

СОВРЕМЕННЫЕ АСПЕКТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

О.М.Пигнастый

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

Методы имитационного моделирования позволяют изучать технологический процесс в ускоренном времени. Эффективным является метод с построением имитационного алгоритма пооперационного описания технологического процесса. Глубокая детализация пооперационных заданий приводит к большой размерности задачи, а малая устойчивость исходных данных усложняет использования метода. Одной из основных причин возникновения новых направлений в моделировании технологических процессов является качественный скачок сложности возникающих задач управления. Известно, что предмет статистики занимается изучением особого типа закономерностей, которым подчиняется поведение макроскопических систем, состоящих из большого числа элементов. Показательно то, что общий характер этих закономерностей не зависит от того, каким способом описывается поведение элемента макроскопической системы. Составляя уравнения состояния параметров предмета труда, находящегося в технологическом процессе, получаем систему большого количества уравнений. Интегрируя эту систему уравнений, принципиально можно получить исчерпывающие сведения о состоянии технологического процесса в целом. На первый взгляд можно было бы заключить, что с увеличением количества предметов труда в межоперационном задании технологических операций невообразимо возрастает сложность и запутанность свойств системы, а в поведении параметров технологического процесса нельзя найти и следов какой-либо закономерности. Однако это не так. В докладе показано, что при весьма большом числе предметов труда появляются новые своеобразные закономерности. Поведение параметров технологического процесса подчиняется макроскопическим закономерностям состояния большого количества предметов труда, поведение которых не может быть исчерпывающе описано чисто закономерностями состояния параметров отдельных предметов труда.

Основными элементами технологического процесса являются труд, средства труда и предметы труда. Технологический процесс определяется последовательностью технологических операций, оборудованием, нормативами использования технологических ресурсов для выполнения операций. Состояние производственной системы определим как состояние числа N предметов труда. Поведение предмета труда подчиняется микроскопическим законам в соответствии с установленным на предприятии технологическим процессом. Состояние предмета труда будем описывать микроскопическими параметрами (S_j, μ_j) в

фазовом технологическом пространстве (t, S, μ) , где S_j (грн) и $\mu_j = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S_j}{\Delta t}$ соответственно сумма

общих затрат и интенсивность затрат, перенесенных на j -й предмет труда, $0 < j \leq N$ [1]. Состояния предметов труда можно математически представить точками в фазовом технологическом пространстве. С течением времени состояние предмета труда меняется и, изображающая его состояние точка будет описывать в нем некоторую технологическую траекторию, которую будем характеризовать целевой функцией $J = J(t, S_1, \mu_1, \dots, S_j, \mu_j, \dots, S_N, \mu_N)$. Если известна информация о состоянии каждого предмета труда, то разумно полагать, что все известно о состоянии технологического процесса. Предмет труда превращается в готовое изделие в соответствии с технологией производства в окрестности нормативной технологической траектории. Состояние технологического процесса в некоторый момент времени t будет определено, если определены микроскопические параметры (S_j, μ_j) и целевая функция для технологической траектории $J(t, S_1, \mu_1, \dots, S_j, \mu_j, \dots, S_N, \mu_N)$, а в любой другой момент времени найдено из уравнений состояния предметов труда [1]:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j; \quad \frac{\partial J}{\partial S_j} - \frac{d}{dt} \frac{\partial J}{\partial \mu_j} = 0; \quad 0 < j \leq N; \quad S_j(t) \Big|_{t=t_0} = S_{0j}; \quad \mu_j(t) \Big|_{t=t_0} = \mu_{0j}, \quad \text{где } \mu_j = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S_j}{\Delta t}. \quad (1)$$

Решение системы уравнений (1) для $N \gg 1, M \gg 1$ представляет собой невыполнимую задачу при использовании методов имитационного моделирования. Но именно факт, который делает неприменимыми имитационные методы для моделирования технологического процесса, дает возможность подойти к решению задачи с другой стороны, а именно к переходу от микроскопического описания к макроскопическому с элементами вероятностной природы. Основная трудность в таком описании состоит в том, чтобы выделить измеряемые характеристики микросостояний предметов труда. Вместо того, чтобы рассматривать состояние технологического процесса с микро-величинами (S_j, μ_j) , введем функцию распределения числа N предметов труда в фазовом технологическом пространстве (t, S, μ) :

$$\int_0^\infty dS \cdot \int_0^\infty d\mu \cdot \chi(t, S, \mu) = N. \quad (2)$$

Разобьем фазовое технологическое пространство на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta S_j = \Delta S_j \cdot \Delta \mu_j$ были много меньше характерных размеров производственной системы и в то же время содержали внутри себя большое число предметов труда. В силу того, что величина $\chi(t, S, \mu) \cdot dS \cdot d\mu$ представляет число предметов труда в малой ячейке $\Delta \Omega$, мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ предмета труда со временем судить и об изменении функции $\chi(t, S, \mu)$:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t, S) = J_{Gen}(t, S, \mu), \quad \frac{\partial J}{\partial S} - \frac{d}{dt} \frac{\partial J}{\partial \mu} = 0, \quad \frac{dS}{dt} = \mu, \quad \frac{d\mu}{dt} = f(t, S). \quad (3)$$

Уравнение (3) описывает изменение усредненных по малой ячейке фазового технологического пространства $\Delta \Omega$ характеристик состояния предметов труда S_j, μ_j . Оборудование воздействует на предмет труда, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить только о вероятности того, что после воздействия со стороны технологического оборудования предмет труда будет находиться в том или ином состоянии. Этот вероятностный характер воздействия оборудования на предмет труда можно учесть, задав функцию $\psi(S, \mu)$, определяющую вероятность того, что после воздействия технологического оборудования на предмет труда скорость переноса затрат на базовый продукт станет равной μ . Определим моменты $[\psi]_k$ функции $\psi(S, \mu)$ следующими выражениями, используя паспортные данные оборудования и технические параметры технологии обработки предмета труда.

$$\int_0^\infty \psi(S, \mu) \cdot d\mu = 1, \quad \int_0^\infty \mu^k \cdot \psi(S, \mu) \cdot d\mu = [\psi]_k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Количество предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования в ячейке $dS \cdot d\mu$ с координатами (S, μ) и переместившихся в результате воздействия в ячейку $dS \cdot d\tilde{\mu}$ с координатами $(S, \tilde{\mu})$, пропорционально произведению потока предметов труда $\chi(t, S, \mu) \cdot \mu$ по технологическим операциям на вероятность перехода $\psi(S, \tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu}$ и плотность расположения оборудования $\lambda(S)$ вдоль технологического маршрута. Число предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования и принявшие значения в пределах $(\tilde{\mu}; \tilde{\mu} + d\tilde{\mu})$: $\psi(\tilde{\mu}) \cdot \lambda(S) \cdot \mu \cdot \chi(t, S, \mu) \cdot d\tilde{\mu} \cdot dS \cdot d\mu$. Наряду с этим в элемент объема $dS \cdot d\mu$ поступают предметы труда из объема $dS \cdot d\tilde{\mu}$ путем обратного перехода. Общее число предметов труда в элементе объема $dS \cdot d\mu$ изменяется в единицу времени на величину $dS \cdot d\mu \cdot J_{Gen}(t, S, \mu)$:

$$J_{Gen}(t, S, \mu) = \lambda(S) \cdot \int_0^\infty \{ \psi(S, \mu) \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) - \psi(S, \tilde{\mu}) \cdot \mu \cdot \chi(t, S, \mu) \} d\tilde{\mu} \quad (4)$$

В большинстве практических случаев функция $\psi(S, \mu)$ не зависит от состояния предметов труда до испытания воздействия со стороны оборудования, что дает возможность представить (4) в виде

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f = \lambda(S) \cdot \{ \psi(S, \mu) \cdot [\chi]_1 - \mu \cdot \chi \}. \quad (5)$$

Решение уравнений (5) связано со значительными трудностями. Как правило, для описания состояния больших систем используют несколько первых моментов функции распределения. Умножив уравнение (5) на μ^k , $k = 0, 1, 2, \dots$ и проинтегрировав по всему диапазону μ , получим уравнения балансов состояния макропараметров технологического процесса:

$$\frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} = 0, \quad \frac{\partial [\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f(t, S) \cdot [\chi]_{k-1}, \quad \int_0^\infty \mu^k \cdot \chi \cdot d\mu = [\chi]_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Нулевой $[\chi]_0$ и первый $[\chi]_1$ моменты функции распределения предметов труда по микросостояниям μ имеют производственную интерпретацию: заделы предметов труда и их темп движения вдоль технологического маршрута. Уравнения балансов (6) описывают макро-состояние технологического процесса через параметры состояния $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$. Уравнения балансов для макропараметров технологического процесса (6) в одномоментном представлении есть уравнения системной динамики для технологического процесса [2].

Литература

1. Пигнастый О.М. Задача оптимального оперативного управления макропараметрами производственной системы с массовым выпуском продукции – Доповіді Національної академії наук України, 2006. – N5 – С. 79-85
2. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. М.: Прогресс, 1961. 341 с.