

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Орлова Андрея Олеговича
на тему: «Переходные слои в задачах реакция-диффузия с разрывным
реактивным членом»
по специальности 01.01.03 – «математическая физика»

Диссертация А. О. Орлова посвящена асимптотическому анализу краевых задач для эллиптических и параболических уравнений реакция-диффузия с разрывной правой частью, получению условий существования, локальной единственности и асимптотической устойчивости решений, содержащих внутренний переходный слой.

Актуальность темы.

Теория контрастных структур является важным и динамично развивающимся разделом современной математической физики. Она имеет приложения в различных областях, таких как теория нелинейных волн, акустика, физика полупроводников. Это связано с тем, что при моделировании физических явлений появляется необходимость описывать скачкообразные изменяющиеся величины на границе разделов двух сред с различными характеристиками. Основой таких моделей часто выступают нелинейные сингулярно возмущенные уравнения реакция-диффузия, у которых правая часть претерпевает разрыв либо по пространственным переменным, либо при некотором значении искомой функции. Важно отметить, что несмотря на наличие большого количества работ по данной тематике, случай разрывного реактивного члена не был освещен в литературе ранее. Таким образом, тема диссертационной работы, безусловно, является актуальной.

Методы исследования.

В диссертационной работе А. О. Орлова использованы такие методы, как метод пограничных функций А. Б. Васильевой, который часто применяется при построении асимптотических разложений для сингулярно возмущенных задач, а также метод дифференциальных неравенств, чрезвычайно эффективный при доказательстве теорем существования и асимптотической устойчивости. Основная идея последнего состоит в том, что нижнее и верхнее решения строятся на основе формальной асимптотики. Важно отметить, что оба указанных метода модифицированы диссертантом для задач с разрывными нелинейностями.

Структура диссертации и основные результаты.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, содержащего 106 наименований. Общий объем диссертации составляет 164 страницы.

В первой главе рассматриваются прикладные задачи, приводящие к сингулярно возмущенным уравнениям реакция-диффузия; обсуждаются актуальные результаты теории контрастных структур, полученные в последние десятилетия; подробно анализируются метод согласования асимптотических разложений и метод дифференциальных неравенств.

Во второй главе рассматривается одномерная краевая задача для уравнения реакция-диффузия, у которого реактивное слагаемое имеет разрыв во внутренней точке отрезка. Формулируются условия существования и асимптотической устойчивости решения с резким переходным слоем.

В третьей главе исследуется краевая задача для двумерного уравнения Пуассона в предположении, что функция правой части претерпевает разрыв первого рода на гладкой замкнутой кривой, заданной внутри

рассматриваемой области. Подробно описывается введение локальных координат в окрестности кривой, на фазовой плоскости анализируется присоединенная система, необходимая для описания переходного слоя в нулевом приближении. Предлагается алгоритм построения асимптотического приближения произвольного порядка точности. Формулируются условия существования и устойчивости, аналогичные условиям из первой главы. Результаты иллюстрируются примером.

В четвертой главе исследуется параболическая периодическая краевая задача в двумерной односвязной области в случае разрыва правой части на гладкой замкнутой кривой. С помощью асимптотического метода дифференциальных неравенств доказываются теоремы существования, локальной единственности и асимптотической устойчивости по Ляпунову.

В пятой главе обсуждается параболическая периодическая краевая задача в двумерной односвязной области в случае разрыва правой части при некотором значении искомой функции. Интересно, что в данной задаче положение кривой переходного слоя заранее неизвестно. Орловым А. О. предлагается алгоритм нахождения кривой, доказываются теоремы существования и асимптотической устойчивости решения типа контрастной структуры для двух случаев: сбалансированной и несбалансированной нелинейностей. Приводятся пример и численные расчеты, иллюстрирующие теоретический результат.

Оценка новизны и достоверности.

По моему мнению, полученные результаты являются новыми и представляют несомненный научный интерес. Основные утверждения и положения, содержащиеся в диссертационной работе, в достаточной мере отражены в 6 публикациях, опубликованных в журналах, входящих в международные базы данных.

Замечания.

По диссертационной работе имеются следующие замечания:

- 1) В главах 3, 4, 5 автор предьявляет алгоритм построения асимптотического приближения n -го порядка точности. Хотелось бы уточнить гладкость функций $f^{(\pm)}$, необходимых для такого построения.
- 2) В автореферате диссертации основные результаты описаны довольно скупо. В частности, в конец обсуждения каждой главы следовало бы поместить соответствующие формулировки теорем существования и асимптотической устойчивости.
- 3) В списке литературы есть работы (см. Н. Н. Нефедов, М. К. Ни, Внутренние слои в одномерном уравнении реакция-диффузия с разрывным реактивным членом // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2015), где аналогичная задача рассмотрена другим методом. Следовало бы отметить преимущества развиваемого в диссертации подхода.

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.03 – «математическая физика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Орлов Андрей Олегович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 – «математическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор, главный научный сотрудник
лаборатории механики природных катастроф
ФГБУН Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН

Доброхотов Сергей Юрьевич

23.11.2020.

Контактные данные:

тел.: 8(495)433-75-44, e-mail: s.dobrokhотов@gmail.com

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.01.03 математическая физика

Адрес места работы:

119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1,
ФГБУН Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН, лаборатория механики
природных катастроф
Тел.: 8(495)433-75-44; e-mail: dobr@ipmnet.ru

Подпись главного научного сотрудника лаборатории механики природных катастроф
ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН С.Ю. Доброхотова
удостоверяю:
Ученый секретарь



М.А. Котов