

**Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова**



Институт механики

ТРУДЫ

**конференции-конкурса молодых ученых
10 - 12 октября 2016 г.**

Данный электронный документ есть корректура Сборника трудов Конференции-конкурса молодых учёных Научно-исследовательского института механики МГУ имени М.В. Ломоносова 2016 года. Для популяризации результатов исследований участников Конференции корректура Сборника публикуется в электронном виде в сети Интернет до научного рецензирования, технического редактирования и печатного издания. Печатная версия сборника может отличаться от данной корректуры по содержанию, в том числе по нумерации страниц.

Корректурa

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ТОНКОГО ТЕЛА ИЗ НАМАГНИЧИВАЮЩЕГОСЯ ЭЛАСТОМЕРА

Д.И. Меркулов

Аннотация. Экспериментально и теоретически исследована деформация тонкого цилиндрического тела из намагничивающегося эластомера на силиконовой основе в магнитном поле электромагнитной катушки. Показано, что при некоторых значениях тока в катушке существует бистабильность равновесной формы такого тела. Предложена методика измерения коэффициентов упругости намагничивающегося эластомера в модели Муни – Ривлина. Показано, что эти коэффициенты зависят от величины магнитного поля.

Введение. Намагничивающийся эластомер (НЭ) – это композитный материал, состоящий из упругой основы и ферромагнитных частиц нано- или микроразмера. Малые деформации НЭ в приложенном однородном магнитном поле были исследованы во многих работах (например, в [1,2,3,4]). В [1,2,3,4] теоретически найдено только одно устойчивое положение равновесия. В [5] экспериментально изучены деформации сферического тела из НЭ в однородном магнитном поле, и получена однозначная зависимость длины тела от величины приложенного магнитного поля. В [6] исследовано влияние магнитного поля на модуль Юнга НЭ. В [7] экспериментально обнаружена бистабильность равновесных форм тонких тел из феррогеля в неоднородном магнитном поле электромагнита. В работах [8,9] теоретически показана возможность бистабильности и мультистабильности равновесных форм тел из НЭ в различных магнитных полях.

В настоящей работе экспериментально обнаружена бистабильность деформации тонкого тела из НЭ на основе

силикона в магнитном поле электромагнитной катушки. Предложена методика измерения коэффициентов упругости в модели Муни – Ривлина в магнитном поле.

Эксперимент. В эксперименте исследовалось осесимметричное цилиндрическое тонкое тело из НЭ (образец 1) в приложенном неоднородном магнитном поле H_0 , которое создается электромагнитной катушкой (см. Рис. 1). Магнитное поле на оси катушки измерялось с помощью датчика Холла, результаты измерения приведены на Рис. 2. Верхний конец тела закреплен на расстоянии 104 мм от нижней грани катушки. Точка $x = 0$ совпадает с точкой закрепления образца. Ось x направлена вертикально вниз. В эксперименте изменялась сила тока в катушке I , и проводилось измерение длины тела L (L_0 – длина недеформированного тела, $L_0 = 71$ мм). Экспериментально измеренная зависимость относительного удлинения тела $(L-L_0)/L_0 * 100\%$ от тока I показана на Рис. 3.



Рис. 1. Экспериментальная установка

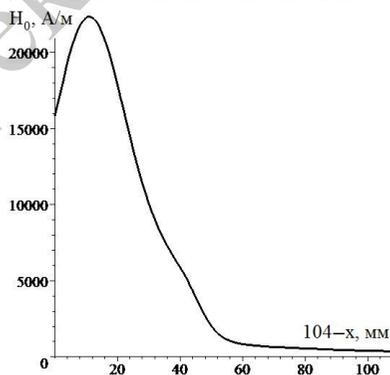


Рис. 2. Распределение поля катушки

Видно, что существует гистерезис формы тела из НЭ при циклическом увеличении и уменьшении тока в катушке, и что в некотором диапазоне токов существуют два устойчивых положения равновесия (бистабильность).

Измерение удлинения тела в горизонтальном положении при приложении сил к его торцам позволило

найти зависимость $p_{11n}/(\lambda-\lambda^{-2})$ (p_{11n} – компонента тензора напряжений, действующая на недеформированное сечение S_0 тела) от λ^{-1} (здесь $\lambda = L/L_0$, так как в горизонтальном положении деформации однородные), см. Рис. 4. Когда упругие свойства несжимаемого НЭ описываются моделью Муни – Ривлина, справедливо равенство $p_{11n} = 2(\lambda-\lambda^{-2})(C_1+\lambda^{-1}C_2)$, [10]. График на Рис. 4 позволяет с помощью линейной аппроксимации методом наименьших квадратов найти параметры $C_1 = 463,8 \text{ Па}$ и $C_2 = 631 \text{ Па}$. Предложенная методика измерения коэффициентов C_1, C_2 , когда тело расположено горизонтально, позволяет не учитывать силу тяжести, которая делает деформацию неоднородной. При растяжении вертикального образца нельзя формально использовать зависимость $p_{11n}/(\lambda-\lambda^{-2})$ от λ^{-1} , так как это приводит к качественно неверным выводам. Например, можно сделать заключение о том, что модель Муни – Ривлина для данных деформаций не выполняется. Именно такой вывод сделан в [7] относительно феррогеля. Этот результат в [7] может быть связан с неправильной методикой обработки эксперимента по растяжению вертикального образца.

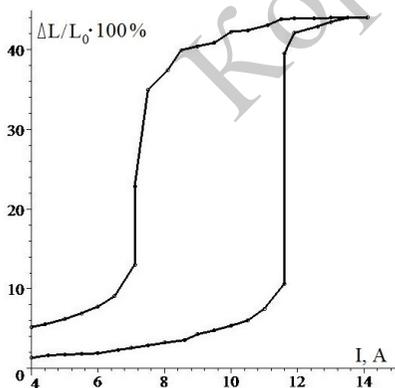


Рис. 3. Экспериментальная зависимость относительного удлинения тела от тока

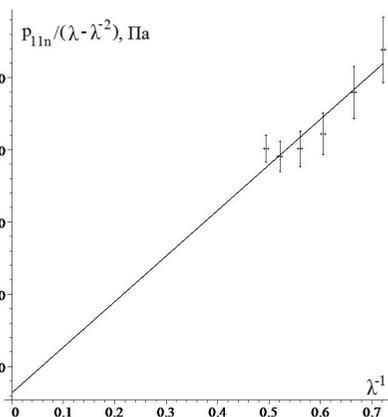


Рис. 4. Экспериментальная зависимость $p_{11n}/(\lambda-\lambda^{-2})$ от λ^{-1}

Измерение магнитной силы, действующей на сферическое тело из НЭ в неоднородном магнитном поле катушки, позволяет вычислить магнитную проницаемость материала $\mu = 4,6$.

Теория. В [8] предложена математическая модель расчета длины тонкого тела в приложенном неоднородном осесимметричном магнитном поле \mathbf{H}_0 в безындукционном приближении. В случае $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$, $\chi = (\mu-1)/(4\pi) = const$, магнитная сила $\mathbf{F}_m = M\mathbf{grad}(H)$ может быть записана как $\mathbf{F}_m = \mathbf{grad}(G(H))$, $G(H) = \chi H^2/2$. В безындукционном приближении поверхностные магнитные силы малы, а магнитная сила $\mathbf{F}_m = \mathbf{grad}(G(H_0))$ является известной функцией координат. Для достаточно тонкого образца можно считать, что внутри тела магнитная сила определяется как $\mathbf{F}_m = \mathbf{F}_m(x, y = 0, z = 0)$. Ось x введена вдоль оси симметрии тела и направлена вниз. Точка $x = 0$ соответствует точке подвеса тела. Все поверхности тела являются свободными, кроме поверхности $x = 0$, поэтому можно считать, что $p_{22} = p_{33} = 0$ на этих поверхностях и $p_{11}(x = L) = 0$. Внутри тонкого тела справедливы уравнения:

$$\frac{\partial p_{11}}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0, \quad p_{22} = p_{33} = 0; \quad (1)$$

$$p_{11} = 2(\lambda^2 - \lambda^{-1})(C_1 + C_2\lambda^{-1}). \quad (2)$$

Здесь $\lambda = \sqrt{g_{11}} = dx/dx_0 > 0$ (x_0 – лагранжева координата).

Из (1), (2) и условия $p_{11}(L) = 0$ следует уравнение:

$$G(L) - G(x) = 2(\lambda^2 - \lambda^{-1})(C_1 + C_2\lambda^{-1}), \quad \lambda > 0. \quad (3)$$

Длина недеформированного тела L_0 и его длина L после деформации связаны следующим образом:

$$L_0 = \int_0^L \frac{dx}{\lambda}. \quad (4)$$

Функция $\lambda(x, L)$ определяется из уравнения (3), и после этого длину деформированного тела L можно найти из уравнения (4).

Численные расчеты. Потенциал $G(x)$ может быть рассчитан с помощью экспериментальных данных (см. Рис. 2). Расчеты с использованием экспериментально измеренных параметров показали, что для некоторых значений тока в электромагнитной катушке зависимость L от L_0 неоднозначна. Одному значению L_0 (из некоторого диапазона) соответствуют три значения L (см. Рис. 5).

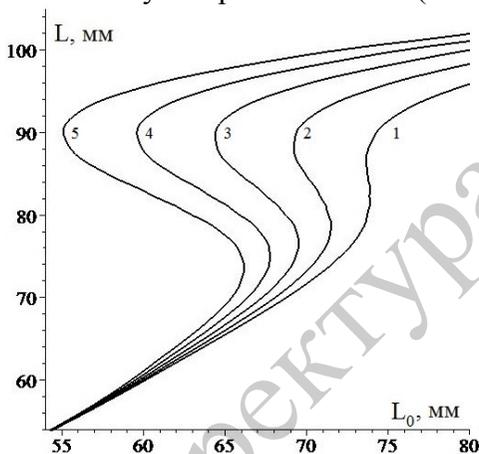


Рис. 5. Теоретическая зависимость длины деформированного тела от его начальной длины при токах: 1 – 6А, 2 – 7А, 3 – 8А, 4 – 9А, 5 – 10А

Можно показать, что положение равновесия неустойчиво, если $dL/dL_0 < 0$. Поэтому среднее из этих значений L соответствует неустойчивому положению равновесия, так как $dL/dL_0 < 0$ в этой точке. Таким образом, теоретически показано, что в некотором диапазоне токов существует бистабильность деформации НЭ. Некоторое количественное различие теории и эксперимента, может быть связано с тем, что при расчетах не учтена зависимость C_1 и C_2 от величины магнитного поля.

Зависимость коэффициентов упругости от величины магнитного поля. В [6] указано, что модули упругости НЭ в модели Гука зависят от приложенного

магнитного поля. В связи с этим был проведен эксперимент по определению коэффициентов C_1 и C_2 в модели Муни – Ривлина в однородном магнитном поле катушек Гельмгольца, которое не оказывает силового воздействия на образец, но влияет на его упругие свойства. В данном эксперименте использовался образец 2, более жесткий, чем образец 1. При приложении силы на незакрепленном торце тела производилось его растяжение в горизонтальном положении при различных значениях тока в катушках. Экспериментальная установка изображена на Рис. 6. Согласно описанной выше методике выполнялась линейная аппроксимация экспериментальных точек зависимости $p_{11n}/(\lambda - \lambda^{-2})$ от λ^{-1} . Соответствующие аппроксимирующие прямые при отсутствии тока и при токах в 3А, 4А и 5А представлены на Рис. 7.

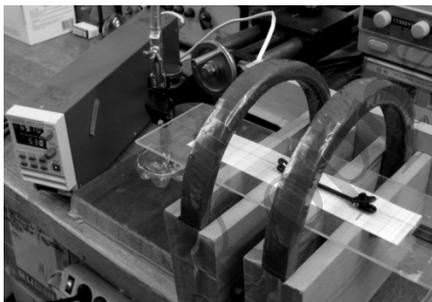


Рис. 6. Экспериментальная установка для определения модулей упругости C_1 , C_2 в однородном поле

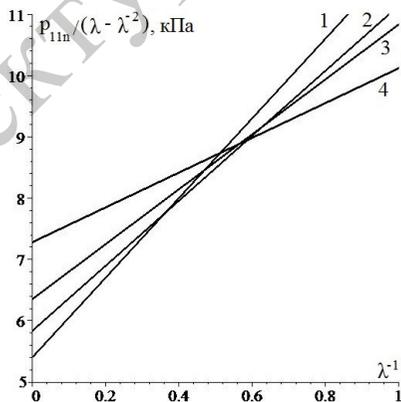


Рис. 7. Экспериментальная зависимость $p_{11n}/(\lambda - \lambda^{-2})$ от λ^{-1} для токов: 1 – 0А, 2 – 3А, 3 – 4А, 4 – 5А

Из полученных зависимостей $p_{11n}/(\lambda - \lambda^{-2})$ от λ^{-1} (Рис. 7) были найдены коэффициенты упругости НЭ в модели Муни – Ривлина для разных токов, приведенные в Табл. 1. Видно, что с ростом тока модуль упругости C_1 увеличивается, а C_2 уменьшается.

Табл. 1

Ток, А	0	3	4	5
C_1 , кПа	2.7017	2.9186	3.1767	3.6408
C_2 , кПа	3.2490	2.6510	2.2400	1.4184

Заключение. Экспериментально и теоретически исследована деформация тонкого цилиндрического тела из намагничивающегося эластомера на силиконовой основе в приложенном неоднородном осесимметричном магнитном поле электромагнитной катушки. Обнаружена бистабильность деформации такого тела в некотором диапазоне токов в катушке. Силовым методом измерена магнитная проницаемость намагничивающегося эластомера. Предложена методика измерения коэффициентов упругости эластомера в модели Муни – Ривлина и обнаружена зависимость этих коэффициентов от величины магнитного поля.

Работа поддержана РФФИ (№ 16-51-12024).

Список использованных источников

1. O.V. Stolbov, Yu.L. Raikher. Magnetodeformation effect in a ferroelastic material. // Tech. Phys. Lett., vol. 26(2) (2000) pp. 156-158.
2. G.V. Stepanov, Yu.L. Raikher, O.V. Stolbov. Deformation of a circular ferroelastic membrane in a uniform magnetic field. // Tech. Phys., vol. 53(9) (2008) pp. 1169-1176.
3. Konstantin Morozov, Mark Shliomis, and Hiroshi Yamaguchi. Magnetic deformation of ferrogel bodies: Procrustes effect. // Phys. Rev. E, vol. 79 (2009), p. 040801:1-4.
4. D. Ivaneyko, V. Toshchevnikov, M. Saphiannikova, G. Heinrich. Effects of particle distribution on mechanical properties of magneto-sensitive elastomers in a homogeneous magnetic field. // Cond. Matt. Phys., vol. 15(3) (2012) pp. 33601:1-12.
5. Л.В. Никитин, К.Г. Корнев, Л.С. Миронова. Магнитные свойства магнитоэластиков и изменение их формы в

- однородном магнитном поле. В сб.: VIII Международная пленская конференция по магнитным жидкостям, 1998. – с. 95-96.
6. G.V. Stepanov, S.S. Abramchuk, D.A. Grishin, L.V. Nikitin, E.Yu. Kramarenko, A.R. Khokhlov. Effect of a homogeneous magnetic field on the viscoelastic behavior of magnetic elastomers. // *Polymer*, 48 (2007), pp. 488-495.
 7. M. Zrinyi, L. Barsi, D. Szabo and H.-G. Kilian. Direct observation of abrupt shape transition in ferrogels induced by nonuniform magnetic field. // *J. Chem. Phys.*, vol. 106 (1997) pp. 5685-5692.
 8. V.A. Naletova, D.A. Pelevina, D.I. Merkulov, I. Zeidis, K. Zimmermann. Bi-stability of a deformation of a body with a magnetizable elastomer in a magnetic field. // *Magnetohydrodynamics*, 52 (3) (2016), pp. 287-298.
 9. D.I. Merkulov, V.A. Naletova, D.A. Pelevina, V.A. Turkov, Multi-stability of a body with magnetizable elastomer in a non-uniform magnetic field // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2016, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.10.011>.
 10. Виноградов Г.В., Малкин А.Я. Реология полимеров. М.: Химия, 1977.