Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова»

Механико-математический факультет

Кафедра теоретической механики и мехатроники

Курсовая работа

Исследование эффекта трансгрессии в задаче о движении стержня по сфере

Выполнил студент 522 группы
Видов Никита Михайлович

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент Кулешов Александр Сергеевич

Москва, 2021

1 Нормализация в окрестности многообразия равновесий.

Нас будет интересовать поведение решения системы дифференциальных уравнений в малой окрестности многообразия равновесий. Пусть в подходящих координатах X_k, ξ_k оно задается уравнениями $\xi_k = 0$, тогда правые части системы уравнений

$$\dot{X}_k = F_k(X,\xi), \quad \dot{\xi}_k = G_k(X,\xi)$$

в окрестности многообразия равновесий раскладываем в ряд Тейлора в нуле по малым переменным $\xi_k = \epsilon\zeta_k$, где ϵ - малый параметр. Для получения N - того приближения в правых частях нужно отбросить все одночлены начиная со степени N для $\dot{X}_k$ и $N+1$ для $\dot{\xi}_k$. После этого можно будет пользоваться процедурой приведения к нормальной форме.

Линейная часть с помощью линейных преобразований приводится к жордановой форме, а для членов порядка больше единицы будем подбирать замену вида:

$$X_k = Y_k + A_j(Y)\eta^j, \quad |j| = j_1 + j_2 + ..., \quad \eta^j = \eta_1^{j_1}\eta_2^{j_2}..., \quad |j| = N-1$$

$$\xi_k = \eta_k + B_j(Y)\eta^j, \quad |j| = j_1 + j_2 + ..., \quad \eta^j = \eta_1^{j_1}\eta_2^{j_2}..., \quad |j| = N$$

так, чтобы уничтожить как можно большее число членов. Зависимость коэффициентов A_j, B_j от Y вносит некоторые усложнения в нормализацию: при подборе замены сначала нужно решить уравнения на коэффициенты для X_k, а затем для ξ_k, это происходит из-за зависимости коэффициентов разложения от Y.

2 Формулировка.

Пусть по сфере, заданной уравнением

$$\mathbf{r} = \{R\sin\theta\cos\gamma, R\sin\theta\sin\gamma, R\cos\theta\}, \gamma \in [0, 2\pi), \theta \in [0, \pi] \tag{1}$$

движется без проскальзывания абсолютно твердый тонкий стержень в однородном поле силы тяжести, причем относительно неподвижной системы координат, в которой записано уравнение сферы, сила тяжести имеет вид $\mathbf{F} = -Mg\mathbf{e}_z$. Будем предполагать, что стержень опирается о сферу одной точкой P. В этой точке введём подвижную систему координат $Px_1x_2x_3$, единичные векторы которой обозначим через $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ и $\mathbf{e}$. Единичный вектор $\mathbf{e}_1$ направлен таким образом, что радиус вектор $\mathbf{PG}$ центра масс G стержня имеет вид $\mathbf{PG} = s\mathbf{e}_1$. Вектор $\mathbf{e}$ является вектором нормали к сфере в точке P, а вектор $\mathbf{e}_2$ дополняет векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}$ до правой тройки.

Список литературы

[1] Кулешов А. С., Ифраимов С. В. О движении стержня по выпуклой поверхности // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2013. Вып. 2. С. 105-110

[2] Татаринов Я. В. Следствия неинтегрируемого возмущения интегрируемых связей: нелинейные эффекты движения вблизи многообразия равновесий // Прикладная математика и механика. 1992. Т. 56. Вып. 4. С. 604-614