirical equations for some soil hydraulic properties // Water Resources Research. — 1978. — Vol. 14, no. 4. — P. 601–604.

130. Cole Jonathan J, Caraco Nina F. Atmospheric exchange of carbon dioxide in a low-wind oligotrophic lake measured by the addition of SF6 // Limnology and Oceanography. — 1998. — Vol. 43, no. 4. — P. 647–656.

131. Comer Neil T., McKendry Ian G. Observations and numerical modelling of Lake Ontario breezes // Atmosphere-Ocean. — 1993. — dec. — Vol. 31, no. 4. — P. 481–499. — URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07055900.1993.9649482.

132. Conrad R. Contribution of hydrogen to methane production and control of hydrogen concentrations in methanogenic soils and sediments // FEMS Microbiology Ecology. — 1999. — Vol. 28, no. 3. — P. 193–202. — URL: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1574-6941.1999.tb00575.x.

133. Côté Jean, Konrad Jean-Marie. A generalized thermal conductivity model for soils and construction materials // Canadian Geotechnical Journal. — 2005a. — Vol. 42, no. 2. — P. 443–458. — URL: http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/t04-106#.VWcyS3WUfCI.

134. Côté Jean, Konrad Jean-Marie. Thermal conductivity of base-course materials // Canadian Geotechnical Journal. — 2005. — febb. — Vol. 42,

no. 1. — P. 61–78. — URL: http://www.nrcresearchpress.com/doi/abs/10.1139/t04-081.

135. Craig P.D., Banner M.L. Modelling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer // J. Phys. Oceanogr. — 1994. — Vol. 24. — P. 2546–2559.

136. Csanady G. T. Large-scale motion in the Great Lakes // Journal of Geophysical Research. — 1967. — Vol. 72, no. 16. — P. 4151–4162. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/JZ072i016p04151.

137. Csanady G. T. On the Structure of Transient Upwelling Events // Journal of Physical Oceanography. — 1982. — Vol. 12, no. 1. — P. 84–96. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0485%281982%29012%3C0084%3AOTSOTU%3E2.0.CO%3B2.

138. Dagurova O. P., Namsaraev B. B., Kozyreva L. P., Zemskaya T. I., Dulov L. E. Bacterial Processes of the Methane Cycle in Bottom Sediments of Lake Baikal // Microbiology. — 2004. — Vol. 73, no. 2. — P. 202–210. — URL: http://link.springer.com/10.1023/B:MICI.0000023990.71983.c1.

139. Daldorph P. W. G., Lees M. J., Wheater H. S., Chapra S. C. Integrated Lake and Catchment Phosphorus Model- A Eutrophication Management Tool. I: Model Theory // Water and Environment Journal. — 2001. — jul. — Vol. 15, no. 3. — P. 174–181. — URL: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1747-6593.2001.tb00329.x.

140. Damm E., Helmke E., Thoms S., Schauer U., Nöthig E., Bakker K., Kiene R. P. Methane production in aerobic oligotrophic surface water in the central Arctic Ocean // Biogeosciences. — 2010. — Vol. 7, no. 3. — P. 1099–1108. — URL: http://www.biogeosciences.net/7/1099/2010/bg-7-1099-2010.html.

141. Dankwerts P.V. Significance of liquid-film coefficients in gas absorption // Industrial and Engineering Chemistry. — 1951. — Vol. 43, no. 6. — P. 1460–1467.

142. D'Asaro Eric A., Lien Ren-Chieh. The Wave–Turbulence Transition for Stratified Flows // Journal of Physical Oceanogra-

phy. — 2000. — jul. — Vol. 30, no. 7. — P. 1669–1678. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0485{%}282000{%}29030{%}3C1669{%}3ATWTTFS{%}3E2.0.CO{%}3B2.

143. Deardorff J. W. The countergradient heat flux in the lower atmosphere and in the laboratory // J. Atmos. Sci. — 1966. — Vol. 23. — P. 503.

144. Deemer Bridget R., Harrison John A., Li Siyue, Beaulieu Jake J., DelSontro Tonya, Barros Nathan, Bezerra-Neto José F., Powers Stephen M., dos Santos Marco A., Vonk J. Arie. Greenhouse Gas Emissions from Reservoir Water Surfaces: A New Global Synthesis // BioScience. — 2016. — nov. — Vol. 66, no. 11. — P. 949–964. — URL: https://academic.oup.com/bioscience/article-lookup/doi/10.1093/biosci/biw117.

145. Defant A. Physical Oceanography. Volume II. — Pergamon Press, 1961. — P. 598.

146. Deutzmann Jörg S, Schink Bernhard. Anaerobic oxidation of methane in sediments of Lake Constance, an oligotrophic freshwater lake. // Applied and environmental microbiology. — 2011. — Vol. 77, no. 13. — P. 4429–4436. — URL: http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=3127698&tool=pmcentrez&rendertype=abstract.

147. Biosphere–Atmosphere Transfer Scheme (BATS) Version 1e as coupled to the NCAR Community Climate Model. Technical report : / NCAR ; Executor: R. E. Dickinson, A. Henderson-Sellers, P. J. Kennedy. — Boulder : 1993. — P. 72.

148. Diekert Gabriele, Wohlfarth Gert. Metabolism of homoacetogens // Antonie van Leeuwenhoek. — 1994. — Vol. 66, no. 1-3. — P. 209–221. — URL: http://link.springer.com/10.1007/BF00871640.

149. Dingman S. L., Weeks W. F., Yen Y. C. The effects of thermal pollution on river ice conditions // Water Resources Research. — 1968. — Vol. 4, no. 2. — P. 349–362. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/WR004i002p00349.

150. Downing J. A., Prairie Y. T., Cole J. J., Duarte C. M., Tranvik L. J., Striegl R. G., McDowell W. H., Kortelainen P., Caraco N. F., Melack J. M.

The global abundance and size distribution of lakes, ponds, and impoundments // Limnology and Oceanography. — 2006. — Vol. 51, no. 5. — P. 2388–2397. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2006.51.5.2388.

151. Dutra E., Stepanenko V.M., Balsamo G., Viterbo P., Miranda P.M.A., Mironov D., Schär C. An offline study of the impact of lakes on the performance of the ECMWF surface scheme // Boreal Environment Research. — 2010. — Vol. 15. — P. 100–112.

152. Ecology of Meromictic Lakes / Ed. by Ramesh D. Gulati, Egor S. Zadereev, Andrei G. Degermendzhi. — 1 edition. — Springer International Publishing, 2017. — P. 405. — ISBN: 978-3-319-49141-7.

153. Eddy Covariance / Ed. by Marc Aubinet, Timo Vesala, Dario Papale. — Dordrecht : Springer Netherlands, 2012. — P. 438. — ISBN: 978-94-007-2350-4. — URL: http://link.springer.com/10.1007/978-94-007-2351-1.

154. Eerola Kalle, Rontu Laura, Kourzeneva Ekaterina, Pour Homa Kheyrollah, Duguay Claude. Impact of partly ice-free Lake Ladoga on temperature and cloudiness in an anticyclonic winter situation – a case study using a limited area model // Tellus A. — 2014. — Vol. 66. — URL: http://www.tellusa.net/index.php/tellusa/article/view/23929/xml.

155. Elo Aija-Riitta P. The energy balance and vertical thermal structure of two small boreal lakes in summer // Boreal Environment Research. — 2007. — Vol. 12. — P. 585–600.

156. Effect of lateral wind on uniform channel flow : Rep. / Inst. Of Hydrodynamic and Hydraulic Engr., Tech. Univ. of Denmark ; Executor: F. Engelund : 1978.

157. Eppley R.W. Temperature and phytoplankton growth in the sea // Fish. Bull. Nat. Ocean. Atmos. Adm. — 1972. — Vol. 70. — P. 1063–1085.

158. Fairall C. W., Bradley E. F., Godfrey J. S., Wick G. A., Edson J. B., Young G. S. Cool-skin and warm-layer effects on sea surface temperature // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 1996. — Vol. 101, no. C1. — P. 1295–1308. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/95JC03190.

159. Fan Yalin, Ginis Isaac, Hara Tetsu. Momentum Flux Budget across the Air–Sea Interface under Uniform and Tropical Cyclone Winds // Journal of Physical Oceanography. — 2010. — Vol. 40, no. 10. — P. 2221–2242. — URL: https://doi.org/10.1175/2010JPO4299.1.

160. Fang Xing, Jiang Liping, Jacobson Peter, Fang Nancy. Simulation and Validation of Cisco Habitat in Minnesota Lakes Using the Lethal-Niche-Boundary Curve // British Journal of Environment and Climate Change. — 2014. — jan. — Vol. 4, no. 4. — P. 444–470. — URL: http://www.sciencedomain.org/abstract.php?iid=857{&}id=10{&}aid=7011.

161. Fang Xing, Stefan Heinz G. Long-term lake water temperature and ice cover simulations/measurements // Cold Regions Science and Technology. — 1996. — Vol. 24, no. 3. — P. 289–304. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0165232X95000198.

162. Fang Xing, Stefan Heinz G. Simulations of climate effects on water temperature, dissolved oxygen, and ice and snow covers in lakes of the contiguous U.S. under past and future climate scenarios // Limnology and Oceanography. — 2009. — nov. — Vol. 54, no. 6part2. — P. 2359–2370. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2009.54.6{_}part{_}2.2359.

163. Foken Thomas. The energy balance closure problem: an overview // Ecological Applications. — 2008. — Vol. 18, no. 6. — P. 1351–1367. — URL: http://www.esajournals.org/doi/abs/10.1890/06-0922.1.

164. Foken T., Wimmer F., Mauder M., Thomas C., Liebethal C. Some aspects of the energy balance closure problem // Atmospheric Chemistry and Physics. — 2006. — Vol. 6, no. 12. — P. 4395–4402. — URL: http://www.atmos-chem-phys.net/6/4395/2006/.

165. Forbes Gregory S., Merritt Jonathan H., Forbes Gregory S., Merritt Jonathan H. Mesoscale Vortices over the Great Lakes in Wintertime // Monthly Weather Review. — 1984. — feb. — Vol. 112, no. 2. — P. 377–381. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493{%}281984{%}29112{%}3C0377{%}3AMVOTGL{%}3E2.0.CO{%}3B2.

166. Fricker P. D., Nepf H. M. Bathymetry, stratification, and internal seiche structure // Journal of Geophysical Research. — 2000. — Vol. 105, no. C6. — P. 14237. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2000JC900060.

167. Futter M. N., Starr M., Forsius M., Holmberg M. Modelling the effects of climate on long-term patterns of dissolved organic carbon concentrations in the surface waters of a boreal catchment // Hydrology and Earth System Sciences. — 2008. — Vol. 12, no. 2. — P. 437–447. — URL: http://www.hydrol-earth-syst-sci.net/12/437/2008/.

168. Galperin B., Kantha L. H., Hassid S., Rosati A. A Quasi-equilibrium Turbulent Energy Model for Geophysical Flows // Journal of the Atmospheric Sciences. — 1988. — Vol. 45, no. 1. — P. 55–62. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469(1988)045%3C0055%3AAQETEM%3E2.0.CO%3B2.

169. Gas Transfer at Water Surfaces / Ed. by M. A. Donelan, W. M. Drennan, E. S. Saltzman, R. Wanninkhof. Geophysical Monograph Series. — Washington, D. C. : American Geophysical Union, 2002. — P. 383. — ISBN: 9781118668634. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/GM127.

170. Gaudard Adrien, Schwefel Robert, Vinnå Love Råman, Schmid Martin, Wüest Alfred, Bouffard Damien. Optimizing the parameterization of deep mixing and internal seiches in one-dimensional hydrodynamic models: a case study with Simstrat v1.3 // Geoscientific Model Development. — 2017. — sep. — Vol. 10, no. 9. — P. 3411–3423. — URL: https://www.geosci-model-dev.net/10/3411/2017/.

171. Gill A.E. Atmosphere-ocean dynamics. — Academic Press, 1982. — P. 662.

172. Glazunov A., Rannik Ü., Stepanenko V., Lykosov V., Auvinen M., Vesala T., Mammarella I. Large-eddy simulation and stochastic modeling of Lagrangian particles for footprint determination in the stable boundary layer // Geoscientific Model Development. — 2016. — aug. — Vol. 9, no. 9. — P. 2925–2949. — URL: http://www.geosci-model-dev.net/9/2925/2016/.

173. Goh Gahyun, Noh Yign. Influence of the Coriolis force on the formation of a seasonal thermocline // Ocean Dynamics. — 2013. — 10. — Vol. 63,

no. 9-10. — P. 1083–1092. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s10236-013-0645-x.

174. Goudsmit G.-H., Burchard H., Peeters F., Wüest A. Application of k-ϵ turbulence models to enclosed basins: The role of internal seiches // Journal of Geophysical Research. — 2002. — Vol. 107, no. C12. — P. 3230. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2001JC000954.

175. Goyette Stéphane, McFarlane N.A., Flato Gregory M. Application of the Canadian regional climate model to the Laurentian great lakes region: Implementation of a lake model // Atmosphere-Ocean. — 2000. — sep. — Vol. 38, no. 3. — P. 481–503. — URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/07055900.2000.9649657.

176. Grant R.F. Simulation of methanogenesis in the mathematical model Ecosys // Soil Biology and Biochemistry. — 1998. — Vol. 30, no. 7. — P. 883–896. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038071797002186.

177. Grant R.F. Simulation of methanotrophy in the mathematical model Ecosys // Soil Biology and Biochemistry. — 1999. — Vol. 31, no. 2. — P. 287–297. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038071798001199.

178. Grant R.F., Juma N.G., McGill W.B. Simulation of carbon and nitrogen transformations in soil: Mineralization // Soil Biology and Biochemistry. — 1993. — Vol. 25, no. 10. — P. 1317–1329. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003807179390046E.

179. Grant R. F., Roulet N. T. Methane efflux from boreal wetlands: Theory and testing of the ecosystem model Ecosys with chamber and tower flux measurements // Global Biogeochemical Cycles. — 2002. — Vol. 16, no. 4. — P. 2–1–2–16. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2001GB001702.

180. Greene S., Walter Anthony K. M., Archer D., Sepulveda-Jauregui A., Martinez-Cruz K. Modeling the impediment of methane ebullition bubbles by seasonal lake ice // Biogeosciences. — 2014. — dec. — Vol. 11, no. 23. — P. 6791–6811. — URL: http://www.biogeosciences.net/11/6791/2014/.

181. Grim Joseph A., Laird Neil F., Kristovich David A. R., Grim Joseph A., Laird Neil F., Kristovich David A. R. Mesoscale Vortices Embedded within a Lake-Effect Shoreline Band // Monthly Weather Review. — 2004. — sep. — Vol. 132, no. 9. — P. 2269–2274. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493{%}282004{%}29132{%}3C2269{%}3AMVEWAL{%}3E2.0.CO{%}3B2.

182. Grossart Hans-Peter, Frindte Katharina, Dziallas Claudia, Eckert Werner, Tang Kam W. Microbial methane production in oxygenated water column of an oligotrophic lake. // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. — 2011. — dec. — Vol. 108, no. 49. — P. 19657–61. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/22089233http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=PMC3241779.

183. Guerrero José-Luis, Pernica Patricia, Weather Howard, Mackay Murray, Spence Chris. Parameter sensitivity analysis of a 1-D cold region lake model for land-surface schemes // Hydrology and Earth System Sciences. — 2017. — P. 6345–6362. — URL: https://www.hydrol-earth-syst-sci.net/21/6345/2017/hess-21-6345-2017.html.

184. Guseva S., Stepanenko V., Shurpali N., Marushchak M.E., Biasi C., Lind S.E. Numerical simulation of methane emission from subarctic lake in Komi Republic (Russia) // Geography, Environment, Sustainability. — 2016. — Vol. 2, no. 9. — P. 58–74.

185. Hanson Paul C., Pollard Amina I., Bade Darren L., Predick Katie, Carpenter Stephen R., Foley Jonathan A. A model of carbon evasion and sedimentation in temperate lakes // Global Change Biology. — 2004. — Vol. 10, no. 8. — P. 1285–1298. — URL: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1529-8817.2003.00805.x.

186. Hantush M M. Modeling nitrogen carbon cycling and oxygen consumption in bottom sediments // Advances in Water Resources. — 2007. — Vol. 30. — P. 59–79.

187. Hari Pertti, Kulmala Markku. Station for Measuring Ecosystem-Atmosphere Relations (SMEAR II) // Boreal Environment Research. — 2005. — Vol. 10. — P. 315–322.

188. Harrison John A, Deemer Bridget R, Birchfield M Keith, O 'malley Maria T. Reservoir Water-Level Drawdowns Accelerate and Amplify Methane Emission // Environmental Science & Technology. — 2016. — Vol. 51. — P. 1267–1277. — URL: http://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1021/acs.est.6b03185.

189. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Technical report : / Deutches Hydrographisches Institut ; Executor: K. Hasselmann, T.P. Barnett, E. Bouws et al. — none : 1973. — P. 1–95.

190. Hedderich Reiner, Whitman William B. Physiology and Biochemistry of the Methane-Producing Archaea // Prokaryotes. — 2006. — P. 1050–1079.

191. Heiskanen J.J., Mammarella I., Ojala A., Stepanenko V., Erkkilä K.-M., Miettinen H., Sandström H., Eugster W., Leppäranta M. et al. Effects of water clarity on lake stratification and lake-atmosphere heat exchange // Journal of Geophysical Research: Atmospheres. — 2015. — Vol. 120. — P. 7412–7428. — URL: http://dx.doi.org/10.1002/2014JD022938.

192. Heiskanen Jouni J., Mammarella Ivan, Haapanala Sami, Pumpanen Jukka, Vesala Timo, MacIntyre Sally, Ojala Anne. Effects of cooling and internal wave motions on gas transfer coefficients in a boreal lake // Tellus B. — 2014. — Vol. 66. — URL: http://www.tellusb.net/index.php/tellusb/article/view/22827/xml.

193. Henderson-Sellers B. New formulation of eddy diffusion thermocline models // Appl. Math. Modelling. — 1985. — Vol. 9. — P. 441–446.

194. Hodges Ben R., Imberger Jörg, Saggio Angelo, Winters K. B. Modeling basin-scale internal waves in a stratified lake // Limnol. Oceanogr. — 2000. — Vol. 45, no. 7. — P. 1603–1620. — URL: http://www.aslo.org/lo/toc/vol{_}45/issue{_}7/1603.html.

195. Hodges Jonathan L. A Model of the Diurnal Variation in Lake Surface Temperature : Ph. D. thesis / Jonathan L. Hodges ; Clemson University. — 2014. — P. 124.

196. Holton J.R. An Introduction to Dynamic Meteorology. — Academic Press, 2004. — P. 535.

197. Hondzo Midhat, Stefan Heinz G. Lake Water Temperature Simulation Model // Journal of Hydraulic Engineering. — 1993. — 11. — Vol. 119, no. 11. — P. 1251–1273. — URL: http://ascelibrary.org/doi/10.1061/{%}28ASCE{%}290733-9429{%}281993{%}29119{%}3A11{%}281251{%}29.

198. Horn D. A., Imberger J., Ivey G. N. The degeneration of large-scale interfacial gravity waves in lakes // Journal of Fluid Mechanics. — 2001. — Vol. 434, no. 01. — P. 181–207. — URL: http://adsabs.harvard.edu/abs/2001JFM...434..181H.

199. Horn W., Mortimer C.H., Schwab D.J. Wind-induced internal seiches in Lake Zurich observed and modeled1 // Limnology and Oceanography. — 1986. — nov. — Vol. 31, no. 6. — P. 1232–1254. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.1986.31.6.1232.

200. Hostetler S. W., Bartlein P. J. Simulation of lake evaporation with application to modeling lake level variations of Harney-Malheur Lake, Oregon // Water Resources Research. — 1990. — Vol. 26, no. 10. — P. 2603–2612. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/WR026i010p02603.

201. Hostetler S. W., Bates G. T., Giorgi F. Interactive coupling of a lake thermal model with a regional climate model // Journal of Geophysical Research: Atmospheres. — 1993. — mar. — Vol. 98, no. D3. — P. 5045–5057. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/92JD02843.

202. Huotari Jussi, Ojala Anne, Peltomaa Elina, Nordbo Annika, Launiainen Samuli, Pumpanen Jukka, Rasilo Terhi, Hari Pertti, Vesala Timo. Long-term direct CO_2 flux measurements over a boreal lake: Five years of eddy covariance data // Geophysical Research Letters. — 2011. — Vol. 38, no. 18. — P. L18401. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2011GL048753.

203. Huotari J., Ojala A., Peltomaa E., Pumpanen J., Hari P., Vesala T. Temporal variations in surface water CO_2 concentration in a boreal humic lake based on high-frequency measurements. // Boreal Environment Research. — 2009. — Vol. 14. — P. 48–60.

204. Hutchinson G.E., Löffler H. The thermal classification of lakes // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. — 1956. — Vol. 42, no. 2. — P. 84–86.

205. Hutter Kolumban, Wang Yongqi, Chubarenko Irina P. Physics of Lakes. Volume 2: Lakes as Oscillators. — 1 edition. — Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2011. — P. LXVIII, 646. — ISBN: 978-3-642-19111-4. — URL: http://www.springer.com/us/book/9783642191114.

206. Huttunen J T, Väisänen T S, Hellsten S K, Martikainen P J. Methane fluxes at the sediment-water interface in some boreal lakes and reservoirs // Boreal Env. Res. — 2006. — Vol. 11. — P. 27–34.

207. Hydrodynamics of lakes / Ed. by Kolumban Hutter. — Wien : Springer-Verlag, 1984. — P. 341. — ISBN: 978-3-211-81812-1.

208. Imberger Jörg, Patterson John C. Physical Limnology // Physical Limnology / Ed. by John W Hutchinson, Theodore Y Wu. — Elsevier, 1989. — Vol. 27 of Advances in Applied Mechanics. — P. 303–475. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0065215608701996.

209. IPCC. Climate change 2013. The physical science basis. Working group 1 contribution to the Firth assessment report of the Intergovernmental panel on climate change. — Cambridge, New York : Cambridge University Press, 2013. — P. 1535. — URL: http://www.climatechange2013.org/.

210. Jamialahmadi M., Branch C., Müller-Steinhagen J. Terminal bubble rise velocity in liquids // Trans. Inst. Chem. Eng. — 1994. — Vol. 72. — P. 119–122.

211. Janssen Annette B. G., Arhonditsis George B., Beusen Arthur, Bolding Karsten, Bruce Louise, Bruggeman Jorn, Couture Raoul-Marie, Downing Andrea S., Alex Elliott J. et al. Exploring, exploiting and evolving diversity of aquatic ecosystem models: a community perspective //

Aquatic Ecology. — 2015. — sep. — Vol. 49, no. 4. — P. 513–548. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s10452-015-9544-1.

212. Jin Hyojin, Yoon Tae Kyung, Lee Seung-Hoon, Kang Hojeong, Im Jungho, Park Ji-Hyung. Enhanced greenhouse gas emission from exposed sediments along a hydroelectric reservoir during an extreme drought event // Environmental Research Letters. — 2016. — dec. — Vol. 11, no. 12. — P. 124003. — URL: http://stacks.iop.org/1748-9326/11/i=12/a=124003?key=crossref.c85ac2ca605bb07139af90aa59124ac2.

213. Johansen O. Thermal conductivity of soils : Ph. D. thesis / O. Johansen ; University of Trondheim. — 1975.

214. Jöhnk K.D., Umlauf L. Modelling the metalimnetic oxygen minimum in a medium sized alpine lake // Ecological Modelling. — 2001. — Vol. 136, no. 1. — P. 67–80.

215. Jöhnk Klaus D. 1-D-hydrodynamische Modelle in der Limnophysik: Turbulenz-Meromixis-Sauerstoff (Habilitation) : Ph. D. thesis / Klaus D Jöhnk ; Technical University, Darmstadt. — 2000. — P. 235. — URL: http://tubiblio.ulb.tu-darmstadt.de/7602/.

216. Jöhnk K. D. Heat balance of open water bodies // Water Encyclopedia / Ed. by J.H. Lehr, J. Keeley. — Wiley and Sons, 2005. — P. 190–193.

217. Jöhnk Klaus D., Huisman Jef, Sharples Jonathan, Sommeijer Ben, Visser Petra M., Stroom Jasper M. Summer heatwaves promote blooms of harmful cyanobacteria // Global Change Biology. — 2008. — Vol. 14, no. 3. — P. 495–512. — URL: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1365-2486.2007.01510.x.

218. Juutinen S., Rantakari M., Kortelainen P., Huttunen J. T., Larmola T., Alm J., Silvola J., Martikainen P. J. Methane dynamics in different boreal lake types // Biogeosciences. — 2009. — Vol. 6, no. 2. — P. 209–223. — URL: http://www.biogeosciences.net/6/209/2009/.

219. Kalecsinsky A. Über die ungarischen warmen und heissen Kochsalzseen als natürliche Wärmeakkumulatoren, sowie über die Herstellung von war-

men Salzseen und Wärmeakkumulatoren // Zeitschrift für anorganische Chemie. — 1902. — Vol. 31, no. 1. — P. 408–416. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/zaac.19020310122.

220. Kanari S. The long-period internal waves in Lake Biwa // Limnol. Oceanogr. — 1975. — Vol. 20, no. 4. — P. 544–553.

221. Kankaala Paula, Huotari Jussi, Peltomaa Elina, Saloranta Tuomo, Ojala Anne. Methanotrophic activity in relation to methane efflux and total heterotrophic bacterial production in a stratified, humic, boreal lake // Limnology and Oceanography. — 2006. — Vol. 51, no. 2. — P. 1195–1204. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2006.51.2.1195.

222. Kaserer H. Ueber die Oxydation des Wasserstofes und des Methane durch Mikroorganismen // Z. landw. Versuchsw. Osterreich. — 1905. — Vol. 8. — P. 789–792.

223. Kato H., Phillips O. M. On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid // Journal of Fluid Mechanics. — 1969. — jul. — Vol. 37, no. 04. — P. 643. — URL: http://www.journals.cambridge.org/abstract{_}S0022112069000784.

224. Keller L.V., Fridman A.A. Differentialgleichung fuer die turbulente Bewegung einer kompressiblen Fluessigkeit // Proc. 1st Intern. Congr. Appl. Mech. — Delft, 1924. — P. 395–405.

225. Kelley D.E., Fernando H.J.S., Gargett A.E., Tanny J., Özsoy E. The diffusive regime of double-diffusive convection // Progress in Oceanography. — 2003. — Vol. 56, no. 3. — P. 461–481.

226. Kessler M. A., Plug L. J., Walter Anthony K. M. Simulating the decadal-to millennial-scale dynamics of morphology and sequestered carbon mobilization of two thermokarst lakes in NW Alaska // Journal of Geophysical Research: Biogeosciences. — 2012. — Vol. 117, no. G2. — P. G00M06. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2011JG001796.

227. Kiirikki Mikko, Lehtoranta Jouni, Inkala Arto, Pitkänen Heikki, Hietanen Susanna, Hall Per O.J., Tengberg Anders, Koponen Jorma,

Sarkkula Juha. A simple sediment process description suitable for 3D-ecosystem modelling — Development and testing in the Gulf of Finland // Journal of Marine Systems. — 2006. — Vol. 61, no. 1. — P. 55–66. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924796306000546.

228. Kirillin G.B., Forrest A.L., Graves K., Fischer A., Engelhardt C., Laval B.E. Axisymmetric circulation driven by marginal heating in ice-covered lakes // Geophysical Research Letters. — 2015a. — Vol. 42. — P. 2893–2900. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/2014GL062180.

229. Kirillin G., Hochschild J., Mironov D., Terzhevik A., Golosov S., Nützmann G. FLake-Global: Online lake model with worldwide coverage // Environmental Modelling & Software. — 2011. — Vol. 26, no. 5. — P. 683–684. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364815210003245.

230. Kirillin G, Lorang M S, Lippmann T C, Gotschalk C C, Schimmelpfennig S. Surface seiches in Flathead Lake // Hydrol. Earth Syst. Sci. — 2015b. — Vol. 19. — P. 2605–2615. — URL: www.hydrol-earth-syst-sci.net/19/2605/2015/.

231. Kirillin G., Shatwell T. Generalized scaling of seasonal thermal stratification in lakes // Earth-Science Reviews. — 2016. — oct. — Vol. 161. — P. 179–190. — URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012825216302379?via{%}3Dihub.

232. Kirillin Georgiy, Terzhevik Arkady. Thermal instability in freshwater lakes under ice: Effect of salt gradients or solar radiation? // Cold Regions Science and Technology. — 2011. — Vol. 65, no. 2. — P. 184–190.

233. Kishi Michio J., Kashiwai Makoto, Ware Daniel M., Eslinger David L., Noguchi-Aita Maki, Azumaya Tomonori, Fujii Masahiko, Hashimoto Shinji, Huang Daji et al. NEMURO—a lower trophic level model for the North Pacific marine ecosystem // Ecological Modelling. — 2007. — Vol. 202, no. 1. — P. 12–25.

234. Koizumi Yoshikazu, Takii Susumu, Nishino Machiko, Nakajima Takuo. Vertical distributions of sulfate-reducing bacteria and methane-producing ar-

chaea quantified by oligonucleotide probe hybridization in the profundal sediment of a mesotrophic lake. // FEMS microbiology ecology. — 2003. — Vol. 44, no. 1. — P. 101–8. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/19719655.

235. Kondratyev S.A., Alyabina G.A., Bovykin I.V., Sorokin I.N. Total organic carbon load on the Gulf of Finland from its Russian catchment area // Proc. Estonian Acad. Sci. Biol. Ecol. — 2004. — Vol. 53, no. 2. — P. 106–115.

236. Kondratyev S.A., Golosov S.D. Catchment-lake system modeling: problems and solutions // New Trends in Hydrology / Ed. by R. Gaudio. — 2004. — P. 161–168.

237. Kuhn W. Evaporation from Lake Zuerich calculated from climate data and the heat budget // Vierteljahrschrift der natur- forschenden Gesellschaft in Zürich. — 1978. — Vol. 123. — P. 261–283.

238. Laird Neil F., Kristovich David A. R., Laird Neil F., Kristovich David A. R. Comparison of Observations with Idealized Model Results for a Method to Resolve Winter Lake-Effect Mesoscale Morphology // Monthly Weather Review. — 2004. — may. — Vol. 132, no. 5. — P. 1093–1103. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493{%}282004{%}29132{%}3C1093{%}3ACOOWIM{%}3E2.0.CO{%}3B2.

239. Laird Neil F., Walsh John E., Kristovich David A. R., Laird Neil F., Walsh John E., Kristovich David A. R. Model Simulations Examining the Relationship of Lake-Effect Morphology to Lake Shape, Wind Direction, and Wind Speed // Monthly Weather Review. — 2003. — sep. — Vol. 131, no. 9. — P. 2102–2111. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493{%}282003{%}29131{%}3C2102{%}3AMSETRO{%}3E2.0.CO{%}3B2.

240. Lamb H. Hydrodynamics. — New York : Dover Publications, 1932.

241. Large W. G., McWilliams J. C., Doney S. C. Oceanic vertical mixing: A review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization // Reviews of Geophysics. — 1994. — Vol. 32, no. 4. — P. 363. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/94RG01872.

242. Laval B., Hodges B.R., Imberger J. Numerical diffusion in 3D, hydrostatic, z-level lake models // Journal of Hydraulic Engineering ASCE. — 2003. — Vol. 129. — P. 215–224.

243. Lawrence S.P., Hogeboom K., Le Core H.L. A three-dimensional general circulation model of the surface layers of Lake Baikal // Hydrobiologia. — 2002. — Vol. 487, no. 1. — P. 95–110.

244. Le Moigne Patrick, Colin Jeanne, Decharme Bertrand. Impact of lake surface temperatures simulated by the FLake scheme in the CNRM-CM5 climate model // Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography. — 2016. — dec. — Vol. 68, no. 1. — P. 31274. — URL: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.3402/tellusa.v68.31274.

245. Lemmin U., Mortimer C. H., Bäuerle E. Internal seiche dynamics in Lake Geneva // Limnology and Oceanography. — 2005. — jan. — Vol. 50, no. 1. — P. 207–216. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2005.50.1.0207.

246. Leonardi Dean. Internal and Surface Waves in a Two-Layer Fluid : Doctor of Philosophy in Mathematics / Dean Leonardi ; University of Illinois at Chicago. — 2011. — P. 76.

247. Lewis W. M. Jr. A revised classification of lakes based on mixing // Can. J. Fish. Aquat.Sci. — 1983. — Vol. 40. — P. 1779–1787.

248. Li Z., Ao Y., Lyu S., Lang J., Wen L., Stepanenko V., Meng X., Zhao L. Investigation of the ice surface albedo in the Tibetan Plateau lakes based on the field observation and MODIS products // Journal of Glaciology. — 2018. — P. 506–516.

249. Lidstrom M E, Somers L. Seasonal study of methane oxidation in lake washington. // Applied and environmental microbiology. — 1984. — Vol. 47, no. 6. — P. 1255–1260. — URL: http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=240212&tool=pmcentrez&rendertype=abstract.

250. Liikanen A., Huttunen J. T., Valli K., Martikainen P. J. Methane cycling in the sediment and water column of mid-boreal hyper-eutrophic Lake Kevaton,

Finland // Archiv fur Hydrobiologie. — 2002a. — Vol. 154, no. 4. — P. 585–603.

251. Liikanen Anu, Murtoniemi Timo, Tanskanen Heikki, Väisänen Tero, Martikainen Pertti J. Effects of temperature and oxygen availability on greenhouse gas and nutrient dynamics in sediment of a eutrophic mid-boreal lake // Biogeochemistry. — 2002b. — Vol. 59, no. 3. — P. 269–286. — URL: http://dx.doi.org/10.1023/A%3A1016015526712.

252. Lin Pengzhi. Numerical Modeling of Water Waves. — Taylor & Francis, 2008. — P. 494. — ISBN: 0-203-93775-9.

253. Lin Weiqi, Sanford Lawrence P, Suttles Steven E, Valigura Richard. Drag Coefficients with Fetch-Limited Wind Waves // Journal of Physical Oceanography. — 2002. — Vol. 32, no. 11. — P. 3058–3074. — URL: https://doi.org/10.1175/1520-0485(2002)032⟨3058:DCWFLW⟩2.0.CO;2.

254. Livingstone David M., Imboden Dieter M. Annual heat balance and equilibrium temperature of Lake Aegeri, Switzerland // Aquatic Sciences. — 1989. — Vol. 51, no. 4. — P. 351–369. — URL: http://link.springer.com/10.1007/BF00877177.

255. Ljungemyr Patrick, Gustafsson Nils, Omstedt Andreas. Parameterization of lake thermodynamics in a high-resolution weather forecasting model // Tellus A. — 1996. — Vol. 48. — P. 608–621.

256. Long Z., Perrie W., Gyakum J., Caya D., Laprise R., Long Z., Perrie W., Gyakum J., Caya D., Laprise R. Northern Lake Impacts on Local Seasonal Climate // Journal of Hydrometeorology. — 2007. — aug. — Vol. 8, no. 4. — P. 881–896. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/JHM591.1.

257. Lovley Derek R., Klug Michael J. Model for the distribution of sulfate reduction and methanogenesis in freshwater sediments // Geochimica et Cosmochimica Acta. — 1986. — Vol. 50, no. 1. — P. 11–18. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0016703786900438.

258. COHERENS - A coupled hydrodynamical-ecological model for regional and shelf seas: user documentation : Rep. / MUMM, Management Unit of the Mathematical Models of the North Sea ; Executor: P. J. Luyten, J. E. Jones, R. Proctor et al. : 1999. — P. 911.

259. Lykossov V.N. The momentum turbulent counter-gradient transport in jet-lake flows // Advances in Atmospheric Sciences. — 1992. — Vol. 9, no. 2. — P. 191–200.

260. MacIntyre Sally, Clark Jordan F., Jellison Robert, Fram J.P. Turbulent mixing induced by nonlinear internal waves in Mono Lake, California // Limnology and Oceanography. — 2009. — Vol. 54, no. 6. — P. 2255–2272. — URL: http://aslo.org:8081/lo/toc/vol_54/issue_6/2255.pdf.

261. MacIntyre Sally, Jonsson Anders, Jansson Mats, Aberg Jan, Turney Damon E, Miller Scott D. Buoyancy flux, turbulence, and the gas transfer coefficient in a stratified lake // Geophysical Research Letters. — 2010. — Vol. 37, no. 24. — P. L24604. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2010GL044164.

262. Mackay Eleanor B., Jones Ian D., Thackeray Stephen J., Folkard Andrew M. Spatial heterogeneity in a small, temperate lake during archetypal weak forcing conditions // Fundamental and Applied Limnology / Archiv für Hydrobiologie. — 2011. — apr. — Vol. 179, no. 1. — P. 27–40. — URL: http://openurl.ingenta.com/content/xref?genre=article{&}issn=1863-9135{&}volume=179{&}issue=1{&}spage=27.

263. Makhov G A, Bazhin N M. Methane emission from lakes // Chemosphere. — 1999. — Vol. 38, no. 6. — P. 1453–1459. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045653598005475.

264. Mammarella Ivan, Nordbo Annika, Rannik Üllar, Haapanala Sami, Levula Janne, Laakso Heikki, Ojala Anne, Peltola Olli, Heiskanen Jouni et al. Carbon dioxide and energy fluxes over a small boreal lake in Southern Finland // Journal of Geophysical Research: Biogeosciences. — 2015. — P. 1296–1314. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/2014JG002873.

265. Manrique-Suñén Andrea, Nordbo Annika, Balsamo Gianpaolo, Beljaars Anton, Mammarella Ivan. Representing Land Surface Heterogeneity: Offline Analysis of the Tiling Method // Journal of Hydrometeorology. — 2013. — Vol. 14, no. 3. — P. 850–867. — URL: http://dx.doi.org/10.1175/JHM-D-12-0108.1.

266. Marchenko A. V., Morozov E. G. Seiche oscillations in Lake Valunden (Spitsbergen) // Russ. J. Earth. Sci. — 2016. — Vol. 16. — P. ES2003.

267. Markfort C. D., Porté-Agel F., Stefan H. G. Canopy-wake dynamics and wind sheltering effects on Earth surface fluxes // Environmental Fluid Mechanics. — 2013. — Vol. 14, no. 3. — P. 663–697. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s10652-013-9313-4.

268. Martinez-Cruz K., Sepulveda-Jauregui A., Walter Anthony K., Thalasso F. Geographic and seasonal variation of dissolved methane and aerobic methane oxidation in Alaskan lakes // Biogeosciences. — 2015. — Vol. 12, no. 15. — P. 4595–4606. — URL: http://www.biogeosciences.net/12/4595/2015/bg-12-4595-2015.html.

269. Martynov Andrey, Sushama Laxmi, Laprise René, Winger Katja, Dugas Bernard. Interactive lakes in the Canadian Regional Climate Model, version 5: the role of lakes in the regional climate of North America // Tellus A. — 2012. — Vol. 64. — URL: http://www.tellusa.net/index.php/tellusa/article/view/16226/xml.

270. Matveeva Tatiana, Savvichev Alexander, Semenova Anastasiia, Logvina Elizaveta, Kolesnik Alexander, Bosin Alexander. Source, Origin, and Spatial Distribution of Shallow Sediment Methane in the Chukchi Sea // Oceanography. — 2015. — sep. — Vol. 28, no. 3. — P. 202–217. — URL: http://tos.org/oceanography/article/source-origin-and-spatial-distribution-of-shallow-sediment-methane-in-the-c.

271. Mauder Matthias, Liebethal Claudia, Göckede Mathias, Leps Jens-Peter, Beyrich Frank, Foken Thomas. Processing and quality control of flux data during LITFASS-2003 // Boundary-Layer Meteorology. — 2006. —

Vol. 121, no. 1. — P. 67–88. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s10546-006-9094-0.

272. Maxwell Deborah, Deborah. A Rainfall - Runoff Model for the Highly Regulated Lake Taupo Catchment, Using a Constrained Ensemble Kalman Filter to Improve the Accuracy and Reliability of Model Output : Ph. D. thesis / Deborah Maxwell, Deborah ; University of Wellington. — Victoria University of Wellington, 2013. — URL: http://hdl.handle.net/10063/2703.

273. McCutcheon S.C., Martin J.L., Barnwell T.O. Water Quality // Handbook of Hydrology. — 1993. — P. 11.11–11.73.

274. McGinnis D.F., Greinert J., Artemov Y., Beaubien S.E., Wüest A. The fate of rising methane bubbles in stratified waters: what fraction reaches the atmosphere? // Journal of Geophysical Research. — 2006. — Vol. 111. — P. C09007.

275. McGinnis Daniel F., Flury Sabine, Tang Kam W., Grossart Hans-Peter, Grossart H.-P. Porewater methane transport within the gas vesicles of diurnally migrating Chaoborus spp.: An energetic advantage // Scientific Reports. — 2017. — mar. — Vol. 7. — P. 44478. — URL: http://www.nature.com/articles/srep44478.

276. Megard R.O., Tonkyn D.W., Senft W.H. Kinetics of oxygenic photosynthesis in planktonic algae // Journal of Plankton Research. — 1984. — jana. — Vol. 6, no. 2. — P. 325–337. — URL: https://academic.oup.com/plankt/article-lookup/doi/10.1093/plankt/6.2.325.

277. Megard R O, Tonkyn D W, Senft W H. Kinetics of oxygenic photosynthesis in planktonic algae // Journal of Plankton Research. — 1984b. — Vol. 6, no. 2. — P. 325–337. — URL: http://plankt.oxfordjournals.org/content/6/2/325.abstract.

278. Mellor G, Yamada T. Development of a turbulence closure for geophysical fluid problems // Rev. Geophys. and Space Phys. — 1982. — Vol. 20, no. 4. — P. 851–875.

279. Mellor G. L. Retrospect on oceanic boundary layer modeling and second moment closure // Parameterization of Small–Scale Processes; Proc. of the Aha Hulikoa Hawaiian Winter Workshop / Ed. by P. Müller, D. Henderson. — Honolulu : Univ. of Hawaii at Manoa, 1989. — P. 251–271.

280. Melton J. R., Wania R., Hodson E. L., Poulter B., Ringeval B., Spahni R., Bohn T., Avis C. A., Beerling D. J. et al. Present state of global wetland extent and wetland methane modelling: conclusions from a model intercomparison project (WETCHIMP) // Biogeosciences. — 2013. — Vol. 10, no. 2. — P. 753–788. — URL: http://www.biogeosciences.net/10/753/2013/bg-10-753-2013.html.

281. Merian J.R. Ueber die Bewegung tropfbarer Flüssigkeiten in Gefässen [On the motion of drippable liquids in containers : Ph. D. thesis / J.R. Merian ; Basel: Schweighauser. — 1828.

282. Messager Mathis Loïc, Lehner Bernhard, Grill Günther, Nedeva Irena, Schmitt Oliver, Schmied H. Muller, Bastviken D., Tranvik L. J., Downing J. A. et al. Estimating the volume and age of water stored in global lakes using a geo-statistical approach // Nature Communications. — 2016. — dec. — Vol. 7. — P. 13603. — URL: http://www.nature.com/doifinder/10.1038/ncomms13603.

283. Miettinen Heli, Pumpanen Jukka, Heiskanen Jouni J, Aaltonen Hermanni, Mammarella Ivan, Ojala Anne, Levula Janne, Rantakari Miitta. Towards a more comprehensive understanding of lacustrine greenhouse gas dynamics — two-year measurements of concentrations and fluxes of CO_2 , CH_4 and N_2O in a typical boreal lake surrounded by managed forests // Boreal Env. Res. — 2015. — Vol. 20, no. 1. — P. 75–89.

284. Miles J.W. On the stability of heterogeneous shear flows // J. Fluid Mech. — 1961. — Vol. 10, no. 2. — P. 496–508.

285. Parameterization of lakes in numerical weather prediction. Description of a lake model. Technical report : / Deutscher Wetterdienst ; Executor: D.V. Mironov : 2008. — P. 41.

286. Mironov Dmitrii, Heise Erdmann, Kourzeneva Ekaterina, Ritter Bodo. Implementation of the lake parameterisation scheme FLake into the numerical weather prediction model COSMO // Boreal Environment Research. — 2010. — Vol. 15, no. 2. — P. 218–230.

287. Mohammadi B., Pironneau O. Analysis of the K-Epsilon Turbulence Model. — Wiley and Sons, 1994. — P. 194.

288. Moncrieff J.B., Clement R., Finnigan J., Meyers T. Averaging detrending and filtering of eddy covariance time series / J.B. Moncrieff, R. Clement, J. Finnigan, T. Meyers // Handbook of Micrometeorology: A Guide for Surface Flux Measurements. — Dordrecht : Kluwer Academic, 2004. — P. 7–31.

289. Monismith Stephen G. Wind-forced motions in stratified lakes and their effect on mixed-layer shear // Limnology and Oceanography. — 1985. — Vol. 30, no. 4. — P. 771–783. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.1985.30.4.0771.

290. Mortimer C. H. The resonant response of stratified lakes to wind // Schweizerische Zeitschrift für Hydrologie. — 1953. — jun. — Vol. 15, no. 1. — P. 94–151. — URL: http://link.springer.com/10.1007/BF02486219.

291. Münnich Matthias. The influence of bottom topography on internal seiches in stratified media // Dynamics of Atmospheres and Oceans. — 1996. — jan. — Vol. 23, no. 1-4. — P. 257–266. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377026595004394.

292. Münnich M., Wüest A., Imboden D. M. Observations of the second vertical mode of the internal seiche in an alpine lake // Limnology and Oceanography. — 1992. — Vol. 37, no. 8. — P. 1705–1719. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.1992.37.8.1705.

293. Nordbo Annika, Launiainen Samuli, Mammarella Ivan, Leppäranta Matti, Huotari Jussi, Ojala Anne, Vesala Timo. Long-term energy flux measurements and energy balance over a small boreal lake using eddy covariance technique // Journal of Geophysical Research. — 2011. —

Vol. 116, no. D2. — P. D02119. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2010JD014542.

294. Novo-Uzal Esther, Pomar Federico, Gómez Ros Laura V., Espiñeira Jose M., Ros Barceló Alfonso. Lignins - Biosynthesis, Biodegradation and Bioengineering / Esther Novo-Uzal, Federico Pomar, Laura V. Gómez Ros et al. — Elsevier, 2012. — Vol. 61 of Advances in Botanical Research. — P. 309–350. — ISBN: 9780124160231. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780124160231000094.

295. Technical description of version 4.0 of the Community Land Model (CLM). Technical report : / NCAR ; Executor: K. W. Oleson, D. M. Lawrence, G. B. Bonan et al. : 2010. — P. 257.

296. Omstedt Anders. Guide to Process Based Modeling of Lakes and Coastal Seas. — Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2011. — P. 258. — ISBN: 978-3-642-17727-9.

297. O'Reilly Catherine M., Sharma Sapna, Gray Derek K., Hampton Stephanie E., Read Jordan S., Rowley Rex J., Schneider Philipp, Lenters John D., McIntyre Peter B. et al. Rapid and highly variable warming of lake surface waters around the globe // Geophysical Research Letters. — 2015. — dec. — Vol. 42, no. 24. — P. 10,773–10,781. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/2015GL066235.

298. Osudar Roman, Liebner Susanne, Alawi Mashal, Yang Sizhong, Bussmann Ingeborg, Wagner Dirk. Methane turnover and methanotrophic communities in arctic aquatic ecosystems of the Lena Delta, Northeast Siberia // FEMS Microbiology Ecology. — 2016. — aug. — Vol. 92, no. 8. — P. fiw116. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/27230921https://academic.oup.com/femsec/article-lookup/doi/10.1093/femsec/fiw116.

299. Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. — McGraw-Hil edition. — New York, 1980. — P. 197.

300. Patterson J. C., Hamblin P. F., Imberger J. Classification and dynamic simulation of the vertical density structure of lakes // Limnology and

Oceanography. — 1984. — Vol. 29, no. 4. — P. 845–861. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.1984.29.4.0845.

301. Paulson C. A. The Mathematical Representation of Wind Speed and Temperature Profiles in the Unstable Atmospheric Surface Layer // Journal of Applied Meteorology. — 1970. — Vol. 9, no. 6. — P. 857–861. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0450(1970)009%3C0857:TMROWS%3E2.0.CO;2.

302. Pedlosky J. Geophysical fluid dynamics. — Springer, 1979. — P. 624.

303. Perroud Marjorie, Goyette Stéphane, Martynov Andrey, Beniston Martin, Anneville Orlane. Simulation of multiannual thermal profiles in deep Lake Geneva: A comparison of one-dimensional lake models // Limnology and Oceanography. — 2009. — Vol. 54, no. 5. — P. 1574–1594. — URL: http://www.aslo.org/lo/toc/vol_54/issue_5/1574.html.

304. Piccolroaz Sebastiano, Toffolon Marco. Deep water renewal in Lake Baikal: A model for long-term analyses // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2013. — dec. — Vol. 118, no. 12. — P. 6717–6733. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/2013JC009029.

305. Piccolroaz S, Toffolon M, Majone B. A simple lumped model to convert air temperature into surface water temperature in lakes // Hydrol. Earth Syst. Sci. — 2013. — Vol. 17. — P. 3323–3338. — URL: www.hydrol-earth-syst-sci.net/17/3323/2013/.

306. Podgrajsek E., Sahlée E., Bastviken D., Holst J., Lindroth A., Tranvik L., Rutgersson A. Comparison of floating chamber and eddy covariance measurements of lake greenhouse gas fluxes // Biogeosciences. — 2014. — aug. — Vol. 11, no. 15. — P. 4225–4233. — URL: http://www.biogeosciences.net/11/4225/2014/.

307. Poole H. H., Atkins W. R. G. Photo-electric Measurements of Submarine Illumination throughout the Year // Journal of the Marine Biological Association of the United Kingdom. — 1929. — Vol. 16, no. 01. — P. 297. — URL: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0025315400029829.

308. Prandtl L. Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz // Nachr. Akad. Wiss. Göttingen. — 1945. — P. 6–19.

309. Price James F. On the scaling of stress-driven entrainment experiments // Journal of Fluid Mechanics. — 1979. — feb. — Vol. 90, no. 03. — P. 509. — URL: http://www.journals.cambridge.org/abstract{_}S0022112079002366.

310. Proudman J. On the Dynamical Equations of the Tides: Part II.—Flat Seas // Proc. London Math. Soc. — 1920. — Vol. 18, no. 1. — P. 1–20.

311. Queck Ronald, Bernhofer Christian, Bienert Anne, Schlegel Fabian. The TurbEFA Field Experiment—Measuring the Influence of a Forest Clearing on the Turbulent Wind Field // Boundary-Layer Meteorology. — 2016. — sep. — Vol. 160, no. 3. — P. 397–423. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s10546-016-0151-z.

312. Quiros Rolando. Relationships between air temperature, depth, nutrients, and chlorophyll in 103 Argentinian lakes // Verh. Internat. Verein. Limnol. — 1988. — Vol. 23. — P. 647–658.

313. Rabl Ari, Nielsen Carl E. Solar ponds for space heating // Solar Energy. — 1975. — Vol. 17, no. 1. — P. 1–12. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0038092X75900110.

314. Rao Desiraju B. Free gravitational oscillations in rotating rectangular basins // Journal of Fluid Mechanics. — 1966. — Vol. 25, no. 03. — P. 523. — URL: http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112066000235.

315. Rasilo Terhi, Ojala Anne, Huotari Jussi, Pumpanen Jukka. Rain Induced Changes in Carbon Dioxide Concentrations in the Soil–Lake–Brook Continuum of a Boreal Forested Catchment // Vadose Zone Journal. — 2012. — Vol. 11, no. 2. — URL: https://www.soils.org/publications/vzj/abstracts/11/2/vzj2011.0039.

316. Raymond Peter A, Hartmann Jens, Lauerwald Ronny, Sobek Sebastian, McDonald Cory, Hoover Mark, Butman David, Striegl Robert, Mayorga Emilio et al. Global carbon dioxide emissions from inland waters. // Nature. —

2013. — nov. — Vol. 503, no. 7476. — P. 355–9. — URL: http://dx.doi.org/10.1038/nature12760.

317. Read Jordan S., Winslow Luke A., Hansen Gretchen J.A., Van Den Hoek Jamon, Hanson Paul C., Bruce Louise C., Markfort Corey D. Simulating 2368 temperate lakes reveals weak coherence in stratification phenology // Ecological Modelling. — 2014. — Vol. 291. — P. 142–150.

318. World Disasters Report 2014: focus on culture and risk : Rep. / International Federation of Red Cross and Red Crescent Societies ; Executor: RedCross. — Geneva : 2014.

319. Reeves Heather Dawn, Dawson Daniel T. The Dependence of QPF on the Choice of Microphysical Parameterization for Lake-Effect Snowstorms // Journal of Applied Meteorology and Climatology. — 2013. — feb. — Vol. 52, no. 2. — P. 363–377. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/JAMC-D-12-019.1.

320. Reffray G, Bourdalle-Badie R, Calone C. Modelling turbulent vertical mixing sensitivity using a 1-D version of NEMO // Geosci. Model Dev. — 2015. — Vol. 8. — P. 69–86. — URL: www.geosci-model-dev.net/8/69/2015/.

321. Repina I., Artamonov A., Chukharev A., Esau I., Goryachkin Y., Kuzmin A., Pospelov M., Sadovsky I., Smirnov M. Air-sea interaction under low and moderate winds in the Black sea coastal // Estonian Journal of Engineering. — 2012. — Vol. 18, no. 2. — P. 89–101.

322. Roberti Débora R., de Campos Velho Haroldo F., Degrazia Gervásio A. Identifying Counter-Gradient term in atmospheric convective boundary layer // Inverse Problems in Science and Engineering. — 2004. — jun. — Vol. 12, no. 3. — P. 329–339. — URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10682760310001598607.

323. Rodi W. Turbulence Models and their Application in Hydraulics - a State of the Art Review. — 3 edition. — Rotterdam, 1993. — P. 124.

324. Roget Elena, Khimchenko Elizaveta, Forcat Francesc, Zavialov Peter. The internal seiche field in the changing South Aral Sea (2006–2013) // Hydrol-

ogy and Earth System Sciences. — 2017. — feb. — Vol. 21, no. 2. — P. 1093–1105. — URL: http://www.hydrol-earth-syst-sci.net/21/1093/2017/.

325. Rontu Laura, Eerola Kalle, Kourzeneva Ekaterina, Vehviläinen Bertel. Data assimilation and parametrisation of lakes in HIRLAM // Tellus A. — 2012. — Vol. 64. — URL: http://www.tellusa.net/index.php/tellusa/article/view/17611/xml.

326. Rooney Gabriel Gerard, Bornemann Jorge Francisco. The performance of FLake in the Met Office Unified Model // Tellus A. — 2013. — dec. — Vol. 65, no. 1. — URL: http://www.tellusa.net/index.php/tellusa/article/view/21363/31178.

327. Roslev P., King Gary M. Regulation of methane oxidation in a freshwater wetland by water table changes and anoxia // FEMS Microbiology Ecology. — 1996. — feb. — Vol. 19, no. 2. — P. 105–115. — URL: http://doi.wiley.com/10.1016/0168-6496(95)00084-4.

328. Rucinski Daniel K, Beletsky Dmitry, Depinto Joseph V, Schwab David J, Scavia Donald. A simple 1-dimensional, climate based dissolved oxygen model for the central basin of Lake Erie // Journal of Great Lakes Research. — 2010. — Vol. 36. — P. 465–476.

329. Rueda Francisco J., Schladow S. Geoffrey. Surface seiches in lakes of complex geometry // Limnology and Oceanography. — 2002. — may. — Vol. 47, no. 3. — P. 906–910. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2002.47.3.0906.

330. Rukhovets Leonid, Filatov Nikolai. Ladoga and Onego - Great European Lakes. — 1 edition. — Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 2010. — P. 308. — ISBN: 9783642260902.

331. Sabrekov A.F., Runkle B.R.K., Glagolev M.V., Terentieva I.E., Stepanenko V.M., Kotsyurbenko O.R., Maksyutov S.S., Pokrovsky O.S. Variability in methane emissions from West Siberia's shallow boreal lakes on a regional scale and its environmental controls // Biogeosciences. — 2017. — Vol. 14, no. 15. — P. 3715–3742.

332. Sadovnichy V., Tikhonravov A., Voevodin Vl., Opanasenko V. Lomonosov: Supercomputing at Moscow State University / V. Sadovnichy, A. Tikhonravov, Vl. Voevodin, V. Opanasenko // Contemporary High Per formance Computing: From Petascale Toward Exascale. — 2013. — P. 283–307.

333. Saggio Angelo, Imberger Jörg. Mixing and turbulent fluxes in the metalimnion of a stratified lake // Limnology and Oceanography. — 2001. — Vol. 46, no. 2. — P. 392–409. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2001.46.2.0392.

334. Saloranta Tuomo M., Andersen Tom. MyLake—A multi-year lake simulation model code suitable for uncertainty and sensitivity analysis simulations // Ecological Modelling. — 2007. — Vol. 207, no. 1. — P. 45–60.

335. Henry's law constants. Technical report : / Max-Planck Institute of Chemistry ; Executor: R. Sander : 1999. — URL: http://www.henrys-law.org/henry-3.0.pdf.

336. Sander R. Compilation of Henry's law constants (version 4.0) for water as solvent // Atmospheric Chemistry and Physics. — 2015. — Vol. 15, no. 8. — P. 4399–4981. — URL: http://www.atmos-chem-phys.net/15/4399/2015/.

337. Scandella Benjamin P, Varadharajan Charuleka, Hemond Harold F, Ruppel Carolyn, Juanes Ruben. A conduit dilation model of methane venting from lake sediments // Geophysical Research Letters. — 2011. — Vol. 38, no. 6. — P. L06408. — URL: http://dx.doi.org/10.1029/2011GL046768.

338. Schertzer W.M. Heat Balance and Heat Storage Estimates for Lake Erie, 1967 to 1982 // Journal of Great Lakes Research. — 1987. — jan. — Vol. 13, no. 4. — P. 454–467. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0380133087716669.

339. Schilder Jos, Bastviken David, van Hardenbroek Maarten, Kankaala Paula, Rinta Päivi, Stötter Tabea, Heiri Oliver. Spatial heterogeneity and lake morphology affect diffusive greenhouse gas emission estimates of lakes // Geophysical Research Letters. — 2013. — Vol. 40, no. 21. — P. 5752–5756. — URL: http://dx.doi.org/10.1002/2013GL057669.

340. Schulz Silke, Matsuyama Hidetoshi, Conrad Ralf. Temperature dependence of methane production from different precursors in a profundal sediment (Lake Constance) // FEMS Microbiology Ecology. — 1997. — Vol. 22, no. 3. — P. 207–213. — URL: http://doi.wiley.com/10.1111/j.1574-6941.1997.tb00372.x.

341. Schwarz Julia I. K., Eckert Werner, Conrad Ralf. Response of the methanogenic microbial community of a profundal lake sediment (Lake Kinneret, Israel) to algal deposition // Limnology and Oceanography. — 2008. — Vol. 53, no. 1. — P. 113–121. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2008.53.1.0113.

342. Semiletov I.P., Pipko I.I., Pivivarov N.Ya., Popov V.V., Zimov S.A., Voropaev Yu.V., Daviodov S.P. Atmospheric carbon emission from North Asian lakes: a factor of global significance // Atmospheric Environment. — 1996. — Vol. 30, no. 10/11. — P. 1657–1671.

343. Shintani Tetsuya, de la Fuente Alberto, Niño Yarko, Imberger Jörg. Generalizations of the Wedderburn number: Parameterizing upwelling in stratified lakes // Limnology and Oceanography. — 2010. — Vol. 55, no. 3. — P. 1377–1389.

344. Shirtcliffe T. G. L. Lake Bonney, Antarctica: Cause of the elevated temperatures // Journal of Geophysical Research. — 1964. — Vol. 69, no. 24. — P. 5257–5268. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/JZ069i024p05257.

345. Skowron Rajmund, Piasecki Adam. Dynamics of the daily course of water temperature in Polish lakes // Journal of Water and Land Development. — 2016. — Vol. 31. — P. 149–156. — URL: http://www.itp.edu.pl/wydawnictwo/journal;http://www.degruyter.com/view/j/jwld.

346. Sommer Tobias. Double diffusion in lake Kivu : Ph. D. thesis / Tobias Sommer ; ETH-Zürich. — 2013. — P. 169. — URL: https://e-collection.library.ethz.ch/view/eth:8501?q=(keywords{_}en:LAKES).

347. Spigel R.H. Wind mixing in lakes : Ph. D. thesis / R.H. Spigel ; Univ. Calif. — 1978. — P. 274.

348. Spigel Robert H., Priscu John C. Evolution of temperature and salt structure of Lake Bonney, a chemically stratified Antarctic lake // Hydrobiologia. — 1996. — Vol. 321, no. 3. — P. 177–190. — URL: http://link.springer.com/10.1007/BF00143749.

349. St. Louis Vincent L., Kelly Carol A., Duchemin Éric, Rudd John W. M., Rosenberg David M. Reservoir Surfaces as Sources of Greenhouse Gases to the Atmosphere: A Global Estimate // BioScience. — 2000. — Vol. 50, no. 9. — P. 766. — URL: https://academic.oup.com/bioscience/article-lookup/doi/10.1641/0006-3568(2000)050[0766:RSASOG]2.0.CO;2.

350. Stefan Heinz G, Fang Xing. Dissolved oxygen model for regional lake analysis // Ecological Modelling. — 1994. — Vol. 71, no. 1–3. — P. 37–68. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304380094900752.

351. Stepanenko V., Jöhnk K. D., Machulskaya E., Perroud M., Subin Z., Nordbo A., Mammarella I., Mironov D. Simulation of surface energy fluxes and stratification of a small boreal lake by a set of one-dimensional models // Tellus, Series A: Dynamic Meteorology and Oceanography. — 2014. — Vol. 66, no. 1. — URL: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.3402/tellusa.v66.21389.

352. Stepanenko V., Mammarella I., Ojala A., Miettinen H., Lykosov V., Vesala T. LAKE 2.0: a model for temperature, methane, carbon dioxide and oxygen dynamics in lakes // Geoscientific Model Development. — 2016. — Vol. 9, no. 5. — P. 1977–2006. — URL: http://www.geosci-model-dev.net/9/1977/2016/.

353. Stepanenko V.M., Martynov A., Goyette S., Fang X., Perroud M., Mironov D. First steps of a Lake Model Intercomparison Project // Boreal Environment Research. — 2010. — Vol. 15. — P. 191–202.

354. Stepanenko V.M., Martynov A., Jöhnk K.D., Subin Z.M., Perroud M., Fang X., Beyrich F., Mironov D., Goyette S. A one-dimensional model intercomparison study of thermal regime of a shallow, turbid midlatitude lake // Geoscientific Model Development. — 2013. — Vol. 6, no. 4. —

P. 1337–1352. — URL: http://www.geosci-model-dev.net/6/1337/2013/gmd-6-1337-2013.html.

355. Stepanenko V., Repina I.A., Artamonov A., Gorin S., Lykosov V.N., Kulyamin D. Mid-depth temperature maximum in an estuarine lake // Environmental Research Letters. — 2018. — feb. — Vol. 13, no. 3. — P. 035006. — URL: http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-9326/aaad75.

356. Strauss T. Simulation of plankton dynamics and internal nutrient fluxes in a eutrophic shallow lake : Ph. D. thesis / T. Strauss ; Aachen University. — 2009. — P. 244.

357. Striegl Robert G, Michmerhuizen Catherine M, Survey U S Geological. Hydrologic influence on methane and carbon dioxide dynamics at two north-central Minnesota lakes // Limnol. Oceanogr. — 1998. — Vol. 43, no. 7. — P. 1519–1529.

358. Subin Zachary M., Murphy Lisa N., Li Fuyu, Bonfils Céline, Riley William J. Boreal lakes moderate seasonal and diurnal temperature variation and perturb atmospheric circulation: analyses in the Community Earth System Model 1 (CESM1) // Tellus A. — 2012a. — Vol. 64. — URL: http://www.tellusa.net/index.php/tellusa/article/view/15639/xml.

359. Subin Zachary M., Riley William J., Mironov Dmitrii. An improved lake model for climate simulations: Model structure, evaluation, and sensitivity analyses in CESM1 // Journal of Advances in Modeling Earth Systems. — 2012b. — Vol. 4, no. 1. — P. M02001. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2011MS000072.

360. Svensson U. A mathematical model of the seasonal thermocline : PhD / U. Svensson ; Lund Inst. of Technol. — 1978. — P. 187.

361. Tambroni Nicoletta, Blondeaux Paolo, Vittori Giovanna. A simple model of wave–current interaction // J. Fluid Mech. — 2015. — Vol. 775. — P. 328–348.

362. Tan Zeli, Zhuang Qianlai. Arctic lakes are continuous methane sources to the atmosphere under warming conditions // Environmental Research Letters. — 2015a. — Vol. 10, no. 5. — P. 054016. — URL: http://stacks.iop.org/1748-9326/10/i=5/a=054016.

363. Tan Zeli, Zhuang Qianlai. Arctic lakes are continuous methane sources to the atmosphere under warming conditions // Environmental Research Letters. — 2015b. — Vol. 10, no. 5. — P. 054016. — URL: http://stacks.iop.org/1748-9326/10/i=5/a=054016.

364. Tan Zeli, Zhuang Qianlai, Walter Anthony Katey. Modeling methane emissions from arctic lakes: Model development and site-level study // Journal of Advances in Modeling Earth Systems. — 2015. — Vol. 7. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/2014MS000344.

365. Tanentzap Andrew J., Hamilton David P., Yan Norman D. Calibrating the Dynamic Reservoir Simulation Model (DYRESM) and filling required data gaps for one-dimensional thermal profile predictions in a boreal lake // Limnology and Oceanography: Methods. — 2007. — dec. — Vol. 5, no. 12. — P. 484–494. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lom.2007.5.484.

366. Taylor G.I. Tidal oscillations in gulfs and rectangular basins // Proc. London Math. Soc. — 1921. — Vol. 20. — P. 148–181.

367. Thiery Wim, Davin Edouard L., Panitz Hans-Jürgen, Demuzere Matthias, Lhermitte Stef, van Lipzig Nicole, Thiery Wim, Davin Edouard L., Panitz Hans-Jürgen et al. The Impact of the African Great Lakes on the Regional Climate // Journal of Climate. — 2015. — may. — Vol. 28, no. 10. — P. 4061–4085. — URL: http://journals.ametsoc.org/doi/10.1175/JCLI-D-14-00565.1.

368. Thiery Wim, Davin Edouard L., Seneviratne Sonia I., Bedka Kristopher, Lhermitte Stef, van Lipzig Nicole P. M., Cinner J. E., Carpenter H., Thiery W. et al. Hazardous thunderstorm intensification over Lake Victoria // Nature Communications. — 2016. — sep. — Vol. 7. — P. 12786. — URL: http://www.nature.com/doifinder/10.1038/ncomms12786.

369. Thiery W., Stepanenko V., Fang X., Jöhnk K., Li Z., Martynov A., Perroud M., Subin Z., Darchambeau F. et al. LakeMIP Kivu: evaluating the representation of a large, deep tropical lake by a set of one-dimensional lake models // Tellus, Series A: Dynamic Meteorology and Oceanography. — 2014. — Vol. 66.

370. Toffolon Marco, Wüest Alfred, Sommer Tobias. Minimal model for double diffusion and its application to Kivu, Nyos, and Powell Lake // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2015. — Vol. 120, no. 9. — P. 6202–6224. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/2015JC010970.

371. Tokida T., Miyazaki T., Mizoguchi M., Nagata O., Takakai F., Kagemoto a., Hatano R. Falling atmospheric pressure as a trigger for methane ebullition from peatland // Global Biogeochemical Cycles. — 2007. — Vol. 21, no. 2. — P. GB2003. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2006GB002790.

372. Tranvik L.J., Downing J.A., Cotner J.B., Loiselle S.A., Striegl R.G., Ballatore T.J., Dillon P., Knoll L.B., Kutser T. et al. Lakes and reservoirs as regulators of carbon cycling and climate // Limnology and Oceanography. — 2009. — Vol. 54. — P. 2298–2314. — URL: http://depot.knaw.nl/6255/1/Tranvik_ea_4667.pdf.

373. Tsvetova E. A. Mathematical modelling of Lake Baikal hydrodynamics // Hydrobiologia. — 1999. — Vol. 407, no. 0. — P. 37–43. — URL: http://link.springer.com/10.1023/A:1003766220781.

374. Umlauf L., Burchard H. A generic length-scale equation for geophysical turbulence models // Journal of Marine Research. — 2003. — mar. — Vol. 61, no. 2. — P. 235–265. — URL: http://www.ingentaselect.com/rpsv/cgi-bin/cgi?ini=xref{&}body=linker{&}reqdoi=10.1357/002224003322005087.

375. Utsumi Motoo, Yulihiro Nojiri, Nakamura Takeshi, Nozawa Takeshi, Otsuki Akira, Seki Humitake. Oxidation of dissolved methane in a eutrophic, shallow lake: Lake Kasumigaura, Japan // Limnol. Oceanogr. — 1998. — Vol. 43, no. 3. — P. 471–480.

376. Valerio Giulia, Pilotti Marco, Marti Clelia Luisa, rg Imberger Jö. The structure of basin-scale internal waves in a stratified lake in response to lake

bathymetry and wind spatial and temporal distribution: Lake Iseo, Italy // Limnology and Oceanography. — 2012. — may. — Vol. 57, no. 3. — P. 772–786. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2012.57.3.0772.

377. Van Dijk A., Moene A.F., de Bruin H.A.R. The principles of surface flux physics: Theory, practice and description of the ECPACK library. — Wageningen : Wageningen University, 2004. — P. 99.

378. Velmurugan V., Srithar K. Prospects and scopes of solar pond: A detailed review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. — 2008. — Vol. 12, no. 8. — P. 2253–2263.

379. Venayagamoorthy Subhas K., Stretch Derek D. On the turbulent Prandtl number in homogeneous stably stratified turbulence // Journal of Fluid Mechanics. — 2010. — feb. — Vol. 644. — P. 359–369. — URL: http://www.journals.cambridge.org/abstract{_}S002211200999293X.

380. Veronis G. Partition of energy between geostrophic and non-geostrophic oceanic motions // Deep Sea Research (1953). — 1956. — Vol. 3, no. 3. — P. 157–177. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0146631356900016.

381. Vesala Timo, Huotari Jussi, Rannik Üllar, Suni Tanja, Smolander Sampo, Sogachev Andrey, Launiainen Samuli, Ojala Anne. Eddy covariance measurements of carbon exchange and latent and sensible heat fluxes over a boreal lake for a full open-water period // Journal of Geophysical Research. — 2006. — Vol. 111, no. D11. — P. D11101. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2005JD006365.

382. Vickers Dean, Mahrt L. Fetch Limited Drag Coefficients // Boundary-Layer Meteorology. — 1997a. — Vol. 85, no. 1. — P. 53–79. — URL: http://link.springer.com/10.1023/A:1000472623187.

383. Vickers D., Mahrt L. Quality control and flux sampling problems for tower and aircraft data // Atmos. Ocean. Technol. — 1997b. — Vol. 14. — P. 512–526.

384. Walker Robert R., Snodgrass William J. Model for Sediment Oxygen Demand in Lakes // Journal of Environmental Engineering. — 1986. — Vol. 112, no. 1. — P. 25–43. — URL: http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9372(1986)112:1(25).

385. A Process Based Model to Derive Methane Emissions from Natural Wetlands. Technical report : / Max Planck Institut fur Meteorologie ; Executor: B.P. Walter, M. Heimann, R.D. Shannon, J.R. White : 1996.

386. Walter Bernadette P., Heimann Martin. A process-based, climate-sensitive model to derive methane emissions from natural wetlands: Application to five wetland sites, sensitivity to model parameters, and climate // Global Biogeochemical Cycles. — 2000. — Vol. 14, no. 3. — P. 745–765. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/1999GB001204.

387. Walter Katey M, Smith Laurence C, Stuart Chapin F. Methane bubbling from northern lakes: present and future contributions to the global methane budget // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — 2007. — Vol. 365, no. 1856. — P. 1657–1676. — URL: http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/365/1856/1657.abstract.

388. Walter K M, Zimov S A, Chanton J P, Verbyla D, Chapin F S. Methane bubbling from Siberian thaw lakes as a positive feedback to climate warming // Nature. — 2006. — Vol. 443, no. 7107. — P. 71–75. — URL: http://dx.doi.org/10.1038/nature05040.

389. Walter Anthony Katey M., Anthony Peter. Constraining spatial variability of methane ebullition seeps in thermokarst lakes using point process models // Journal of Geophysical Research: Biogeosciences. — 2013. — jul. — P. 1015–1034. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/jgrg.20087.

390. Walter Anthony Katey M., Vas Dragos. A., Brosius Laura, Chapin F. Stuart, Zimov Sergey A., Zhuang Qianlai. Estimating methane emissions from northern lakes using ice-bubble surveys // Limnology and Oceanography: Methods. — 2010. — nov. — Vol. 8, no. 11. — P. 592–609. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lom.2010.8.0592.

391. Wang Peng, Lai Geying, Li Lin. Predicting the Hydrological Impacts of the Poyang Lake Project Using an EFDC Model // Journal of Hydrologic Engineering. — 2015. — dec. — Vol. 20, no. 12. — P. 05015009. — URL: http://ascelibrary.org/doi/10.1061/{%}28ASCE{%}29HE.1943-5584.0001240.

392. Wang Weifeng, Roulet Nigel T., Strachan Ian B., Tremblay Alain. Modeling surface energy fluxes and thermal dynamics of a seasonally ice-covered hydroelectric reservoir // Science of The Total Environment. — 2016. — apr. — Vol. 550. — P. 793–805. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0048969716301048.

393. Wania R. Modelling northern peatland land surface processes, vegetation dynamics and methane emissions // University of Bristol PhD Thesis. — 2007. — P. 140.

394. Wania R., Ross I., Prentice I. C. Integrating peatlands and permafrost into a dynamic global vegetation model: 1. Evaluation and sensitivity of physical land surface processes // Global Biogeochemical Cycles. — 2009. — Vol. 23, no. 3. — P. n/a–n/a. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2008GB003412.

395. Watson Andrea, Stephen Karl D., Nedwell David B., Arah Jonathan R.M. Oxidation of methane in peat: Kinetics of CH4 and O2 removal and the role of plant roots // Soil Biology and Biochemistry. — 1997. — Vol. 29, no. 8. — P. 1257–1267. — URL: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0038071797000163.

396. Webb E.K., Pearman G.I., Leuning R. Correction of flux measurements for density effects due to heat and water vapour transfer // Q. J. R. Met. Soc. — 1980. — Vol. 106. — P. 85–100.

397. Wedderburn E.M. Temperature observation in Loch Earn with a further contribution to the hydrodynamical theory of temperature seiches // Trans. R. Soc. Edinburgh. — 1912. — Vol. 48. — P. 629–695.

398. Theoretical Basis for the CE-QUAL-W2 River Basin Model : Rep. / Portland State University, Department of Civil Engineering ; Executor: S.A. Wells. — Portland : 1997.

399. West J. J., Plug L. J. Time-dependent morphology of thaw lakes and taliks in deep and shallow ground ice // Journal of Geophysical Research. — 2008. — Vol. 113, no. F1. — P. F01009. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2006JF000696.

400. Wetzel R.G. Limnology, Third Edition: Lake and River Ecosystems. — 3 edition. — Academic Press, 2001. — P. 1006. — ISBN: 978-0127447605.

401. Wik Martin, Varner Ruth K., Anthony Katey Walter, MacIntyre Sally, Bastviken David. Climate-sensitive northern lakes and ponds are critical components of methane release // Nature Geoscience. — 2016. — Vol. 9, no. 2. — P. 99–105.

402. Wilcox D.C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models // AIAA Journal. — 1988. — Vol. 26. — P. 1299–1310.

403. Willis G. E., Deardorff J. W. A laboratory model of diffusion into the convective planetary boundary layer // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. — 1976. — apr. — Vol. 102, no. 432. — P. 427–445. — URL: http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49710243212.

404. Wilson Basil W. Seiches // Advances in Hydroscience. — 1972. — Vol. 8. — P. 1–94. — URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780120218080500061.

405. Wilson Kell, Goldstein Allen, Falge Eva, Aubinet Marc, Baldocchi Dennis, Berbigier Paul, Bernhofer Christian, Ceulemans Reinhart, Dolman Han et al. Energy balance closure at FLUXNET sites // Agricultural and Forest Meteorology. — 2002. — Vol. 113, no. 1. — P. 223–243.

406. Wu Jin. Wind stress and surface roughness at air-sea interface // Journal of Geophysical Research. — 1969. — Vol. 74, no. 2. — P. 444–455. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/JB074i002p00444.

407. Wüest Alfred, Lorke Andreas. Small-scale hydrodynamics in lakes // Annual Review of Fluid Mechanics. — 2003. — Vol. 35. — P. 373–412. — URL: http://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.fluid.35.101101.161220.

408. Wüest Alfred, Piepke Gabriel, Van Senden David C. Turbulent kinetic energy balance as a tool for estimating vertical diffusivity in wind-forced stratified waters // Limnology and Oceanography. — 2000. — Vol. 45, no. 6. — P. 1388–1400. — URL: http://doi.wiley.com/10.4319/lo.2000.45.6.1388.

409. Yamamoto A, Yamanaka Y, Tajika E, A. Yamamoto Y. Yamanaka E Tajika. Modeling of methane bubbles released from large sea-floor area: Condition required for methane emission to the atmosphere // Earth and Planetary Science Letters. — 2009. — Vol. 284, no. 3-4. — P. 590–598.

410. Yamanaka Hiroki, Minamoto Toshifumi, Wu Deyi, Kong Hainan, Wei Zhihong, Liu Bin, ichiro Kawabata. Spatial-temporal analysis of water temperatures during spring in Lake Erhai, China: implications for fisheries // Inland Waters. — 2012. — Vol. 2. — P. 129–136.

411. Yurova Alla, Sirin Andrey, Buffam Ishi, Bishop Kevin, Laudon Hjalmar. Modeling the dissolved organic carbon output from a boreal mire using the convection-dispersion equation: Importance of representing sorption // Water Resources Research. — 2008. — jul. — Vol. 44, no. 7. — P. W07411. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2007WR006523.

412. Yvon-Durocher Gabriel, Allen Andrew P, Bastviken David, Conrad Ralf, Gudasz Cristian, St-Pierre Annick, Thanh-Duc Nguyen, del Giorgio Paul A. Methane fluxes show consistent temperature dependence across microbial to ecosystem scales. // Nature. — 2014. — Vol. 507, no. 7493. — P. 488–91. — URL: http://dx.doi.org/10.1038/nature13164.

413. Zeikus J G, Winfrey M R. Temperature limitation of methanogenesis in aquatic sediments. // Applied and environmental microbiology. — 1976. — Vol. 31, no. 1. — P. 99–107. — URL: http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=169725&tool=pmcentrez&rendertype=abstract.

414. Zheng L., Yapa P. D. Modeling gas dissolution in deepwater oil/gas spills // J. Mar. Syst. — 2002. — Vol. 31. — P. 299–309.

415. Zhuang Q., Melillo J. M., Kicklighter D. W., Prinn R. G., McGuire A. D., Steudler P. A., Felzer B. S., Hu S. Methane fluxes between terrestrial ecosystems and the atmosphere at northern high latitudes during the past

century: A retrospective analysis with a process-based biogeochemistry model // Global Biogeochemical Cycles. — 2004. — sep. — Vol. 18, no. 3. — P. GB3010. — URL: http://doi.wiley.com/10.1029/2004GB002239.

416. Zilitinkevich S. S., Elperin T., Kleeorin N., Rogachevskii I., Esau I. A Hierarchy of Energy- and Flux-Budget (EFB) Turbulence Closure Models for Stably-Stratified Geophysical Flows // Boundary-Layer Meteorology. — 2012. — Vol. 146, no. 3. — P. 341–373. — URL: http://link.springer.com/10.1007/s10546-012-9768-8.

Приложение А

Уравнение теплопроводности при использовании нормированной движущейся системы координат

Рассмотрим уравнение теплопроводности в неподвижной системе координат

$$c_w \rho_{w0} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \lambda \frac{\partial T}{\partial z}, \tag{A.1}$$

где c_w – теплоемкость, ρ_{w0} – плотность среды, T – температура, λ – коэффициент теплопроводности, z – пространственная координата с неподвижным началом отсчёта. Пусть z^* – вертикальная координата относительно движущейся со скоростью $a(t)$ свободной поверхности водоема, так что

$$z^* = z + \int_0^t a(t')dt'. \tag{A.2}$$

Заметим, что $a(t) \doteq B_w = r - E$ есть водный баланс на поверхности водоема, м/с (r – осадки, E – испарение). Выведем уравнение (A.1) в системе координат (z^*,t^*), где $t^* = t$. Координаты (z^*,t^*) независимы, поскольку

$$J\left(z^*,t^*\right) = \frac{\partial z^*}{\partial t}\frac{\partial t^*}{\partial z} - \frac{\partial z^*}{\partial z}\frac{\partial t^*}{\partial t} = -1 \neq 0. \tag{A.3}$$

Очевидно, что

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t^*} + B_w \frac{\partial}{\partial z^*}, \tag{A.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z^*}. \tag{A.5}$$

Подставляя эти выражения в (A.1) и для краткости опуская звездочки, находим

$$c_w \rho_{w0} \left[\frac{\partial T}{\partial t} + B_w \frac{\partial T}{\partial z}\right] = \frac{\partial}{\partial z} \lambda \frac{\partial T}{\partial z}. \tag{A.6}$$

Второй член слева имеет смысл адвекции тепла, поскольку при переходе в движущуюся систему координат все частицы жидкости приобретают дополнитель-

ную скорость $a(t) = B_w$. Теперь можно перейти в уравнении (A.6) к нормированной системе координат $t' = t$, $\xi = z/h(t)$, $J\,(t',\xi) = h^{-1}(t)$, где $h(t)$ – глубина водоема (для краткости опуская штрихи):

$$c_w\rho_{w0}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{h^2}\frac{\partial}{\partial \xi}\lambda\frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{c_w\rho_{w0}}{h}\left[\xi\frac{dh}{dt} - B_w\right]\frac{\partial T}{\partial \xi}. \tag{A.7}$$

Приложение Б

Одномерные модели водоема, участвовавшие в проекте LakeMIP

Модель FLake. В модели FLake (Fresh-water Lake model (Mironov et al., 2010; Kirillin et al., 2011)) вертикальный столб воды разделяется на два слоя: перемешанный слой, характеризующийся однородной температурой и толщиной, и термоклин, в котором нормированная температура является функцией нормированной глубины (т.е. имеет место т.н. самоподобие профиля температуры (Китайгородский и Миропольский, 1970)). Подстановка этой функции в уравнение притока тепла с радиационным источником приводит к обыкновенным дифференциальным уравнениям относительно глубины и температуры перемешанного слоя, температуры на дне и т.н. фактора формы профиля температуры в термоклине. Этим обеспечивается вычислительная простота модели. Вертикальное распределение температуры в донных отложениях, слоях льда и снега также рассчитывается с использованием гипотезы самоподобия. Нисходящий поток коротковолновой радиации не разделяется на видимую и инфракрасную часть, как, например, в модели LAKE; альбедо применяется к полному потоку, а проникшая под поверхность часть потока ослабляется с глубиной по закону Бэра-Ламберта. В модели FLake, закон Бэра-Ламберта может использоваться независимо до восьми спектральных интервалов; в экспериментах проекта LakeMIP коэффициент ослабления был задан одинаковым для всех интервалов, как это предполагается в других моделях. Турбулентные потоки в приводном слое рассчитываются согласно теории Монина-Обухова, с учётом ряда особенностей озёр, в частности, зависимости коэффициента шероховатости от разгона ветра. Использование модели FLake для ряда небольших водоёмов показало, что она довольно успешно воспроизводит суточный и сезонный ход температуры поверхности (Mironov, 2008).

Модель CLM4-LISSS. Модель CLM4-LISSS (Community Land Model 4 Lake, Ice, Snow, and Sediment Simulator (Subin et al., 2012a)) использует исходный программный код модели Хостетлера (Hostetler and Bartlein, 1990). Здесь яв-

но решается уравнение теплопроводности в слоях снега, льда, воды, донных отложений и материнской породы. Коэффициент турбулентной теплопроводности рассчитывается согласно Б.Хендерсон-Селлерс (Henderson-Sellers, 1985); реализовано также конвективное приспособление, параметризация перемешивания трёхмерными циркуляциями (Fang and Stefan, 1996) и молекулярная теплопроводность. Описание переноса радиации осуществлено аналогично модели LAKE. Турбулентные потоки явного, скрытого тепла и импульса в атмосферу вычисляются по параметризации приземного слоя модели CLM4 (Oleson et al., 2010).

Модель MINLAKE96. Одномерная термодинамическая модель MINLAKE96 (Fang and Stefan, 1996) с блоком оценки качества воды и явным описанием процессов формирования ледяного покрова была преимущественно адаптирована на наборе озёр северных штатов США. Модель сформулирована относительно горизонтально осреднённых термодинамических величин. Особенностью модели является использование фонового коэффициента турбулентной диффузии в гиполимнионе, являющегося функцией площади поверхности озера A_0 и частоты Брента-Вяйсяля N (Hondzo and Stefan, 1993):

$$k_T = c_1 A_0^{c_2} \left(N^2\right)^{c_3}, \qquad \text{(Б.1)}$$

где $[k_T]$ =см^2 с$^{-1}$, площадь поперечного сечения измеряется в км^2, остальные величины – в единицах СИ, а $c_1 = 8.17 * 10^{-4}$, $c_2 = 0.56$, $c_3 = -0.43$ – калиброванные константы.

Максимальное значение $k_{T,max}$ принимается при слабо устойчивой стратификации, $N^2 = 7.0 * 10^{-5}$ с$^{-2}$. В модели MINLAKE96 используется интегральный подход для описания динамики верхнего перемешанного слоя как результат конвекции и работы напряжения ветра. В перемешанном слое рассматривается баланс механической энергии, состоящей из ТКЭ, вызванной напряжением ветра, и потенциальной энергии, обусловленной стратификацией; реализуется алгоритм конвекции, что позволяет явно рассчитывать толщину перемешанного слоя. Если скорость ветра измерена над сушей, то в модели параметризуется эффект "затенения ветра" с учётом разгона ветра над озером в направлении

ветра. Коэффициент ветрового затенения, $W_{str} = 1.0 - \exp(-0.3A_0)$, калиброван на озёрах шт. Миннесота (Hondzo and Stefan, 1993).

Задача теплопроводности с радиационным источником решается сопряжённо в слоях воды и донных отложений в тёплое время года; в холодное время года рассчитываются также характеристики льда и снега. Слои конечно-разностной схемы имеют толщину от 0.02 м вблизи поверхности воды до 1 м. Шаг конечно-разностной модели по времени – 1 сут. Обмен теплом воды с донными отложениями рассчитывается отдельно для каждого слоя воды и затем добавляется как источник/сток в уравнение теплопроводности в водной толще. Для определения потока тепла на границе вода-донные отложения, одномерное уравнение теплопроводности решается в донных отложениях до глубины 10 м.

Модель LAKEoneD. Модель LAKEoneD (Jöhnk and Umlauf, 2001; Jöhnk et al., 2008) – это модель, использующая $k-\epsilon$ замыкание со стандартными значениями безразмерных параметров (Rodi, 1993; Mohammadi and Pironneau, 1994). В термогидродинамической части модели решается пять одномерных уравнений (два – для горизонтальных компонент скорости, одно – для температуры, а также уравнения для ТКЭ и скорости её диссипации). Уравнения сформулированы для горизонтально-осреднённых величин. Для малых водоёмов в модели не учитывается сила Кориолиса, но входит трение о наклонное дно, задаваемое квадратическим законом с постоянным коэффициентом обмена (Jöhnk and Umlauf, 2001). Этот коэффициент позволяет регулировать интенсивность вертикального перемешивания в модели. В модели не рассчитывается теплоперенос в донных отложениях, и поток тепла на дне принят равным 0. В модели привлекается простая параметризация льда, в которой толщина льда определяется только температурой воздуха, но не состоянием водоёма (Ashton, 2011). Описание переноса радиации в водной толще сопадает с таковым в моделях LAKE и CLM4-LISSS. Метод расчёта потоков явного и скрытого тепла в атмосферу приводится в (Jöhnk, 2005).

Модель Simstrat. Модель Simstrat (Goudsmit et al., 2002; Perroud et al., 2009) – это одномерная модель с $k - \epsilon$ замыканием, где коэффициент C_e в выражении для турбулентной вязкости $\nu_t = C_e k^2/\epsilon$ задаётся по Б.Гальперину (Galperin et al., 1988). Модель сформулирована относительно горизонтально осреднённых

величин и учитывает силу Кориолиса. Как и в модели FLake, в Simstrat нисходящая коротковолновая радиация не разделяется на видимый и инфракрасный потоки, альбедо применяется к полному потоку, и проникшая под поверхность радиация ослабевает с глубиной по закону Бэра-Ламберта. Потоки тепла и импульса в атмосферу рассчитываются по эмпирическим формулам, представленным в (Dingman et al., 1968; Kuhn, 1978; Livingstone and Imboden, 1989). Поток тепла на границе с донными отложениями задаётся нулём. В модели не воспроизводится ледяной покров. Как только температура поверхности воды становится отрицательной, поток тепла из атмосферы в водоём ограничивается снизу нулём.

Приложение B

Вывод закона сохранения механической энергии многослойной жидкости

Рассмотрим модель динамики многослойной жидкости:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial p'_i}{\partial x} + f v_i, \tag{B.1}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial p'_i}{\partial y} - f u_i, \tag{B.2}$$

$$\frac{\partial h'_i}{\partial t} + H_i\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y}\right) = 0, \tag{B.3}$$

$$p'_i = g\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(i,k)}h'_k,\ i = \overline{1,N}. \tag{B.4}$$

Кинетическая энергия i-го слоя определяется как:

$$K_i = \frac{1}{2}H_i\rho_i\int_0^{L_y}\int_0^{L_x}(u_i^2 + v_i^2)dxdy. \tag{B.5}$$

Далее будет использоваться обозначение $\widehat{(...)} \doteq \int_0^{L_y}\int_0^{L_x}(...)dxdy$ для любой величины, интегрируемой по горизонтали. Теперь, используя уравнения (B.1),(B.2), (B.4), правило интегрирования по частям, а также условие непротекания на боковых границах, можно получить:

$$\frac{dK_i}{dt} = gH_i\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(i,k)}\widehat{\left[h'_k\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y}\right)\right]}. \tag{B.6}$$

Это уравнение можно просуммировать по i и получить закон изменения суммарной кинетической энергии $K \doteq \sum_{i=1}^{N}K_i$:

$$\frac{dK}{dt} = g\sum_{i=1}^{N}H_i\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(i,k)}\widehat{\left[h'_k\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y}\right)\right]}. \tag{B.7}$$

Далее, рассмотрим величину:

$$\Pi_m = \frac{g}{2}\overbrace{\left(\sum_{k=m}^{N} h'_k\right)^2}. \tag{B.8}$$

Привлекая уравнение (B.3), можно получить скорость её изменения:

$$\frac{d\Pi_m}{dt} = -g\overbrace{\left\{\left[\sum_{k=m}^{N} H_k\left(\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y}\right)\right]\cdot\left[\sum_{k=m}^{N} h'_k\right]\right\}}. \tag{B.9}$$

Несложные алгебраические преобразования приводят эту формулу к виду:

$$\frac{d\Pi_m}{dt} = -\sum_{k=m}^{N}\sum_{i=m}^{N} a_{ik}, \tag{B.10}$$

где введено ещё одно обозначение:

$$a_{ik} \doteq gH_i\overbrace{\left[h'_k\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y}\right)\right]}. \tag{B.11}$$

Определим величину:

$$A_e \doteq \sum_{m=1}^{N} \beta_m \Pi_m, \tag{B.12}$$

так что

$$\frac{dA_e}{dt} = -\sum_{m=1}^{N}\beta_m\sum_{k=m}^{N}\sum_{i=m}^{N} a_{ik}. \tag{B.13}$$

Здесь β_m, $m = 1,...,N$ есть коэффициенты, которые можно определить из условия $\frac{dA_e}{dt} = -\frac{dK}{dt}$. Действительно, уравнение (B.7) можно переписать так:

$$\frac{dK}{dt} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\rho_{\min(i,k)}a_{ik}. \tag{B.14}$$

Несложно теперь проверить, что выбор

$$\beta_m = \begin{cases} \rho_1, & m = 1 \\ \rho_m - \rho_{m-1}, & m > 1 \end{cases}$$

обеспечивает сохранение величины $A_e + K$ во времени.

Приложение Г

Вычисление среднего градиента уровня воды в круговой области

Вычислим сначала интеграл в правой части (3.101). Поскольку $x = r_0 \cos\phi$, а $h' = A_* \exp(\bar{i}\omega t + \bar{i}n\phi) J_n(r_{*0})$, то

$$A_2 = -\frac{g}{\pi r_0^2} \int_{-r_0}^{r_0} [h'(y_+) - h'(y_-)]\, dx = \tag{Г.1}$$

$$- \frac{Ag \exp(\bar{i}\omega t) J_n(r_{*0})}{\pi r_0} \int_0^{2\pi} \exp(\bar{i}n\phi) \sin\phi d\phi. \tag{Г.2}$$

Интеграл в правой части равен

$$\int_0^{2\pi} \exp(\bar{i}n\phi) \sin\phi d\phi = \begin{cases} \bar{i}\pi, & n = 1, \\ 0, & n \neq 1. \end{cases} \tag{Г.3}$$

Аналогично, имеем

$$A_1 = -\frac{g}{\pi r_0^2} \int_{-r_0}^{r_0} \left[\frac{\partial h'(x_+)}{\partial t} - \frac{\partial h'(x_-)}{\partial t} \right] dy = \tag{Г.4}$$

$$- \frac{\bar{i}\omega A_* g \exp(\bar{i}\omega t) J_n(r_{*0})}{\pi r_0} \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} \exp(\bar{i}n\phi) \cos\phi d\phi, \tag{Г.5}$$

где интеграл по окружности равен

$$\int_{-\pi/2}^{3\pi/2} \exp(\bar{i}n\phi) \cos\phi d\phi = \begin{cases} \pi, & n = 1, \\ 0, & n \neq 1. \end{cases} \tag{Г.6}$$

Таким образом, уравнение для осредненной по горизонтали x-компоненты скорости (3.99) принимает вид

$$\frac{d^2\overline{u}}{dt^2} + f^2\overline{u} = \begin{cases} -\frac{\bar{i}(\omega+f) A_* g \exp(\bar{i}\omega t) J_n(r_{*0})}{r_0}, & n = 1, \\ 0, & n \neq 1. \end{cases} \tag{Г.7}$$

Подставляя сюда $\overline{u} = \hat{u}\exp(\bar{i}\omega t)$, получаем, что для первой моды

$$\hat{u} = \frac{\bar{i}A_* g J_n(r_{*0})}{r_0(\omega - f)}, \tag{Г.8}$$

где A_* – амплитуда колебаний уровня свободной поверхности. Для любой другой моды ($n \neq 1$) получаем, что $\overline{u} = 0$, поскольку вырожденный случай $|\omega| = f$ здесь не рассматривается.

Приложение Д

Критическая концентрация метана в донных отложениях

Критическую концентрацию метана в грунте можно рассчитать следующим образом. Пусть пузырьки, образующиеся в грунте, состоят из метана и других газов, так что должен выполняться баланс давления внутри пузырька и в окружающей среде:

$$p_{CH_4} + \sum_i p_i = p_a + p_l + p_*, \tag{Д.1}$$

где p_a – атмосферное давление, $p_l = g(\rho_{w0} h_{bot} + \rho_s z_s)$ – гидростатическое давление столба воды, p_{CH_4} и p_i – значения парциального давления для метана и других газов, соответственно, а p_* – слагаемое, отвечающее за прочие эффекты, в частности, распределение давления в грунте, вызванное капиллярными и осмотическими силами. Последнее слагаемое в описываемой модели принимается равным нулю, что частично компенсируется введением коэффициента r_{crc} в формуле (4.46). Полагая парциальные давления газов связанными с их концентрациями в растворе по закону Генри, можно записать следующее соотношение:

$$C_{CH_4,cr}\left(p_a, h_{bot}, z_s, C_i\right) = K_{H,CH_4}(T)\left[p_a + g(\rho_{w0} h_{bot} + \rho_s z_s) - \sum_i \frac{C_i}{K_{H,i}(T)}\right]. \tag{Д.2}$$

Здесь – пористость грунта, C_i – концентрации газов в порах, K_{H,CH_4}, $K_{H,i}$ – "константы" Генри, зависящие от температуры (Sander, 2015). В настоящей модели, помимо метана в пузырьках, на момент их образования в донных отложениях, учитывается наличие только азота. Концентрация растворенного азота задается экспоненциальной зависимостью от глубины в донных отложениях (Bazhin, 2001).

Приложение E

Скорость генерации метана в талике при разложении старой органики

Будем считать, что, попадая в область положительной температуры, ранее "законсервированная" в вечной мерзлоте органика разлагается согласно кинетике Михаэлиса-Ментен. Тогда, если пренебречь вертикальной диффузией орагнических соединений, на каждой глубине плотность органики ρ_{old} будет убывать по закону:

$$\frac{\partial \rho_{\text{old}}}{\partial t} = -\frac{V \rho_{\text{old}}}{K_{org,\text{old}} + \rho_{\text{old}}}, \tag{E.1}$$

с максимальной скоростью разложения V и константой полунасыщения $K_{org,\text{old}}$. Интеграл этого уравнения при начальных условиях $\rho_{\text{old}} = \rho_{\text{old},0}$ при $t = t_0$ имеет вид:

$$K_{org,\text{old}} \ln \frac{\rho_{\text{old}}}{\rho_{\text{old},0}} + \rho_{\text{old}} - \rho_{\text{old},0} = -V(t - t_0). \tag{E.2}$$

Используя два первых члена разложения логарифма в ряд Тэйлора

$$\ln x \approx (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2,\ x = \frac{\rho_{\text{old}}}{\rho_{\text{old},0}}, \tag{E.3}$$

получаем из (E.2) квадратное уравнение, решениями которого является пара значений

$$\rho_{\text{old}} = \rho_{\text{old},0} \left[2 + \lambda_p \pm \sqrt{(1+\lambda_p)^2 + 2\gamma_p (t - t_0)} \right], \tag{E.4}$$

с новыми константами $\alpha_p = \rho_{\text{old},0}/K_{org,\text{old}}$, $\gamma_p = V/K_{org,\text{old}}$. Убыванию плотности органики со временем соответствует знак "минус" в правой части. Решение (E.4) является приближенным, однако численное решение трансцендентного уравнения (E.2) показало его высокую точность корней (E.4) при типичных эмпирических значениях входящих в него констант.

Далее, согласно данным численного моделирования (West and Plug, 2008), заглубление талика хорошо описывается классическим решением задачи Стефана :

$$h_t = C_t \sqrt{t}, \tag{E.5}$$

где h_t – глубина талика, t – время, отсчитываемое с начала его образования, $C_t \approx 0.5$ м/год$^{1/2}$ (West and Plug, 2008). Кроме того, для каждой глубины подо дном озера z_s, время начала разложения органики – это момент, когда глубина талика достигла этой точки, т.е. $z_s = C_t\sqrt{t_0}$. Отсюда окончательно получаем:

$$\rho_{\text{old}} = \rho_{\text{old},0}\left[2 + \lambda_p - \sqrt{(1+\lambda_p)^2 + 2\gamma_p C_t^{-2}(h_t^2 - z_s^2)}\right]. \tag{E.6}$$

Приложение Ж

Стационарное число Ричардсона для модификаций $k-\epsilon$ модели

Стационарное число Ричардсона. Стационарное число Ричардсона, Ri_{st}, является полезной величиной, определяющей предельную степень стратификации, при заданном сдвиге скорости, при которой $k-\epsilon$ модель ещё производит перемешивание. Стационарное число Ричардсона определяется для случая однородной и стационарной турбулентности (Burchard, 2002a):

$$S + B - \epsilon = 0, \tag{Ж.1}$$

$$c_{\epsilon 1} S + c_{\epsilon 3} B - c_{\epsilon 2}\epsilon = 0, \tag{Ж.2}$$

откуда после несложных алгебраических преобразований следует:

$$Ri_{st} \doteq \frac{N^2}{M^2} = Pr\frac{\Delta c_{\epsilon 21}}{\Delta c_{\epsilon 23}}, \tag{Ж.3}$$

где $Pr = C_e/C_{e,T}$ - турбулентное число Прандтля, $\Delta c_{\epsilon 21} = c_{\epsilon 2} - c_{\epsilon 1}$, $\Delta c_{\epsilon 23} = c_{\epsilon 2} - c_{\epsilon 3}$. Среди прочего, (Ж.3) использовалась для калибровки константы $c_{\epsilon 3} = -0.4$ в устойчивой стратификации с целью получения близкого к наблюдаемым значениям $Ri_{st} = 0.25$ (Burchard, 2002a).

Параметризация гравитационных волн. Для параметризации дополнительного источника ТКЭ в термоклине за счет сдвига скорости в гравитационных волнах Джорджем Меллором (Mellor, 1989) была предложена соответствующая модификация сдвиговой генерации:

$$S = \nu(M^2 + \alpha_g N^2), \tag{Ж.4}$$

где $\alpha_g \approx 0.7$. В этом случае выражение для Ri_{st} преобразуется к виду:

$$Ri_{st} = Pr\frac{\Delta c_{\epsilon 21}}{\Delta c_{\epsilon 23} - \alpha_g Pr \Delta c_{\epsilon 21}}, \tag{Ж.5}$$

что при подстановке $c_{\epsilon 1} = 1.44$, $c_{\epsilon 2} = 1.92$, $c_{\epsilon 3} = -0.4$, $C_e = 0.09$, $C_{e,T} = 0.072$ дает $Ri_{st} \approx 0.32$.

Параметризация генерации ТКЭ сейшами. В работе (Goudsmit et al., 2002) было предложено расширение стандартной $k - \epsilon$ модели для учета генерации турбулентной кинетической энергии за счет придонного сдвига скорости при сейшевых движениях. Механическая генерация ТКЭ принимает при этом вид:

$$S = \nu M^2 + P_s, \tag{Ж.6}$$

$$P_s = -\frac{1 - C_{diss}\sqrt{C_{d,bot}}}{\rho_{w0} c A_b} \gamma \frac{1}{A}\frac{dA}{dz} N^{2q} E_s^{3/2}, \tag{Ж.7}$$

где $C_{d,bot} \approx 0.002$ - коэффициент трения на дне, A_b - площадь дна водоема, c - "нормировочная константа", γ - коэффициент, характеризующий диссипацию энергии сейшевых колебаний. Величина $C_{diss}\sqrt{C_{d,bot}} \approx 0.4$ ($C_{diss} = 10$) имеет смысл доли диссипации сейшевой энергии, которая переходит в тепло в вязком придонном подслое. Далее, для простоты будем считать $q = 1$ (в оригинальной параметризации это калибровочная константа, принимающая близкое к 1 значение). Для оценки возможной роли сейш в ослаблении стратификации в термоклине, найдем стационарное число Ричардсона в дополненной таким образом $k - \epsilon$ модели. Из условия стационарности уравнения для энергии сейш (уравнение (15) в (Goudsmit et al., 2002)) имеем:

$$\alpha_w A_0 \rho_a C_d (u^2 + v^2)^{3/2} = \gamma E_s^{3/2}, \tag{Ж.8}$$

которое означает равенство генерации энергии сейш за счет работы трения ветра на поверхности водоема ($\alpha_w \approx 2 \cdot 10^{-3}$ - доля потока ветровой кинетической энергии на поверхности водоема, переходящая в энергию сейш) и ее диссипации. Подставляя (Ж.8) в (Ж.7), а затем (Ж.6) - в (Ж.1) и (Ж.2), и исключая из двух последних уравнений диссипацию ТКЭ, получаем:

$$-C_e \frac{k^2}{\epsilon}\Delta c_{\epsilon 21} + C_{e,T}\frac{k^2}{\epsilon}\Delta c_{\epsilon 23} Ri_{st} - \Delta c_{\epsilon 21} C_s Ri_{st} (u^2 + v^2)^{3/2} = 0, \tag{Ж.9}$$

где введена величина

$$C_s = -\frac{(1 - C_{diss}\sqrt{C_{d,bot}})A_0\rho_a C_d \alpha_w}{\rho_{w0} c A_b A}\frac{dA}{dz} > 0, \qquad (Ж.10)$$

которая для любого озера является константой во времени. Далее, будем считать, что $C_e\frac{k^2}{\epsilon} \to \nu_0$ при $Ri \to Ri_{st}$, где ν_0 пока неопределенная величина, которую можно считать малой, например $\nu_0 \sim \nu_m$ (ν_m - коэффициент молекулярной вязкости). Тогда

$$Ri_{st} = \frac{Pr\Delta c_{\epsilon 21}}{\Delta c_{\epsilon 23} - \nu_0^{-1} Pr C_s \Delta c_{\epsilon 21}(u^2 + v^2)^{3/2}}. \qquad (Ж.11)$$

При подстановке характерных значений параметров, получаем $Ri_{st} = 0.30$. Заметим, что регулировкой величины свободного параметра α_w можно достичь любого значения Ri_{st}. В оригинальной работе (Goudsmit et al., 2002) калибровались параметры α_w и q.

Приложение З

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ (модель LAKE)



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2015660367

Гидротермодинамическая модель водоема LAKE

Правообладатель: ***Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (МГУ) (RU)***

Автор: ***Степаненко Виктор Михайлович (RU)***

Заявка № **2015617396**
Дата поступления **11 августа 2015 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ ***29 сентября 2015 г.***

Заместитель руководителя Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Л.Л. Кирий

Приложение И

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ (модель ТМО)



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2011613255

Модель тепло-массообмена водохранилища (ТМО)

Правообладатель(ли): *Государственное учебно-научное учреждение Географический факультет Московского государственного университета (RU)*

Автор(ы): *Пуклаков Валерий Владимирович, Гречушникова Мария Георгиевна, Степаненко Виктор Михайлович (RU)*

Заявка № 2011611355
Дата поступления 3 марта 2011 г.
Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ
27 апреля 2011 г.

Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам

Б.П. Симонов