АНАЛИЗ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ РАЗМЕРНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ВЫДЕЛЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Захаров В.С.

ВВЕДЕНИЕ

Не вызывает сомнения, что системы, с которыми имеют дело науки о Земле, весьма сложны. Эта сложность проявляется на различных пространственных и временных масштабных уровнях. Всегда ли наблюдаемая сложность поведения свидетельствует о сложности самой системы? Существуют ли системы, устроенные сравнительно просто, но демонстрирующие весьма сложное поведение? Как различить по наблюдениям эти два случая?

В последнее время активно развивается теория динамических систем, и, в частности, приложения методов этой теории к анализу геолого-геофизических данных [1, 2, 4, 11]. В соответствии с этим подходом система (например, сейсмогенная) моделируется системой дифференциальных уравнений. Чем сложнее устроена система, тем больше уравнений необходимо для ее адекватного описания. Однако существуют системы, описываемые небольшим количеством уравнений, но демонстрирующие весьма сложное поведение. Вероятно, самым известным примером такой системы является система Лоренца, предложенная для описания конвекции. Она описывается всего тремя уравнениями (т.е. в рассмотрение включены 3 независимые переменные), но динамика ее поведения во времени демонстрирует элементы хаоса (т.н. «детерминированный хаос»).

При анализе наблюдаемой динамики изменения некоторых измеренных величин во времени достаточно сложно сказать, к какому классу принадлежит данная система. Для анализа временных последовательностей разработаны и успешно применяются различные методы (спектральный анализ, анализ тренда, исследование Марковских цепей, wavelet анализ и т.д.). В теории динамических систем разработаны методы, позволяющие по записи временного ряда одного из параметров восстановить некоторые характеристики всей системы. Анализу временных рядов в геофизике посвящено немало работ, в том числе анализу с позиции теории динамических систем и фрактальных множеств [4, 11].

Цель настоящей работы – применить методы исследования нелинейных динамических систем для выявления закономерностей поведения систем, генерирующих сейсмические события.

МЕТОДИКА АНАЛИЗА

Для динамических систем принятым представлением развития процесса во времени является построение «портрета» в фазовом пространстве (т.е. пространстве, координатами которого являются переменные состояния). Нелинейная динамическая система [3, 5, 10] характеризуются странным аттрактором – притягивающим множеством в фазовом пространстве, в котором расположены хаотические траектории.

Размерностью вложения m называется наименьшая целая размерность пространства, содержащего весь аттрактор. Она соответствует количеству независимых переменных, однозначно определяющее установившееся движение динамической системы.

Множество, соответствующее странному аттрактору, *фрактально*. Фрактальное множество (самоподобный объект) – характеризуется *дробной фрактальной размерностью* [6, 8, 9] (точнее, целым спектром различно определяемых размерностей, совпадающих для регулярных фракталов, но различающихся для природных систем).

Важной количественной характеристикой аттрактора, несущей информацию о степени сложности поведения динамической системы, является *корреляционная размерность* D_c. Алгоритм расчета Dc [3, 5, 10] основан на вычислении корреляционного интеграла, в качестве которого выступает функция C(δ), для каждого δ равная нормированному числу пар точек рассматриваемого объекта, расстояние между которыми не превосходит δ:

$$C(r) = \frac{1}{n^2} \sum з \left(\delta - \left|y_i - y_j\right|\right), \tag{1}$$

где $з(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } & x \le 0 \\ 1, \text{ если } & x > 0 \end{cases}$

– функция Хевисайда для всех пар значений *i* и *j*, если *i*≠j, |*yi* – *yj*| – абсолютная величина расстояния между точками множества, *i*, *j* = 1,2,3,...,n, где n – количество точек.

Величина суммы зависит от δ, причем, если эта зависимость имеет степенной вид

$$C(\delta) \sim \delta^{Dc}, \tag{2}$$

то исследуемое множество *фрактально*, а величина D_c – его корреляционная размерность. Для практического вычисления размерности на графике $ln(C(\delta)) = f(ln\ (\delta))$ выделяют область линейной зависимости

(области скейлинга) и функция аппроксимируется прямой линией методом наименьших квадратов. Тогда тангенс угла наклона графика является размерностью D_c.

Для известной динамической системы m и D_c легко определить – ведь известны все компоненты вектора $\mathbf{X(t)}=\{X_1(t),\ldots, X_m(t)\}$, описывающего поведение системы в фазовом пространстве (так, для системы Лоренца D_c=2,05, m=3). Однако при изучении природных систем, в том числе геологических, обычно приходится иметь дело с сигналом, который выглядит достаточно сложно и кажется похожим на случайный. Для природных объектов измерение всех компонент, характеризующих систему, невозможно – хотя бы потому, что они не все известны. Однако Такенс показал [3, 5, 10, 11], что можно восстановить некоторые свойства аттрактора (например, m и D_c) по временной последовательности *одной из составляющих* вектора $\mathbf{X(t)}$.

Методика основана на построении псевдо-аттрактора, где в качестве компонент вектора служит сама измеренная последовательность, но взятая с некоторой временной задержкой $\mathbf{Xp(t)}=\{X(t), X(t+\tau), X(t+2\tau)\ldots, X(t+(m-1)\tau)\}$. Поскольку компоненты вектора, характеризующего динамическую систему, независимы, то в качестве величины τ выбирается первое значение, при котором автокорреляционная функция обращается в 0 (или достигает минимума). Поскольку заранее размерность вмещения m неизвестна, то процедура сводится к следующему:

– последовательно увеличивают размерность фазового пространства и добавляют компоненты псевдовектора $\mathbf{Xp(t)}$.

– при каждом m=2, 3,… вычисляют корреляционную размерность D_c и строят зависимость $D_c(m)$. Сначала при добавлении новых компонент псевдовектора корреляционная размерность растет. Это значит, что мы еще не достигли нужного количества измерений, и, соответственно, нужной сложности, степень которой характеризует D_c.

– начиная с некоторой размерности m пространства, корреляционная размерность D_c достигает насыщения и перестает изменяться. Значение m, при котором это происходит, является оценкой минимальной размерности вложения, а значение D_c – оценкой корреляционной размерности аттрактора.

Как следует из определения размерности вложения, она соответствует числу независимых переменных, описывающих систему. Таким образом, восстанавливая размерность вложения, мы получаем информацию о сложности системы. Из этого следует также возможность отличить динамическую систему со сложным поведением (но характеризующуюся

конечным m), и случайный (стохастический) шум, который описывается (теоретически) *бесконечно большим* числом независимых переменных. Для полностью случайной системы увеличение m на единицу приводит к увеличению D_c также примерно на 1, т.е $D_c \sim m$. Зависимость $D_c(m)$ для случайного шума представлена на рис. 4 пунктирной линией.
Отметим, что данный метод предъявляет большие требования к длине ряда, если исследуемая система описывается достаточно большим числом управляющих переменных. Существует оценка зависимости минимальной необходимой длины ряда N_{min} от корреляционной размерности:

$$N_{min} = 10^{2+0,4Dc} \quad (3)$$

В работе [1] приведенная выше методика применялась для анализа последовательности вертикальных смещений земной поверхности по измерениям GPS. Анализ не позволил выявить детерминизма в этих временных рядах. В работе [7], где анализировался сигнал ЭЭГ, данная методика позволила выявить интересные закономерности для здоровых и больных эпилепсией детей.

РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ВЫДЕЛЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

В настоящей работе анализируется выделение сейсмической энергии. Пользуясь одним из лучших в мире каталогов землетрясений – каталогом JMA (для Японских о-вов) за 1992–1996 гг., было рассчитано выделение сейсмической энергии по дням для всего диапазона магнитуд, а также для различных поддиапазонов. Пересчет магнитуд в энергии производился по формуле Гутенберга и Рихтера:

$$lg E = 11,8 + 1,5\ M \quad (4)$$

где M – магнитуда, E – энергия в джоулях.

На рисунке 1 представлены анализируемые временные ряды. Затем к ним применялась процедура Такенса. На рисунке 2 представлен псевдоаттрактор в пространстве с размерностью m=3, полученный для временного ряда выделения энергий в диапазоне магнитуд от 4 до 5 (определяемых с наибольшей точностью).

На рисунке 3 представлены результаты вычисления корреляционного интеграла для этого временного ряда в двойном логарифмическом масштабе при различных значениях m. Для каждого m для зависимости

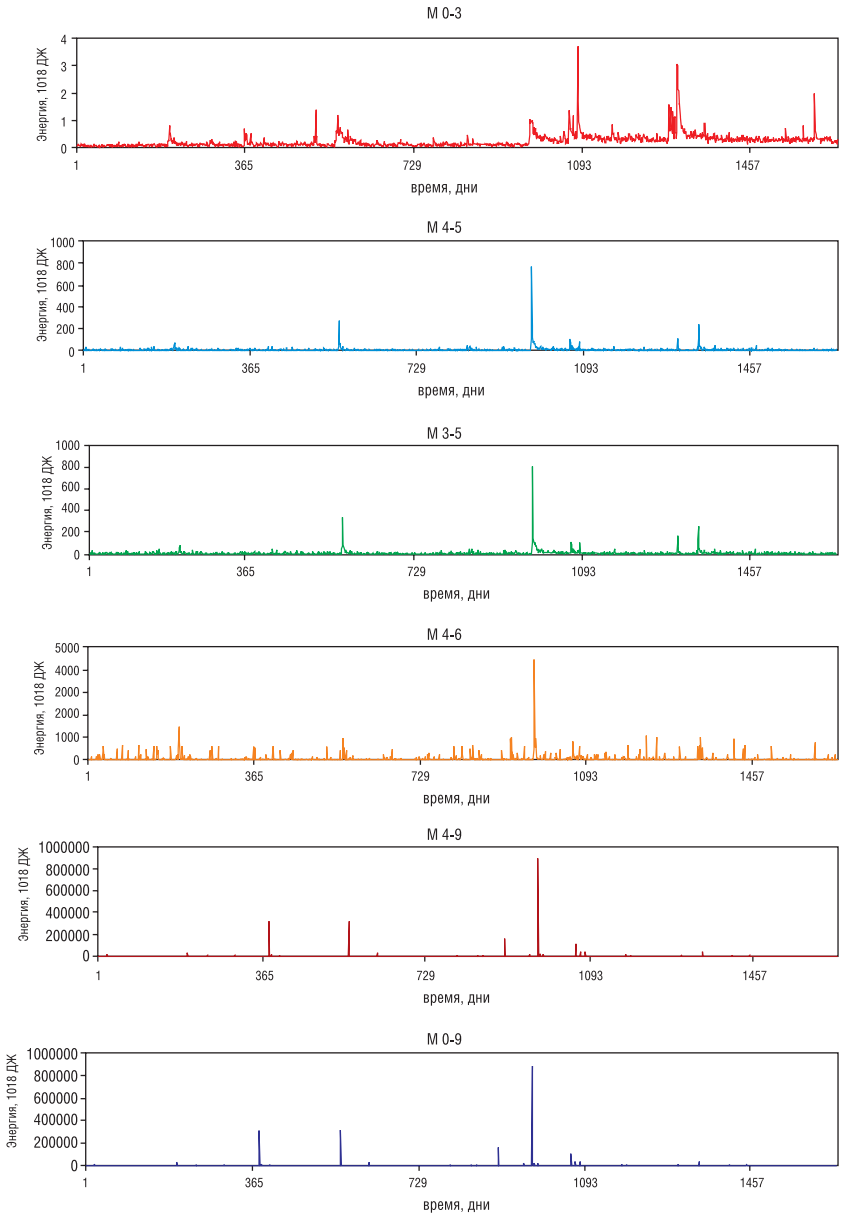

Рис.1. Временные ряды выделения сейсмической энергии по дням по каталогу jma9296 в различных диапазонах магнитуд.

$lg(C) = f(lg\ (\delta))$ применялась описанная выше процедура расчета корреляционной размерности $D_c(m)$. Линейные участки аппроксимировались прямыми, которые показаны на рисунке.

Выявлено, что при m>5 наклон линейных участков графиков перестает увеличиваться. Особенно наглядно это видно на рис. 4, где черными квадратиками представлена зависимость рассчитанной корреляционной размерности D_c от m: при m>5 зависимость выходит на горизонтальный участок. Таким образом, в данном случае размерность вмещения m=6, а D_c=3,03. При анализе землетрясений в диапазоне магнитуд от 4 до 6 получено значение **m**=6, а D_c=3,73. При анализе землетрясений в диапазоне магнитуд от 3 до 5 получено значение **m**=5, а D_c=2,98. Следовательно, процесс, приводящий к такой последовательности выделения сейсмической энергии в данном диапазоне магнитуд (от 3 до 6), не является случайным, а управляем *ограниченным* числом основных параметров.

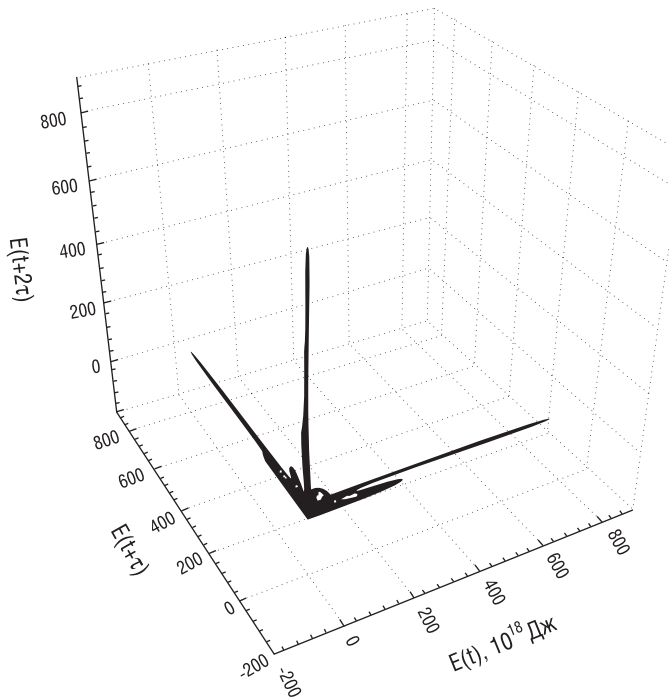

Рис. 2 Псевдо-аттрактор в пространстве с размерностью m=3, полученный для временного ряда выделения энергий в диапазоне магнитуд от 4 до 5

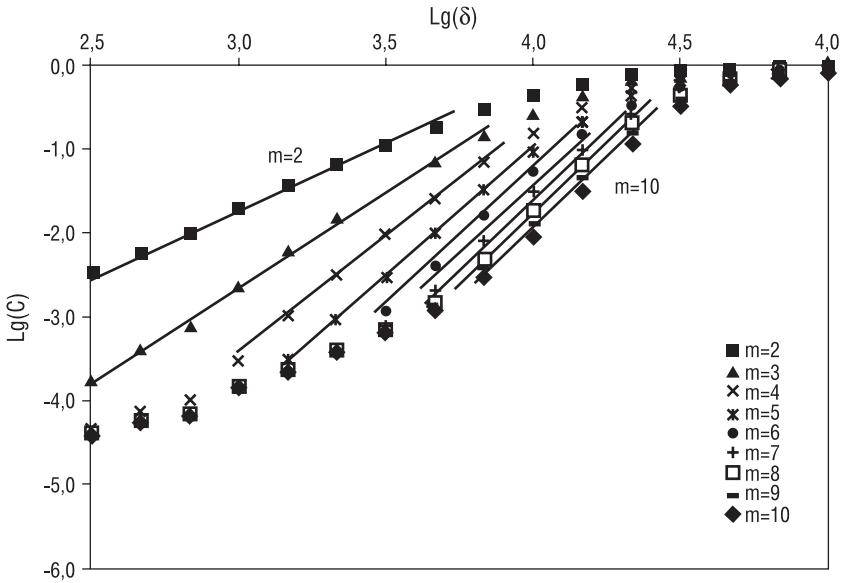

Рис. 3. Корреляционный интеграл *C*(*r*) для различных значений размерности псевдо-аттрактора m при анализе выделения сейсмической энергии

Однако при анализе выделения сейсмической энергии в других диапазонах магнитуд не было выявлено насыщения на графике $D_c(m)$. Так, для M от 4 до 8 наблюдается медленные рост зависимости вплоть до значения m=10 (рис. 4). При включении в рассмотрение землетрясений с меньшими магнитудами (0–3), и во всем диапазоне магнитуд (0–9) зависимость $D_c(m)$ демонстрируем постоянный рост вплоть до m=10, и похожа на зависимость для случайного (стохастического) сигнала (пунктирная линия на рис. 4).

ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенный анализ указывает на определенный детерминизм в сейсмическом процессе: в диапазоне магнитуд 3-6 система, генерирующая такое выделение сейсмической энергии не является случайной и управляется небольшим числом определяющих переменных. Однако для меньших и больших магнитуд этого выявить не удалось. Возможно несколько причин этого:

1) Недостаток данных, особенно для крупных землетрясений. Землетрясения с магнитудой больше 6 происходят не так часто даже в Япо-

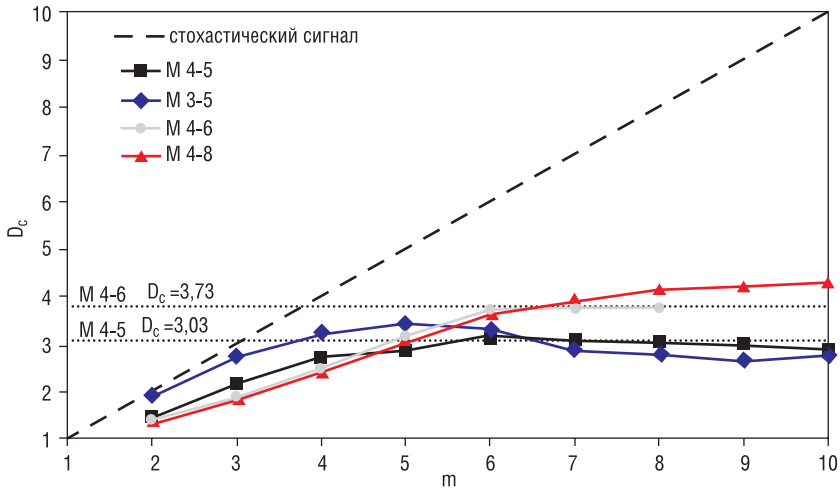

Рис. 4. Зависимость корреляционной размерности D_c от m для временных рядов выделения сейсмической энергии в различных диапазонах магнитуд

нии, и за рассматриваемый период времени их количество может быть просто недостаточным для подобного анализа. Для слабых землетрясений, возможно, количество управляющих параметров конечно, но больше 10, и не может быть выявлено из-за недостаточной длины ряда (см. формулу (3)).

2) Меньшая точность определения магнитуд для слабых землетрясений. Ошибки определения магнитуд для них могут быть значительными, что приводит к увеличению видимой стохастичности анализируемого сигнала.

3) В разных диапазонах магнитуд (энергий) работают несколько различные механизмы генерации сейсмических событий. Процессы, вызывающие слабые землетрясения, более стохастичны, чем процессы, генерирующие землетрясения средней и большой силы.

Решение этих проблем и более корректные выводы требуют дальнейшего тщательного анализа.

Методика анализа временных последовательностей, разработанная в теории динамических систем, позволяют разграничить случайные и детерминированно-хаотические системы и оценить сложность этих систем. Подобный анализ применим и к некоторым другим типам данных, например, седиментологических последовательностей, сечений рельефа и других самоафинных функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Захаров В.С.** Поиск детерминизма в наблюдаемых геолого-геофизических данных: анализ корреляционной размерности временных рядов. // Современные процессы геологии. Сборник научных трудов. М., Научный мир, 2002, с.184-187.
2. **Горяинов П.М., Иванюк Г.Ю.** Самоорганизация минеральных систем. М., ГЕОС, 2001. 312 с.
3. **Кузнецов С.П.** Динамический хаос (курс лекций). М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001. 296 с.
4. **Лукк А.А., Дещеревский А.В., Сидорин А.Я., Сидорин И.А.** Вариации геофизических полей как проявление детерминированного хаоса во фрактальной среде. М., ОИФЗ РАН, 1996.
5. **Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С.** Введение в синергетику. М., Наука, 1990.
6. **Мандельброт Б.** Фрактальная геометрия природы. Москва – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 стр.
7. **Семенова Н.Ю., Захаров В.С.** Фрактальный анализ и поиск детерминизма в данных ЭЭГ. // Труды X Международной конференции «Новые информационные технологии в медицине и экологии» IT+ME'2002. 2002, С. 462–465.
8. **Федер Е.** Фракталы. М: Мир, 1991. 260 с.
9. **Шредер М.** Фракталы, хаос, степенные законы. Ижевск: РХД, 2001. 528 с.
10. **Шустер Г.** Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988. 240 с.
11. **Turcotte D.L.** Fractals and chaos in geology and geophysics. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.