

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет
Кафедра прикладной механики и управления
Лаборатория управления и навигации

На правах рукописи

Козлов Александр Владимирович

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ
ПРИ ПОМОЩИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ И
СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Специальность 01.02.01 теоретическая механика

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научные руководители:
д.ф.-м.н., профессор Н.А. Парусников
к.ф.-м.н. Н.Б. Вавилова

Москва, 2010 г.

Оглавление

Введение	4
I Определение взаимной ориентации приборных трехгранников двух БИНС, расположенных на одном носителе	21
1 Обозначения и системы координат	23
2 Варианты решения задачи	24
2.1 Решение задачи при использовании только информации об угловых скоростях приборных трехгранников	24
Схема решения	24
Численное моделирование задачи	26
2.2 Решение задачи в случае, когда угловая скорость приборного трехгранника эталонной БИНС недоступна	28
Схема решения	29
Численное моделирование задачи	32
3 Выводы	33
II Определение ориентации подвижных объектов при помощи фазовых спутниковых измерений с разнесенных антенн	37
1 Описание и принципы функционирования глобальной спутниковой навигационной системы GPS	38
2 Гринвичская, географическая и связанная декартовы системы координат	42

3	Общая постановка задачи	45
4	Фазовые спутниковые измерения	47
4.1	Модель фазовых спутниковых измерений	47
4.2	Первые разности фазовых измерений	49
4.3	Вторые разности фазовых измерений	50
4.4	Свойства разностных измерений	51
5	Геометрические параметры расположения антенн друг относительно друга	52
6	Зависимость погрешностей измерений от угла возвышения навигационного спутника	53
7	Математическая постановка задачи	54
8	Алгоритм определения ориентации	55
8.1	Построение первого приближения по методу наименьших квадратов с использованием рекуррентной процедуры — этап CLS (coarse least-squares approximation)	56
	Уравнения измерений	56
8.2	Традиционные соотношения метода наименьших квадратов	56
	Соотношения метода наименьших квадратов	58
	Соотношения рекуррентного цифрового фильтра	60
	Ковариации ошибок оценки по методу наименьших квадратов	61
8.3	Исключение целочисленной неопределенности — этап AF (ambiguity-free least squares)	61
8.4	Учет геометрической информации и различия в уровне помех для спутников с разными углами возвышения — этап EAF (extended ambiguity-free least squares iterations)	62
	Учет геометрических параметров	63
	Весовая матрица	63
	Уравнения вычисления оценки	64

9	Факторы ухудшения точности в задаче определения ори- ентации по фазовым измерениям	65
10	Результаты обработки данных	67
10.1	Условия измерений	68
10.2	Оценка по методу наименьших квадратов	69
10.3	Условия моделирования	72
10.4	Улучшение оценки от этапа к этапу	74
10.5	Зависимость качества оценки от параметров системы	75
11	Выводы	77
Заключение		78
Литература		80

Введение

Определение ориентации в пространстве для подвижных и неподвижных объектов, таких как речные, морские и воздушные суда, автомобили, другие подвижные объекты, строительные конструкции, большие механизмы (краны, пусковые комплексы и т.п.) уже много лет является актуальной технической задачей. Наиболее востребованной и практически значимой является, как правило, оценка ориентации объектов относительно поверхности Земли (отклонение от плоскости горизонта, от географической вертикали, от заданного курса и пр.), а также ориентации двух объектов друг относительно друга (например, при начальной выставке какого-либо маневренного объекта перед его пуском с несущего его самолета, ориентации воздушного судна относительно палубы корабля при взлете и посадке и т.д.) Требования к точности определения углов ориентации в различных системах отличаются на порядки — от десятка градусов (к примеру, для солнечных батарей, [7] и др.) до первых десятков угловых секунд (в гравиметрии, см. [2], стр. 196).

В технике существует значительное количество подходов к решению задачи определения ориентации. В числе прочих, можно выделить системы, основанные на механических угловых датчиках, оптические системы (в том числе системы, основанные на распознавании образов), магнитометрические системы (измеряющие углы ориентации относительно магнитного поля Земли), системы, основанные на инклинометрах (акселерометрах), дальномерные методы, методы инерциальной и спутниковой навигации, комбинированные системы и другие.

Системы, использующие механические угловые датчики, применимы исключительно для объектов, механически связанных с

основанием, ориентация которого известна с достаточной точностью. Кроме того, в таких системах очень важно, чтобы параметры механической связи точно соответствовали модели, используемой при вычислениях. При выполнении указанных условий в таких системах с применением серийно выпускаемых датчиков достигаются точности от единиц до десятков угловых минут (см. [8] стр. 1, [9] стр. 129, [10] стр. 1). Подобный подход неприменим для автономных объектов, движущихся в пространстве (самолеты, корабли и т.п.) Интересная разновидность механического подхода, использующая средства спутниковой навигации, приводится в работе [23], где вместо основания в качестве опорных точек используются не связанные с движущимся объектом спутники глобальных навигационных систем. При последовательном наведении приемной антенны на спутники измеряются углы поворота антенны относительно объекта. Однако, точность наведения при этом невелика и для последовательного перебора минимум трех спутников требуется некоторое время. Кроме того, использование механических приводов значительно снижает надежность системы.

Оптические системы ориентации требуют наличия неизменных постоянно видимых внешних ориентиров, относительно которых и определяется ориентация объекта. Необходимость внешних ориентиров сильно ограничивает применение таких систем. Чаще всего они применяются на искусственных спутниках Земли, где ориентирами (*маяками*) являются Солнце и другие звезды, Луна, а также земной горизонт, и при этом практически отсутствуют факторы, препятствующие видимости этих ориентиров. Стабильность работы таких систем, однако, иногда не позволяет использовать их в качестве единственного источника информации об ориентации. Кроме того, нетривиальной процедурой является первоначальный поиск ориентиров, необходимый для их захвата в поле зрения оптических сенсоров, для чего составляются звездные атласы и применяются процедуры распознавания образов (см, например, [19]). Современные отечественные и зарубежные образцы имеют высокие паспортные характеристики точности определения ориентации (см. [1], [11], [12],

[13]) от единиц до десятков угловых минут и различные конструкции ([25], [26], [22]). В [118] и [133] описываются методы, использующие средства спутниковой навигации, но по сути являющиеся разновидностью оптической системы определения ориентации невысокой точности, в которой в качестве внешних ориентиров служат навигационные спутники и другие опорные объекты. Также оптические системы применяются на специально оборудованных откалиброванных стендах (или полигонах, на которых установлены соответствующие маяки). В этом случае точность оценки углов ориентации высока, однако решение задачи привязано к конкретной местности. Вместе с тем для объектов, движущихся вблизи поверхности Земли в произвольной ее точке, построение оптических систем, способных достаточно точно определять ориентацию, чрезвычайно затруднительно из-за отсутствия постоянно видимых ориентиров.

Магнитометрические системы в настоящее время, во-первых, обладают относительно небольшой точностью (1—2 градуса), а во-вторых, позволяют определить только два из трех углов ориентации, так как отклонение измеряется относительно местного магнитного поля Земли, которое локально однородно. Кроме того, одним из существенных недостатков датчиков магнитного поля является то, что при использовании их на борту реальных судов (морских и воздушных) значительное влияние на их показания оказывают электродвигатели и металлические элементы корпуса судна (особенно подвижные, такие как винт вертолета и др.), а также вариации магнитного поля Земли. Применение магнитометрических датчиков для определения ориентации рассмотрено в [1], [20] и др. Как правило, измерения магнитного поля Земли используются в системах определения ориентации в качестве грубого приближения совместно с другими измерениями ([26], [21], [22] и др.)

Инклинометры измеряют отклонение объекта относительно вектора силы тяжести. Естественно, что подобные измерения не позволяют определить азимутальный угол и, кроме того, требуют весьма точного учета боковых ускорений в горизонтальной плоскости. Такие приборы применяются на практике только для измерения отклонения от верти-

кали малоподвижных объектов (например, строительных конструкций). Несмотря на то, что современные промышленные образцы подобных приборов имеют высокую точность — от единиц угловых секунд до первых десятков угловых минут (см. [15], [14], [16]), требование к неподвижности (или точному учету движения) датчиков серьезно ограничивает их применение. Как правило, инклинометры применяются совместно с другими средствами определения ориентации.

Дальномерные методы основаны на измерении теми или иными способами расстояний до точек объекта от точек, положение которых известно (например, от кормы и носа судна до маяков на пристани). Такие способы применяются при относительно небольшом удалении (до сотен метров) объекта от неподвижных опорных точек, так как с увеличением расстояния растут и погрешности его определения. Для измерения расстояний применяются ультразвуковые, лазерные методы, а также радиобмен по принципу «вопрос-ответ» с фиксацией времени прохождения радиосигнала, аналогично определению координат по кодовым спутниковым измерениям ([27], [17], [24], [28]).

Наиболее универсальными и широко распространенными при решении задач навигации и определения ориентации для различных объектов являются методы инерциальной и спутниковой навигации.

Инерциальные навигационные системы (ИНС, см. [3] стр. 39, [35] стр. 4, [4] стр. 187) позволяют решать задачу автономно, независимо от внешних факторов (наличие ориентиров и т.п.) Известными недостатками таких систем являются наличие систематического ухода в режиме автономной навигации, неустойчивость вертикального канала ИНС и необходимость начальной выставки ([35] стр. 17, [3] стр. 44, [46] стр. 113), требующей выполнения определенных условий. Различают *платформенные* ИНС ([35] стр. 9) и *бескарданные* ИНС (БИНС, ([35] стр. 13, 17, [34] стр. 3, 17, 263).

Спутниковые навигационные системы (СНС, см. [4] стр. 141, 281, [47] стр. 22, 45, 152, и др.) лишены указанных недостатков, характерных

для ИНС. Однако качество выходной информации СНС зависит от функционирования системы в целом (контрольного и космического сегментов системы спутниковой навигации), от качества принимаемых радиосигналов (с учетом их прохождения через атмосферу, внешние электромагнитные поля, влияния посторонних излучений и переотражения сигнала), а также от обеспечения беспрепятственного прохождения радиосигналов от навигационных спутников (что затрудняет применение СНС в условиях сложного местного рельефа, городской застройки, леса, а также ограничивает маневры). В настоящее время для высокоточного определения ориентации используются системы с несколькими разнесенными приемными антеннами. Однако в литературе встречаются и подходы, использующие только одну антенну с анализом соотношений сигнал/шум для различных спутников ([63], [121], [125]) или предусматривающие антенны специальной конструкции ([122]).

Несмотря на указанные недостатки, оба типа навигационных систем широко используются, постоянно развиваются и улучшаются методы решения навигационных задач и технические характеристики таких систем. **Интегрированные инерциально-спутниковые системы** являются наиболее точными, стабильными, но одновременно дорогими ([46] стр. 138, [35] стр. 19, [4] стр. 283, [34] стр. 409, [95], [29], [30], [31], [32], [132], [18]).

В условиях закрытости иностранных разработок в области навигации, для отечественных научных и промышленных предприятий, создающих и использующих в работе навигационные комплексы, актуальной является разработка собственных алгоритмов решения навигационных задач и улучшения характеристик систем определения ориентации за счет новых алгоритмов обработки измерительной информации. Нередко зарубежные (и отечественные) публикации либо отражают только полученные авторами результаты, неся рекламный характер, либо содержат неполные описания алгоритмов, не позволяющие достичь заявленных результатов. Также традиционно отсутствуют подробные описания мето-

дик испытания создаваемых навигационных систем, что порой допускает неоднозначное толкование результатов работ.

В данной работе рассматриваются две задачи определения ориентации, возникающие в навигационных комплексах. Задачи решаются инерциальными и спутниковыми методами с выходной точностью порядка единиц и десятков угловых минут. Для каждой задачи разработаны и испытаны алгоритмы решения. Объекты, для которых решаются навигационные задачи, имеют характерные размеры порядка единиц и десятков метров и движутся вблизи поверхности Земли (автомобили, корабли, самолеты и им подобные). Работа содержит ряд нововведений, не описанных ранее в существующей литературе.

Задача управления ориентацией в данной работе не рассматривается. Ниже дан краткий обзор рассмотренных задач.

Определение взаимной ориентации двух бескарданных инерциальных навигационных систем, расположенных на одном носителе

Необходимость в определении взаимной ориентации двух бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС) возникает в ряде случаев.

В большинстве летательных аппаратов системы навигации включают в себя дублирующие приборы, в т.ч. БИНС. После временного отключения одной из систем (из-за сбоя питания и др.) требуется провести начальную выставку этой БИНС для ее дальнейшего автономного функционирования (см. [46], стр. 98). В числе прочего, требуется ввести в БИНС числовую информацию об ориентации в опорной системе координат. Для этого необходимо оценить взаимную ориентацию выставляемой системы относительно второй, работающей в штатном режиме. В [33] (стр. 59) рассмотрена задача определения взаимной ориентации двух трехгранников по измерениям их относительной угловой скорости и единичного вектора в проекциях на оси обоих трехгранников.

Решение той же задачи — один из способов начальной выставки инер-

циальной навигационной системы маневренных объектов или летательных аппаратов, стартующих с борта подвижного носителя (морского или воздушного судна, подвижного пускового комплекса). В такой задаче в качестве эталонной используется БИНС объекта-носителя. При этом, однако, следует большое внимание уделять жесткости крепления одной системы относительно другой (см. [36], [37], [34] стр. 289).

В рассматриваемой здесь постановке задачи БИНС предполагаются неподвижными друг относительно друга, что чаще всего достигается близкой установкой их друг к другу на общей платформе или на жестко закрепленных конструкциях¹. Для решения задачи используются исключительно показания датчиков обеих систем и результаты обработки этих показаний в бортовых вычислителях БИНС без привлечения какой-либо дополнительной информации². В практических приложениях исключительно важна простая реализация алгоритмов в реальном времени, уменьшение общего времени решения задачи, упрощение необходимых для этого процедур (таких как выполнение самолетом специальных маневров для повышения обусловленности задачи оценки) и возможность реализации алгоритмов без переработки аппаратной части ИНС и принятых стандартов обмена информацией между системами. Построение алгоритмов с учетом указанных соображений является предметом исследования в данной работе.

Подобный режим начальной выставки в англоязычной литературе называется «*transfer alignment*», так как в процессе выставки информация передается от эталонной БИНС к выставляемой. Данная задача рассматривается в литературе, различные подходы описываются в [36], [34] стр. 289, [48] стр. 245, [37], [43], [42], [41]. К сожалению, в существующих ра-

¹В общем случае нельзя считать БИНС неподвижными друг относительно друга на продолжительных отрезках времени, т.к. взаимное расположение постепенно изменяется из-за температурных и других деформаций корпуса носителя и БИНС (в т.ч. из-за старения материалов, [34] стр. 300). Поэтому ввести информацию о взаимной ориентации двух БИНС заблаговременно невозможно. Однако на промежутках времени порядка нескольких минут две БИНС можно считать неподвижными друг относительно друга при соответствующей жесткой установке.

²Методики, использующие при решении задачи коррекцию по спутниковой и другой информации, существуют (см. [34] стр. 409, [37] и др.), но в данной работе не рассматриваются.

ботах отсутствуют описания алгоритмов с формулами, либо численные результаты реализации предложенных алгоритмов (или вообще сведения об испытаниях алгоритмов). В большинстве источников не учитывается возможность наличия существенного запаздывания информации, поступающей от одной системы к другой в процессе решения задачи в реальном времени ([36], [34], [48], [37], [43], [42]). В некоторых работах не описаны условия наблюдаемости задачи оценки, не учитываются систематические уходы датчиков угловой скорости БИНС ([37], [43], [42]). Результаты, схожие с полученными в настоящей работе, приводятся в [38], [39], [40], однако установить общность и отличия используемых методов и алгоритмов не представляется возможным, так как и в этих работах отсутствуют алгоритмы решения задачи и соответствующие формулы. Некоторые из рассмотренных в литературе методик ([36], [37], [38], [40]) испытаны только для достаточно жестких маневров (развороты самолета с углами крена $\pm 30^\circ$ и $\pm 60^\circ$, линейные ускорения с перегрузкой $1.5g$), неприемлемых для пассажирских самолетов. При этом в данной задаче оценки обусловленность зависит от амплитуды совершаемых маневров, т.е. для лучшей оцениваемости требуются большие маневры.

В работе рассматривается решение поставленной задачи в двух постановках, имеющих место на практике. Для обеспечения наблюдаемости и повышения обусловленности задачи оценки вводятся специальные маневры (эволюции) носителя. Эволюции, обеспечивающие достаточную обусловленность, не требуют наличия линейных ускорений и образуют достаточно широкий класс движений. Таким образом при выполнении маневров не требуется соблюдать жестких требований и ограничений. Необходимые эволюции, по мнению специалистов, легко реализуемы. Во всех случаях, приемлемая точность решения достигается за приемлемое время. Учтена также возможность наличия существенного запаздывания при передаче информации от одной БИНС к другой.

Задача определения ориентации по фазовым спутниковым измерениям

Широко известные в настоящее время средства спутниковых навигационных систем, применяемые большинством потребителей для определения координат и скорости на местности, также используются и для определения ориентации объектов. Впервые идея определения ориентации по сигналам спутниковых навигационных систем возникла в 1976 году, через 12 лет после запуска первых навигационных спутников и через 2 года после вывода на орбиту первого навигационного спутника национальной навигационной технологической программы (*Navigation Technology Program*) США «Navstar-GPS». В 1982 году было предложено использовать для определения ориентации фазовые спутниковые измерения с нескольких разнесенных приемных антенн.

Основной предложенный подход состоял в установке на объект, ориентацию которого требуется определить, нескольких приемных антенн спутниковых навигационных сигналов GPS. Задача определения ориентации сводится при этом к определению относительного расположения этих антенн друг относительно друга в гринвичской системе координат. По относительным координатам нетрудно восстанавливается матрица ориентации связанной с объектом системы координат относительно гринвичской. Далее, зная матрицу ориентации, легко вычислить и углы ориентации. При этом чем больше расстояния между антеннами — тем выше точность последующего определения углов ориентации.

Принципиальной алгоритмической сложностью является наличие в фазовых измерениях неопределенного количества целых циклов (длин волн), которые необходимо определить наряду с неизвестными углами ориентации. В англоязычной литературе указанные величины именуются «(integer) phase ambiguity» — целочисленная фазовая неопределенность (или неоднозначность). При известных значениях фазовых неопределенностей потенциальная точность фазовых измерений такова, что теоретически углы ориентации могут быть определены по ним с точно-

стью до единиц угловых секунд (при расстояниях между антеннами порядка 20—30 м). На практике подобная точность труднодостижима, т.к. фазовые измерения формируются в процессе слежения за фазой несущей радиоволн, излучаемых навигационными спутниками, находящимися на большом расстоянии от приемника и, как следствие, подверженных разного рода помехам. Некоторые виды этих помех чрезвычайно трудно в полной мере скомпенсировать в реальных измерениях.

В дальнейшем как принципиальные подходы к задаче определения ориентации, так и способы разрешения фазовой неопределенности развивались, приведя к созданию первых прототипов систем определения ориентации по фазовым спутниковым измерениям (в 1983 году — двухосной статической, а в 1988 и 1989 годах — трехосной динамической). Первой достаточно полной теоретической работой, обобщающей инженерный опыт в этой области исследований, стала в 1992 году диссертационная работа Кларка Коэна ([52]³), выполненная в Стэнфордском университете, США. Данная работа считается классической, однако ряд предложенных в ней подходов в настоящее время устарел и не соответствует требованиям современных потребителей: для разрешения фазовой неопределенности описанные алгоритмы требовали или некоторого движения объекта, или десятков минут обработки данных до перехода в основной режим и нетривиальных вычислительных процедур. Вместе с тем, в работе заложены основы математической постановки задачи, кроме того, учитываются и оцениваются изгибные колебания крыльев самолета с установленными на них антеннами.

Методы решения рассматриваемой задачи разделились на несколько условных направлений, различающихся главным образом способом разрешения целочисленной неопределенности. Одной из существенных особенностей разрешения неопределенности является использование свойства ее целочисленности. Это существенно нелинейное условие, требующее при решении задачи оценки особого рассмотрения и делающее невозможным применение традиционных методов оценки. Надежные методы

³Имеется также соответствующий патент [96]

вычисления фазовой неопределенности, гарантирующие верную оценку, основывались либо на специальных манипуляциях с антеннами (например, движение антенн с известными параметрами движения, см. [87], [91], [113], [117] и др.), либо на установке антенн на расстояниях, меньших, чем длина волны ([93], [94], [110] и др.), либо на накоплении измерений за некоторый промежуток времени ([52], [96], [99] и др.), и оценке фазовой неопределенности без учета ее целочисленности. При этом установка антенн на коротких расстояниях приводила к уменьшению точности решения задачи или к необходимости устанавливать дополнительные антенны на больших расстояниях, а последний подход требовал десятков минут инициализации до перехода в режим определения ориентации или обязательного наличия движения объекта. Многие работы основаны на ином подходе, при котором сначала различными способами грубо определяется область, в которой следует искать значения фазовых неопределенностей, а затем в этой области проводится отбор наиболее вероятных кандидатов (см. [64], [65], [66], [69], [70], [106], [53], [86], [88], [90], [92], [107], [108], [109], [110], [112], [120], [123], [124], [129], [130], [131], [132] и др.) Недостаточно исследованным остается вопрос надежности такого отбора, так как производится он на основании ряда критериев и результат отбора крайне чувствителен к параметрам этих критериев, которые известны лишь приблизительно и не всегда достоверно. При этом решения, отобранные по критерию с неточными параметрами могут значительно отличаться от истинного значения. Одним из методов, при помощи которых возможна комбинация достоинств целочисленного отбора и других способов, не использующих свойство целочисленности, является метод LAMBDA (least-squares ambiguity decorrelation adjustment, см. [76], [77] и более поздние работы). Однако и этот метод требует априорного задания двух характеристик, к которым чувствительны процесс его работы и результат (объем эллипсоида поиска и матрица ковариаций), что делает применение метода нетривиальным. По указанным причинам в настоящее время отсутствует общепринятая процедура разрешения фазовых неопределенностей. Отчасти это связано и с тем фактом, что для ком-

мерческих продуктов, к которым относятся и системы высокоточного определения ориентации по спутниковым измерениям, по различным соображениям алгоритмы не публикуются. Кроме того, отсутствуют общепринятые критерии, согласно которым пользователь или система могли бы принять решение о степени соответствия полученной оценки действительным значениям. Общие подходы к данному вопросу с теоретической и практической точек зрения упомянуты в [74], [70]. Согласно [74] в отдельные моменты времени существуют ситуации, в которых для целочисленного отбора в рамках существующих во многих работах математических постановок задачи имеется множество равноценных решений, из которых невозможно выбрать единственное оптимальное.

Также имеются работы, в которых используются динамические модели движения объекта (например, [116]). Данный подход неприменим для многих транспортных средств, для которых достаточно точную модель движения построить затруднительно.

В 1994 году сообщается об испытаниях промышленных образцов спутниковых систем определения ориентации фирм Ashtech и Trimble, а также Университета Калгари (Канада) на основе навигационных приемников фирмы NovAtel ([67])⁴. Однако примененный при этом метод оценки фазовой неопределенности, описанный в [65], требовал либо до 1000 секунд измерений, либо при применении альтернативной методики сравнительно быстро вычислял верную оценку, но лишь в 69% случаев.

В 2000-2004 годах сообщается о методике, позволяющей надежно вычислять фазовые неопределенности за одно измерение, названной *Epoch-by-epochTM technology* ([83], [85], [84]). В опубликованных работах, однако, приводятся лишь результаты испытания системы определения ориентации без описания примененных алгоритмов. С точки зрения наблюдаемости в приведенной формулировке результаты являются сомнительными.

Во многих других работах (например, [95], [100], [114], [115], [103], [102], [101]) также не приводятся формулы и выкладки, позволяющие

⁴Во время данных испытаний также отрабатывалось комплексирование инерциальных и спутниковых систем навигации.

испытать предлагаемые методики решения задачи, как не описываются порой и численные результаты обработки реальных навигационных данных и способы проверки их достоверности.

Более подробно с обзорами различных методов решения рассматриваемой задачи также можно ознакомиться в [44] (стр. 277), [47] (стр. 152), [72]. Характеристики существующих отечественных и импортных систем определения ориентации, приведенные в [73], [56], [57], [58], заявляются на уровне долей градуса (для углов ориентации), однако вычислительные алгоритмы в публикуемой документации не описываются. При этом решения, доставляемые некоторыми системами, имевшимися в распоряжении Лаборатории управления и навигации МГУ, имели существенные недостатки (неконтролируемые скачки при смене рабочего созвездия спутников и др.), которые при отсутствии доступа к внутренним алгоритмам обработки измерений невозможно ни достаточно полно проанализировать, ни устранить.

Существует также ряд работ, посвященных принципам построения многоантенных систем обработки фазовых спутниковых навигационных измерений ([89], [97], [98], [104], [105], [111], [119], [127], [128]). В данных работах задача собственно определения ориентации по фазовым измерениям не решается (даются ссылки на другие работы).

Таким образом, актуальной является разработка собственных алгоритмов обработки фазовых измерений для определения с достаточно высокой точностью ориентации объектов, оснащенных приемной спутниковой навигационной аппаратурой. При этом алгоритмы должны максимально учитывать свойства измерений и имеющуюся дополнительную информацию, а вычислительные процедуры должны быть достаточно простыми для реализации в режиме реального времени.

В данной работе построены такие алгоритмы, а также описаны результаты тестирования разработанных алгоритмов на реальных и полунатурных модельных сериях измерений.

Практические приложения

Разработанные и описанные в настоящей работе методики и алгоритмы могут использоваться как при создании навигационных систем реального времени различного назначения, так и для пост-обработки навигационной информации.

Полученные в работе результаты могут быть применены в ЗАО НТП «Гравиметрические технологии», Институте физики Земли (ИФЗ) РАН, ОАО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро» (РПКБ), Московском институте электромеханики и автоматики (МИЭА) и на других предприятиях, занимающихся разработкой различных комплексов, содержащих навигационные системы. Системы определения ориентации по спутниковым измерениям существуют также как отдельные устройства широкого применения, выпускаются зарубежными фирмами (Javad GNSS Inc., NovAtel, Trimble navigation ltd. и др.) Как было сказано выше, используемые в таких системах алгоритмы не публикуются.

Структура работы

Работа, помимо приведенного выше обзора литературы, содержит две главы и заключение.

В первой главе рассмотрена задача определения взаимной ориентации двух бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС), расположенных на одном объекте-носителе. Вторая глава посвящена определению ориентации объекта по фазовым спутниковым навигационным измерениям. Главы начинаются с описания предметной области, систем координат и используемых математических моделей. Далее следует постановка задачи, описываются методы решения, после чего приводятся результаты испытаний и их анализ. В конце каждой главы имеются выводы, обобщающие полученные результаты.

В заключении даны основные выводы к работе и список литературы.

Благодарности

Автор выражает благодарность научным руководителям — доктору физико-математических наук, профессору МГУ Николаю Алексеевичу Парусникову, а также кандидату физико-математических наук, ведущему научному сотруднику Нине Борисовне Вавиловой. Автор благодарит коллектив лаборатории управления и навигации МГУ им. М.В. Ломоносова, заведующего лабораторией доктора ф.-м. наук профессора А.А. Голована за возможность использования дорогостоящей спутниковой аппаратуры для проведения натурных навигационных съемок, доктора ф.-м. наук профессора Ю.В. Болотина за критические замечания и советы. Кроме того, автор выражает благодарность коллективу сотрудников и аспирантов кафедры прикладной механики и управления МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автор благодарит профессора кафедры теоретической механики и мехатроники МГУ им. М.В. Ломоносова Ю.Ф. Голубева и доцента А.В. Родникова за конструктивное обсуждение материалов работы на семинаре кафедры по динамике относительного движения под руководством чл.-корр. РАН В.В. Белецкого.

Публикации по теме диссертации

1. *Н.Б. Вавилова, А.В. Козлов* Определение ориентации объекта по фазовым спутниковым измерениям от нескольких разнесенных антенн. Труды XV международного научно-технического семинара «Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации», МИФИ, 2006
2. *А.В. Козлов* Начальная выставка инерциальной навигационной системы на подвижном основании с использованием информации от разнесенных антенн спутниковой навигационной системы. Материалы IX конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электронприбор», 2007

3. *А.В. Козлов* Начальная выставка инерциальной навигационной системы на подвижном основании с использованием информации от разнесенных антенн спутниковой навигационной системы, реферат доклада. «Гироскопия и навигация», N2 (57), Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2007
4. *А.В. Козлов, Н.А. Парусников* Автономное определение взаимной ориентации приборных трехгранников двух бескарданных инерциальных навигационных систем во время движения. «Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика» N1, Москва, МГУ, 2010
5. *А.В. Козлов* Рекуррентная форма метода наименьших квадратов в задаче обработки фазовых спутниковых навигационных измерений. «Известия РАН. Теория и системы управления» N2, Москва, Наука, 2010
6. *A.V. Kozlov* Recurrent Form of the Least Squares Method in the Problem of Processing Phase Satellite Navigation Measurements. Journal of Computer and Systems Sciences International, Vol. 49, No. 2, Pleiades Publishing Ltd., Москва, 2010

Доклады по теме диссертации

1. Начальная выставка инерциальной навигационной системы на подвижном основании с использованием информации от разнесенных антенн спутниковой навигационной системы. IX конференция молодых ученых «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2007
2. Задачи определения ориентации в навигационных комплексах. Семинар им. А.Ю. Ишлинского по прикладной механике и управлению кафедры прикладной механики и управления МГУ, Москва, МГУ, 2008

3. Обработка фазовых спутниковых измерений с использованием рекуррентной формы метода наименьших квадратов. Конференция молодых ученых и специалистов Московского отделения международной общественной организации «Академия навигации и управления движением», Москва, ФГУП ЦНИИ автоматики и гидравлики, 2009
4. Определение ориентации объектов с использованием фазовых спутниковых навигационных измерений. Семинар по динамике относительного движения кафедры теоретической механики и мехатроники МГУ, Москва, МГУ, 2009

Глава I

Определение взаимной ориентации приборных трехгранников двух БИНС, расположенных на одном носителе

На борту носителя (самолета) располагаются две бескарданные инерциальные навигационные системы (БИНС), дублирующие друг друга (см. Рис. I.1). Каждая БИНС включает в себя три однокомпонентных ньютонометра, три датчика угловой скорости (ДУС) и бортовой вычислитель. Возможны ситуации, когда одна из систем на некоторое время отключается или не была включена вообще и требуется к некоторому моменту времени ввести в эту систему числовую информацию, достаточную для автономного функционирования этой системы. В зависимости от тех или иных обстоятельств, возникают различные постановки такой задачи. Во всех случаях исходной информацией служат показания датчиков обеих систем — акселерометров (ньютонометров) и ДУС, а также результаты обработки этой информации в бортовых компьютерах. Исключается использование каких-либо дополнительных угловых измерений¹.

По существу, прямо или косвенно задача может быть сведена к следующей геометрической задаче. Измеряются во времени проекции на оси

¹Расширением постановки задачи служит привлечение дополнительной информации, например, доставляемой бортовым приемником спутниковой навигационной системы, о чем говорилось ранее.

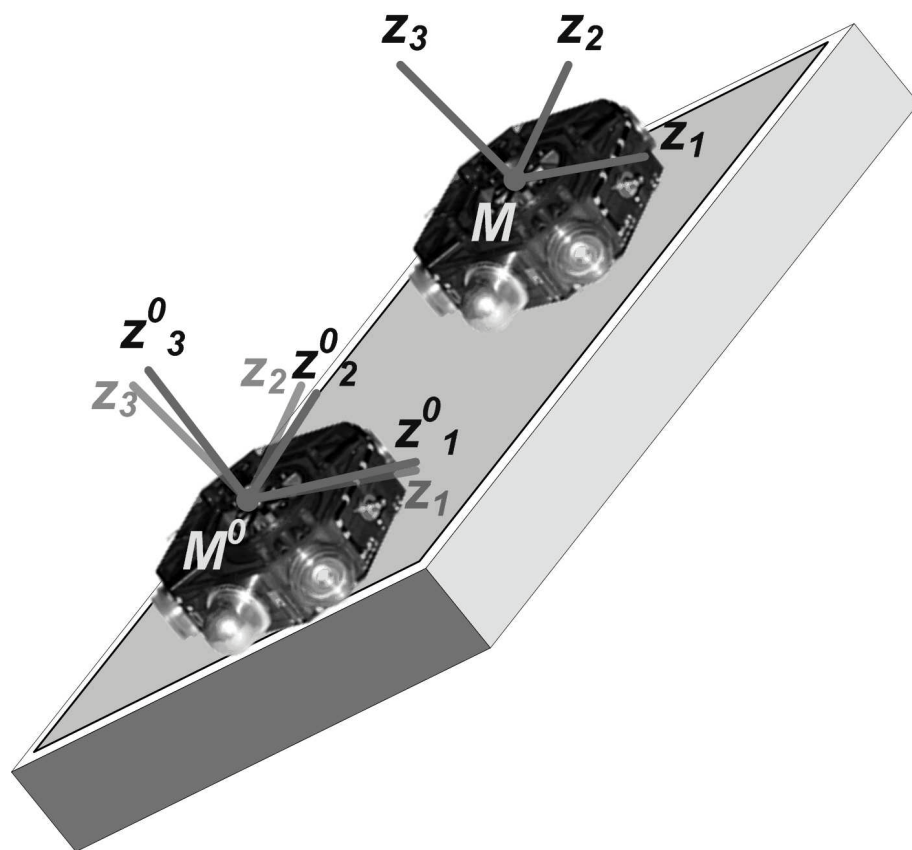


Рис. 1.1: Две бескарданные ИНС, установленные на общей платформе

двух трехгранников одного и того же вектора. При этом предполагается, что взаимная ориентация трехгранников постоянна во времени. Локально (в каждый момент времени) взаимная ориентация трехгранников может быть определена с точностью до поворота вокруг измеряемого вектора. Для того, чтобы определить эту ориентацию полностью, необходимо, чтобы измеряемый вектор менял свое направление относительно трехгранников. Очевидно, что обусловленность задачи будет тем выше, чем большие эволюции и за более короткое время совершает этот вектор. В нашем распоряжении два таких вектора: вектор внешней силы, действующей на чувствительную массу ньютометров, и измеряемый ими, и вектор угловой скорости, измеряемый ДУС. Не углубляясь в подробности, заметим, что легче организовать маневр, обеспечивающий достаточную эволюцию вектора угловой скорости, чем обеспечить эволюцию вектора внешней силы за короткое время. Поэтому далее рассматрива-

ется ситуация, когда информация, доставляемая ньютонометрами, для решения задачи не используется.

1 Обозначения и системы координат

При описании задачи будут использоваться обозначения и представления, принятые в лаборатории управления и навигации МГУ ([3]). Используются следующие трехгранники:

- Инерциальный трехгранник $O\xi_1\xi_2\xi_3$ ($O\xi$), в котором:
 O — геометрический центр модельного эллипсоида Земли
 $O\xi_1\xi_2$ — плоскость земного экватора
ось $O\xi_1$ — направление на точку весеннего равноденствия
- Трехгранник $M^0z_1^0z_2^0z_3^0$ (M^0z^0) — приборный трехгранник эталонной БИНС, в котором M^0 — точка расположения приведенной чувствительной массы ньютонометров эталонной БИНС. Обозначим $A_{z^0}^0$ матрицу ориентации трехгранника M^0z^0 относительно инерциального $O\xi$ так, что имеет место соотношение $l_{z^0} = A_{z^0}^0 l_\xi$, где l_{z^0} , l_ξ — векторы-столбцы, составленные из координат произвольного вектора $\bar{l}$ соответственно в координатных системах Oz^0 и $O\xi$.
- Трехгранник $Mz_1z_2z_3$ (Mz) — приборный трехгранник второй БИНС. Пусть A_z — матрица ориентации этого трехгранника относительно инерциального, подлежащая определению.
- Модельные трехгранники M'^0y^0 и $M'y$ — образы приборных трехгранников, полученные в вычислителях обеих БИНС в результате решения навигационной задачи.

Без ограничения общности предполагается, что ориентацию трехгранника Mz относительно трехгранника M^0z^0 можно задать вектором ма-

лого поворота² $\kappa = (\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)^T$ так, что в линейном приближении имеет место соотношение $l_z = (E + \hat{\kappa}) l_{z^0}$, где

$$\hat{\kappa} = \begin{pmatrix} 0 & \kappa_3 & -\kappa_2 \\ -\kappa_3 & 0 & \kappa_1 \\ \kappa_2 & -\kappa_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{I.1})$$

а E — единичная матрица.

Будем полагать, что обе навигационные системы расположены настолько близко друг к другу, что вектор $\bar{\kappa}$ постоянен ($\bar{\kappa} \equiv \text{const}$), то есть можно не учитывать изгибные колебания корпуса носителя. Дальнейшая задача состоит в определении вектора κ при том или ином наборе используемой для этой цели информации.

2 Варианты решения задачи

2.1 Решение задачи при использовании только информации об угловых скоростях приборных трехгранников

Такой способ может использоваться в случае, когда в выставляемой системе доступна информация об угловой скорости приборного трехгранника эталонной БИНС.

Схема решения

Обозначим $\omega_{z^0} = (\omega_1^0, \omega_2^0, \omega_3^0)^T$ и $\omega_z = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ векторы абсолютных угловых скоростей трехгранников $M^0 z^0$ и Mz соответственно, заданные проекциями на их собственные оси. Через $\omega'_{z^0}(t_i)$ и $\omega'_z(t_i)$ — их измеренные ДУС значения в дискретные моменты времени t_i . Шаг дискретизации обозначим $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. При этом

$$\omega'_z = \omega_z + \nu, \quad \nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)^T, \quad (\text{I.2})$$

²Первым этапом определения взаимной ориентации всегда является простая передача информации об ориентации от эталонной системы к выставляемой с учетом известной грубой информации о взаимном расположении обеих БИНС (англ. *one-shot transfer alignment*, см. [34] стр. 289).

где, с достаточной степенью точности на рассматриваемых интервалах времени погрешности описываются моделью $\nu_j = \nu_j^0 + \nu_j^s$, в которой ν_j^0 — константы, а ν_j^s — белые шумы с заданными интенсивностями:

$$M[\nu_j^s] \equiv 0, \quad M[\nu_j^s(t_i)\nu_j^s(t_k)] = R\delta_i^k, \quad (\text{I.3})$$

δ_i^k — символ Кронекера.

Обе БИНС измеряют один и тот же вектор в проекциях на оси двух приборных трехгранников, что и дает возможность локально (в данный момент) определить взаимную ориентацию трехгранников с точностью до поворота вокруг направления вектора угловой скорости. Изменение во времени направления этого вектора в инерциальном пространстве позволяет решить задачу определения вектора κ полностью, причем обусловленность задачи тем выше, чем больше скорость изменения направления вектора угловой скорости. Составим необходимые математические соотношения.

В линейном приближении имеет место равенство

$$\omega_z = (E + \hat{\kappa}) \omega_{z^0} \quad (\text{I.4})$$

С учетом $\omega'_z = \omega_z + \nu$ можно записать

$$\omega'_z - \omega'_{z^0} = -\hat{\omega}_{z^0}\kappa + \nu^0 + \nu^s \quad (\text{I.5})$$

Составим вектор измерений $\sigma = \omega'_z - \omega'_{z^0}$. Рассматриваемая задача может быть поставлена как задача оценивания векторов κ и ν^0 , удовлетворяющих уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{\kappa} &= 0, \\ \dot{\nu}^0 &= 0, \\ \sigma &= -\hat{\omega}_{z^0}\kappa + \nu^0 + \nu^s. \end{aligned} \quad (\text{I.6})$$

При наличии априорной информации о величинах κ и ν^0 задача может быть решена методами Калмановской фильтрации. Если априорную информацию не использовать, задача сводится к оценке по методу наименьших квадратов.

При реализации в бортовом вычислителе уравнения записываются в дискретной форме:

$$\begin{aligned}\kappa(t_{i+1}) &= \kappa(t_i), \\ \nu^0(t_{i+1}) &= \nu^0(t_i) \\ \sigma(t_i) &= -\omega_{z^0}(t_i)\kappa(t_i) + \nu^0(t_i) + \nu^s(t_i).\end{aligned}\tag{I.7}$$

Процедура Калмановской фильтрации хорошо известна ([46], стр. 66) и здесь не описывается.

Численное моделирование задачи

Введем вектор состояния $x = (\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \nu_1^0, \nu_2^0, \nu_3^0)^T$. Положим $\tilde{x}^-(t_0) = 0$. Обозначим $P^-(t_0)$ априорную ковариацию вектора x , $P^-(t_0) = M[x(t_0)x^T(t_0)]$. В качестве примера приняты следующие значения, соответствующие характеристикам реальных приборов:

1. $P^-(t_0) = \text{diag}\{\sigma_\kappa^2, \sigma_\kappa^2, \sigma_\kappa^2, \sigma_\nu^2, \sigma_\nu^2, \sigma_\nu^2\}$, где $\sigma_\kappa = 3'$ (около 10^{-3} радиан), $\sigma_\nu = 0.01$ град/час (около $5 \cdot 10^{-8}$ рад/с).
2. $\sqrt{R} = 0.6$ град/час (около $3 \cdot 10^{-6}$ рад/с).
3. $\Delta t \approx 0.025$ с.

При вычислениях вектор состояния обезразмеривается и необходимым образом масштабируется.

Обусловленность задачи обеспечивается разумным выбором эволюций носителя, т.е. выбором функции $\omega_{z^0}(t)$. Предварительно такой выбор был осуществлен и мотивация его здесь не обсуждается. В дальнейшем вопрос о выборе эволюций подлежит более глубокому исследованию. Варианты, оказавшиеся непригодными для решения задачи, были промоделированы, но здесь не приводятся. Для всех случаев истинными значения углов рассогласования являлись $1 \cdot 10^{-3}$, $3 \cdot 10^{-3}$, $-0.5 \cdot 10^{-3}$ радиан, постоянных составляющих дрейфов — $0.9 \cdot 10^{-7}$, $-1.5 \cdot 10^{-7}$, $-0.7 \cdot 10^{-7}$ радиан в секунду. Практический интерес представляют перечисленные ниже варианты.

1. Виражи самолета с углами крена порядка 10—12 градусов при постоянной высоте со скоростью порядка 200 м/с. При таком движении проекция относительной угловой скорости на приборные трехгранники остается постоянной, но в связи с их эволюцией изменяется проекция угловой скорости Земли на них. Маневр состоит из движения по полуокружности («координированный разворот»³). Неудовлетворительность результата оценивания в данном случае заранее очевидна: за 5 минут полета ошибка оценки углов рассогласования уменьшается примерно на треть, дрейфы оцениваются очень слабо. Если последовательно совершать виражи, описанные выше, в разные стороны⁴, каждый раз при переходе с виража на вираж вектор угловой скорости меняет направление на противоположное, чем обеспечивается более высокая обусловленность и ошибка оценки уменьшается примерно до 5% от начальной за первые 7 минут маневрирования (см. Рис. I.2).
2. Если менять направление поворота чаще (например, каждые 60 с), аналогичный показатель достигается за первые 1.5 минуты (см. Рис. I.3).
3. Специально совершаемые самолетом колебания с амплитудой в 10 градусов по крену и тангажу и периодом порядка 1 минуты приводят к колебаниям угловой скорости с амплитудой около 0.02 рад/с. Такие колебания необходимо совершать с подходящим рассогласованием для компонент по фазе. Подобный режим движения⁵ по мнению специалистов легко реализуем. По истечении первой минуты оценивания ошибка оценки углов рассогласования приборных трехгранников уменьшается примерно в 100 раз, уходов — вдвое. На

³В английской литературе — *co-ordinated turn*

⁴Пара последовательных координированных разворотов иногда обозначается термином *S-turn* (или «змейка»).

⁵Данный класс движений самолета не является аналогом термина *wing-rock maneuver* в англоязычной литературе, использующегося в существующих работах для обозначения частых (с периодом порядка 5 секунд) разворотов по углу крена с амплитудой 60 градусов, в совокупности с линейным ускорением 1.5g.

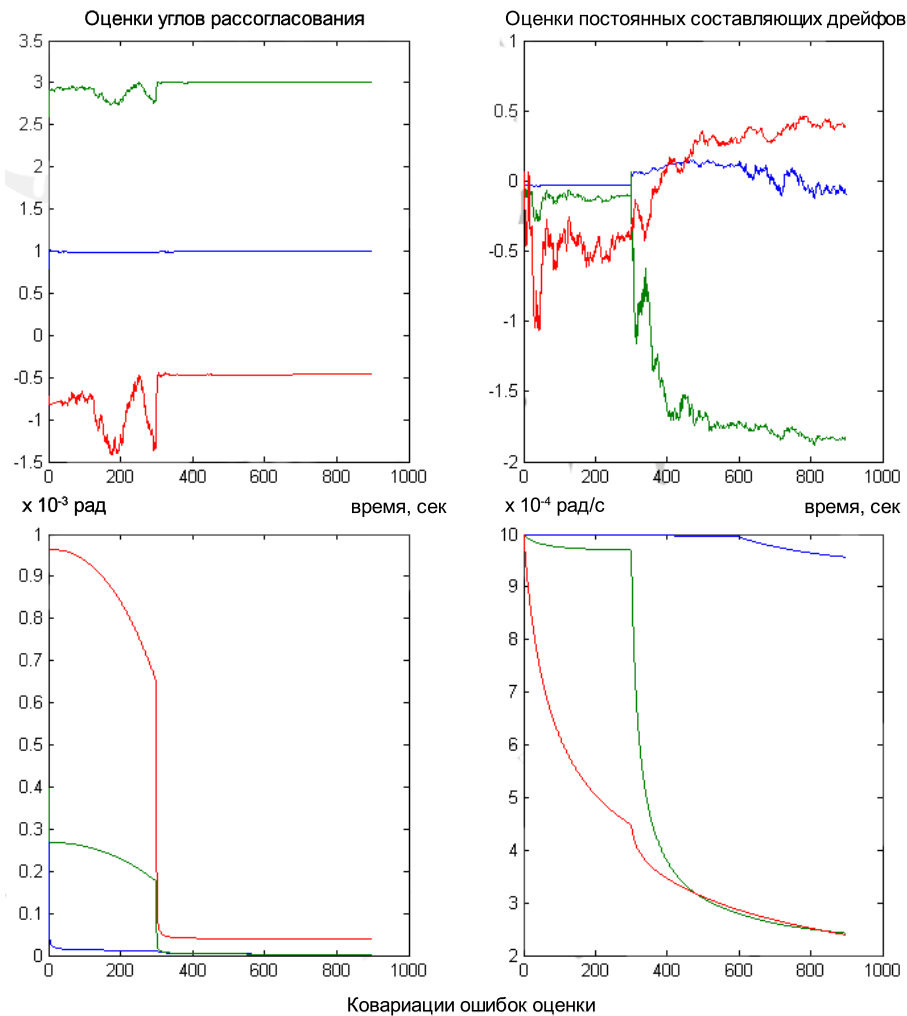


Рис. I.2: Моделирование оценки углов рассогласования и дрейфов в последовательности координированных разворотов

четвертой минуте — в 300 раз и 3 раза соответственно (см. Рис. I.4).

2.2 Решение задачи в случае, когда угловая скорость приборного трехгранника эталонной БИНС недоступна

В некоторых системах информационный обмен между двумя БИНС организован так, что угловая скорость приборного трехгранника эталонной системы не передается на выставляемую систему. При этом в каждый момент времени известно решение навигационной задачи, в том числе матрица ориентации приборного трехгранника эталонной БИНС относи-

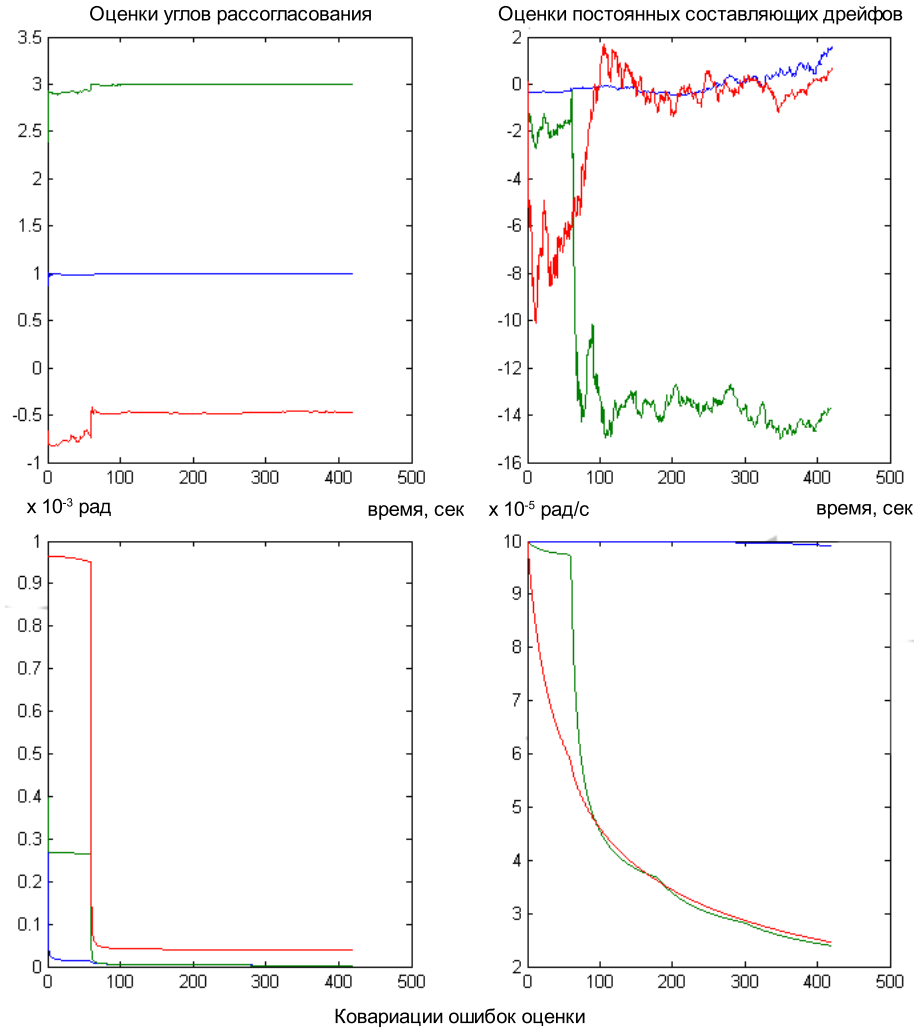


Рис. 1.3: Моделирование оценки углов рассогласования и дрейфов при частых разворотах

тельно инерциального. Кроме того, известны измерения ДУС выставленной системы, поскольку они используются при интегрировании уравнений Пуассона в БИНС.

Схема решения

Обозначим A_y^* и A_{z0} модельные матрицы ориентации приборных трехгранников выставленной и эталонной БИНС соответственно. Тогда можно вычислить вектор β^* углов малого поворота этих трехгранников друг относительно друга из соотношения

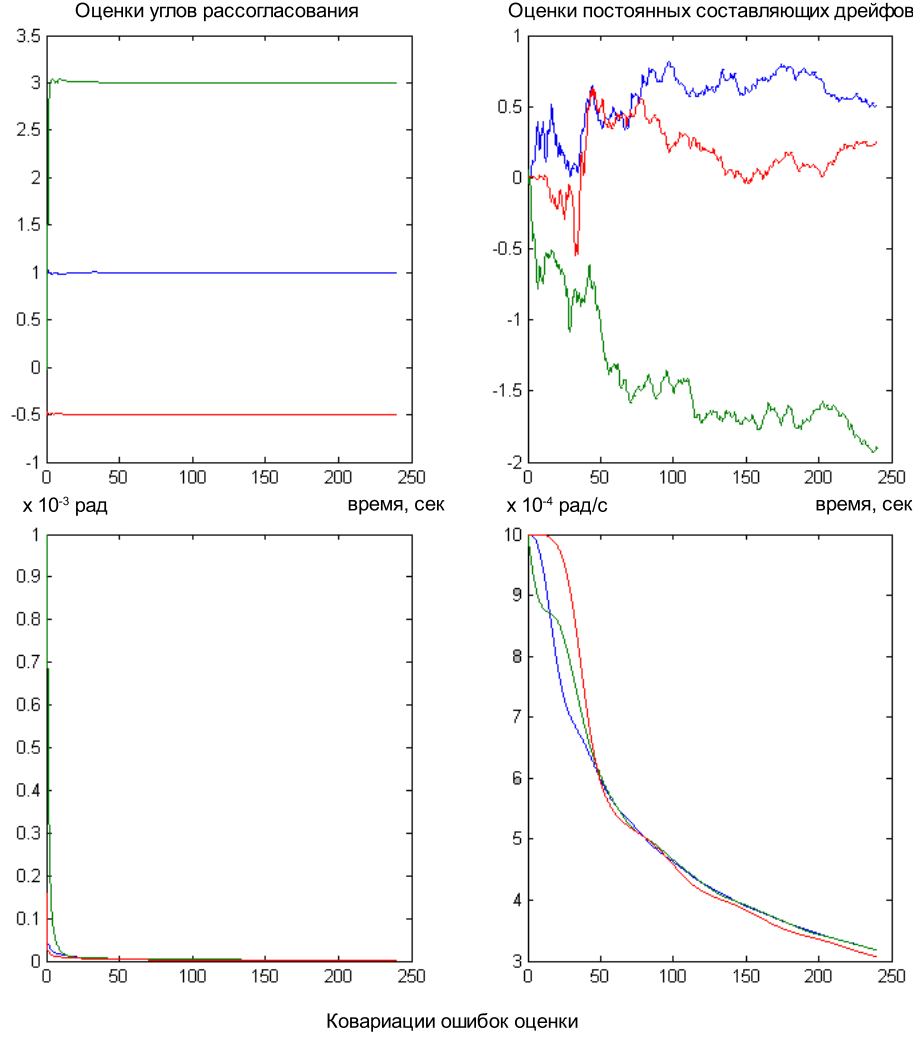


Рис. I.4: Моделирование оценки углов рассогласования и дрейфов при специальных маневрах

$$E + \hat{\beta}^* = A_y^* A_{z0}^T \quad (\text{I.8})$$

Из уравнения Пуассона «в малом» для выставляемой системы $\dot{\beta} = \hat{\omega}_z \beta + \nu$, (β — вектор углов малого поворота модельного трехгранника выставляемой БИНС относительно приборного). С учетом очевидного соотношения $\beta + \kappa = \beta^*$, можно получить:

$$\begin{aligned}
\dot{\beta}^* &= \hat{\omega}_z \beta^* - \hat{\omega}_z \kappa + \nu^0 + \nu^s \\
\dot{\kappa} &= 0, \\
\dot{\nu}^0 &= 0,
\end{aligned} \tag{I.9}$$

Учитывая наличие измерения $\sigma = \beta^*$, задачу будем решать как задачу оценивания. В дискретной форме уравнения примут вид:

$$\begin{aligned}
\beta^*(t_{i+1}) &= \hat{\omega}_z(t_i) \Delta t \beta^*(t_i) - \hat{\omega}_z(t_i) \Delta t \kappa + \nu^0(t_i) + \nu^s(t_i) \\
\kappa(t_{i+1}) &= \kappa(t_i), \\
\nu^0(t_{i+1}) &= \nu^0(t_i), \\
\sigma(t_i) &= \beta^*(t_i) \\
\hat{\beta}^*(t_i) &= A_y^*(t_i) A_{z^0}^T(t_i) - E
\end{aligned} \tag{I.10}$$

Кроме того, в бортовом вычислителе все значения, входящие в уравнения, заменяются на свои модельные значения.

При наличии постоянного запаздывания с известной величиной τ в передаче информации от эталонной системы к выставляемой, в предыдущей формуле вместо матрицы $A_{z^0}(t_i)$ при формировании измерения следует использовать матрицу $(E + \hat{\omega}_z \tau) A_{z^0}(t_i)$.

Если величина постоянного запаздывания неизвестна, то она может быть включена в вектор состояния и затем оцениваться вместе с остальными компонентами. В этом случае система дополняется уравнением

$$\dot{\tau} = 0, \tag{I.11}$$

а измерение имеет вид

$$\sigma = \beta^* + \omega_z \tau \tag{I.12}$$

Численное моделирование задачи

Введем вектор состояния $x = (\beta_1^*, \beta_2^*, \beta_3^*, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \nu_1^0, \nu_2^0, \nu_3^0)^T$. Положим $\tilde{x}^-(t_0) = 0$. Обозначим, как и прежде, $P^-(t_0)$ априорную ковариацию вектора x , $P^-(t_0) = M[x x^T]$. Примем значения, использованные ранее:

1. $P^-(t_0) = \text{diag}\{\sigma_\beta^2, \sigma_\beta^2, \sigma_\beta^2, \sigma_\kappa^2, \sigma_\kappa^2, \sigma_\kappa^2, \sigma_\nu^2, \sigma_\nu^2, \sigma_\nu^2\}$, где $\sigma_\kappa = 3'$ ($\approx 10^{-3}$ радиан), $\sigma_\nu = 0.01$ град/час ($\approx 5 \cdot 10^{-8}$ рад/с). Величина σ_β принимается малой, т.к. вектор β^* известен с большой точностью.
2. $\sqrt{R} = 0.6$ град/час ($\approx 3 \cdot 10^{-6}$ рад/с).
3. $\Delta t \approx 0.025$ с.
4. При наличии запаздывания $\tau \leq 0.1$ с.

При вычислениях вектор состояния, как и в предыдущем разделе, обезразмеривается и необходимым образом масштабируется. Кроме того, в измерения $\sigma = \beta^*$ вводится малый фиктивный шум, необходимый для работы процедуры Калмановской фильтрации.

Моделировались следующие варианты движения носителя:

1. Виражи самолета с углами крена порядка 10-12 градусов при постоянной высоте со скоростью порядка 200 м/с. На последовательности координированных разворотов при полном прохождении виражей и при более частой смене направления виража ошибка оценки компонент вектора κ уменьшается вдвое после 4 минут оценивания и в пять раз — после 15 минут. Отметим, что для двух компонент ошибка оценки уменьшается за это время приблизительно в 7-8 раз. Оценка дрейфов не улучшается по сравнению с априорной (см. Рис. 1, Рис. 1).
2. При совершении носителем специальных колебаний, описанных в предыдущем разделе, ошибка оценки углов рассогласования приборных трехгранников двух БИНС уменьшается в десять раз за первые 4 минуты оценивания. Дрейфы по-прежнему оцениваются плохо (см. Рис. I.7).

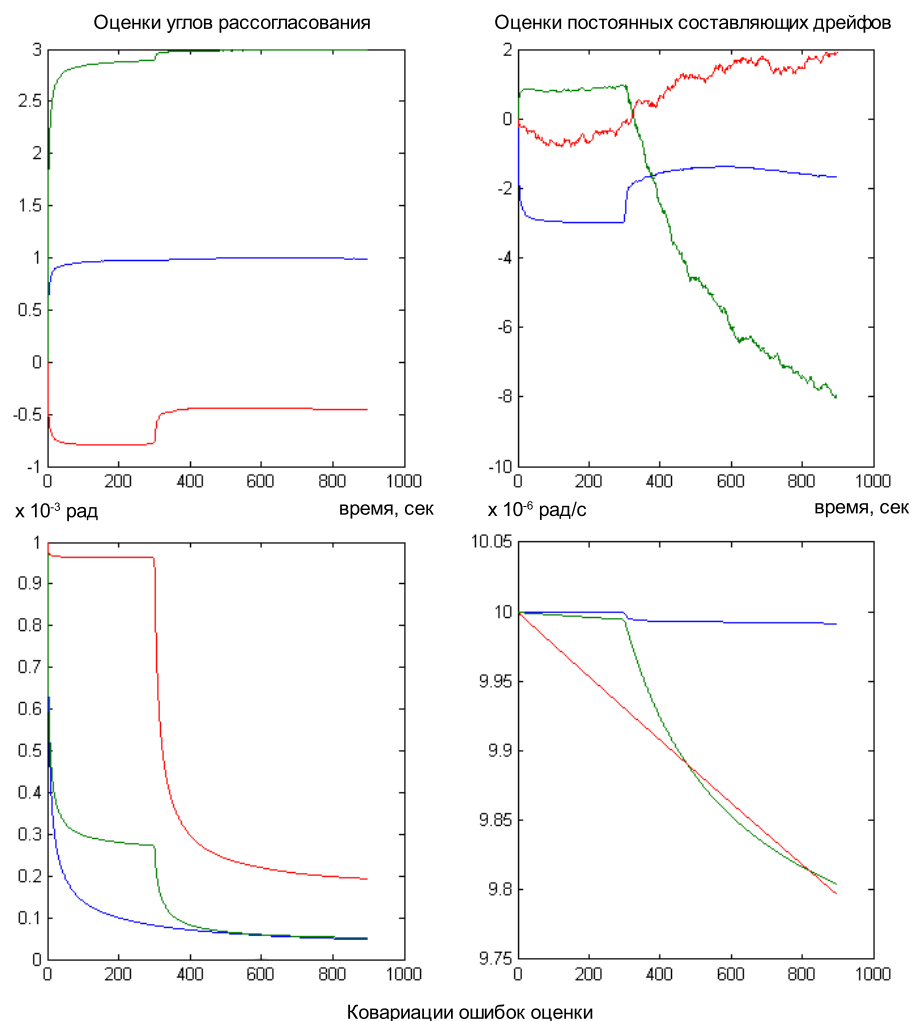


Рис. 1.5: Моделирование оценки углов рассогласования и дрейфов на последовательности координированных разворотов при смене направления разворота раз в 5 минут

Такие же результаты получены для системы с запаздыванием.

3 Выводы

1. Задача оценки взаимной ориентации двух БИНС, расположенных на одном носителе, решается вполне приемлемо без привлечения сторонней информации при совершении специальных маневров.
2. Маневры необходимы для повышения обусловленности задачи оценки и могут представлять из себя колебания по двум углам ориентации (например, крена и тангажа) с относительно небольшой ам-

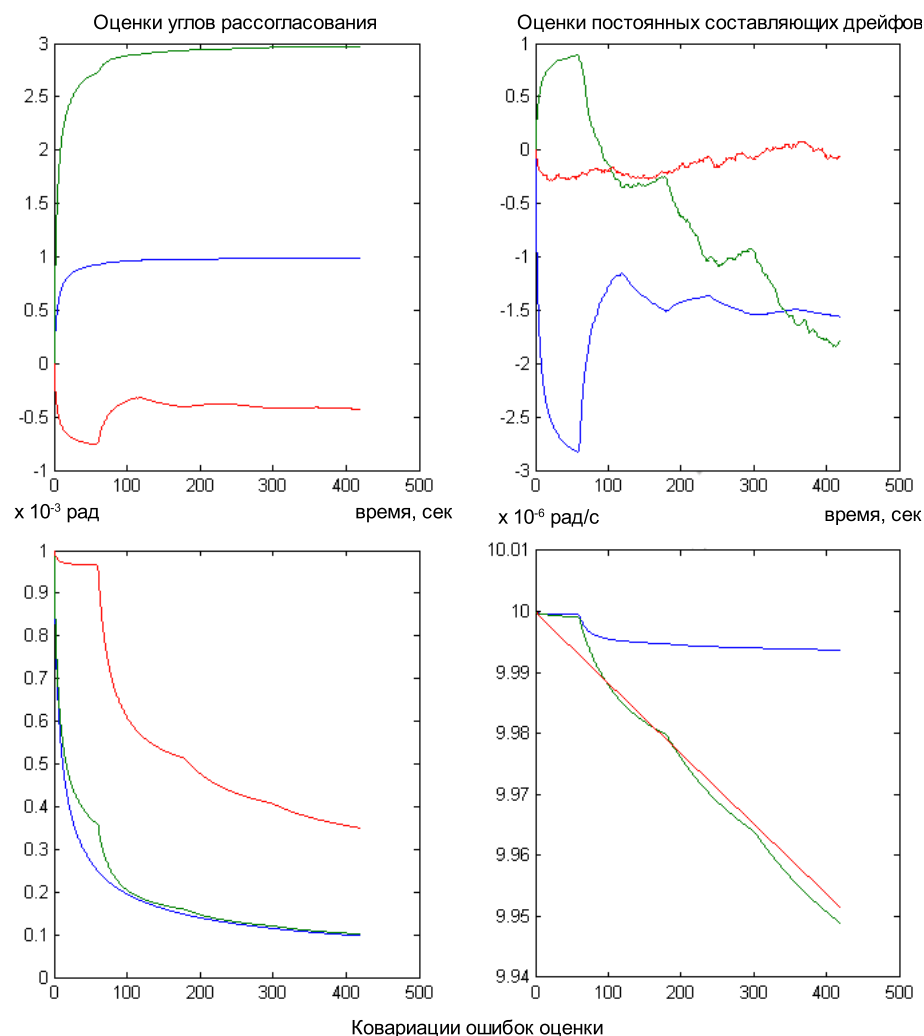


Рис. I.6: Моделирование оценки углов рассогласования и дрейфов на последовательности координированных разворотов при смене направления разворота раз в минуту)

плитудой (10—12 градусов), достаточно длительным периодом (1 минута) и рассогласованием по фазе колебаний для углов ориентации. Также самолет-носитель может выполнить несколько последовательных координированных разворотов. При этом желательно, изменять направление разворота на противоположное не реже, чем каждые 30—60 секунд. Однако первый вариант маневрирования гораздо более предпочтителен. По мнению специалистов, подобный режим движения легко реализуем и является допустимым даже для пассажирских самолетов.

3. В случае, когда в выставляемой БИНС доступны измерения угловой

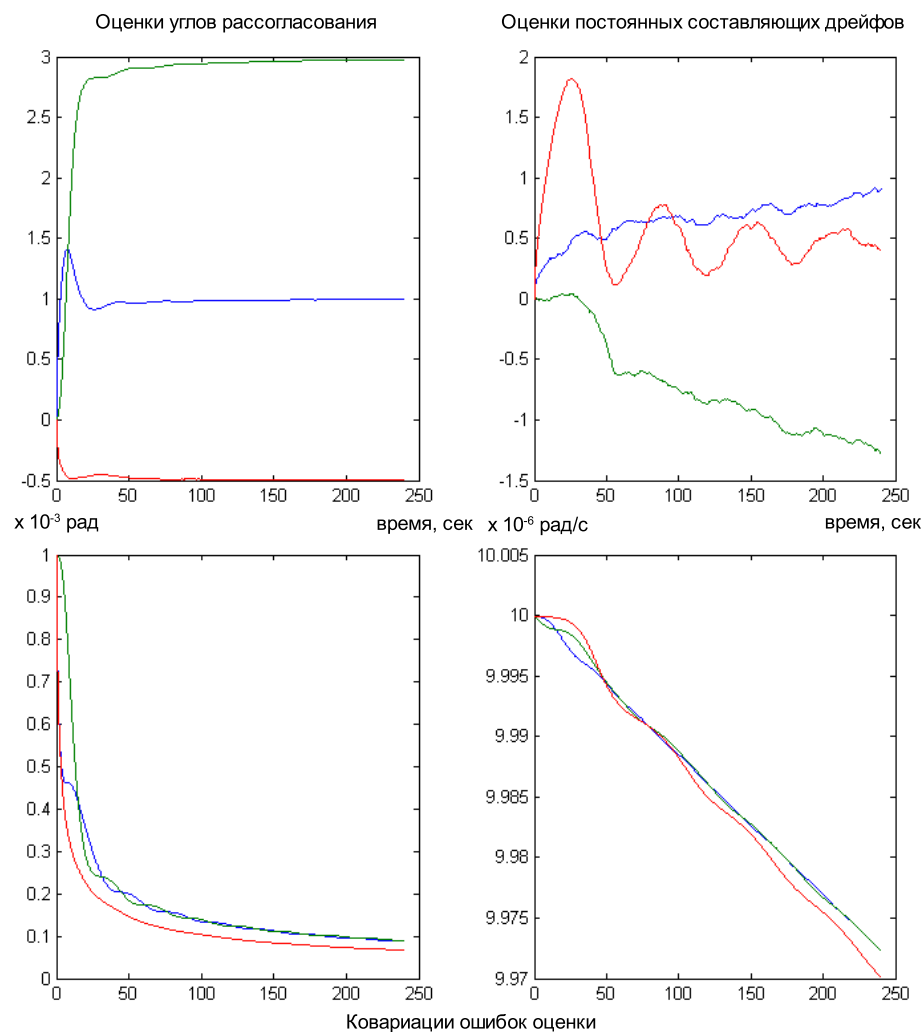


Рис. I.7: Моделирование оценки углов рассогласования и дрейфов при специальных маневрах

скорости эталонной БИНС, удастся обеспечить большую скорость уменьшения ошибки оценки и, кроме того, оцениваются дрейфы выставляемой системы. В противном случае дрейфы практически не оцениваются, а ковариации ошибок оценки убывают заметно медленнее.

4. Наличие неизвестного постоянного запаздывания в передаче информации от одной БИНС к другой незначительно ухудшает оценку при соответствующем учете запаздывания в математической модели. Величина запаздывания оценивается вместе с остальными неизвестными и при проведении расчетов составляла до 0.1 с, что превы-

шает значения, обычно встречающиеся на практике в современных навигационных комплексах.

Глава II

Определение ориентации подвижных объектов при помощи фазовых спутниковых измерений с разнесенных антенн

Использование фазовых спутниковых измерений с нескольких разнесенных антенн и соответствующих алгоритмов обработки при определении ориентации имеет ряд преимуществ по сравнению с методами инерциальной навигации, к примеру — отсутствие постоянных медленных дрейфов. При этом точность определения ориентации зависит от количества видимых навигационных спутников, качества принимаемого сигнала, геометрических параметров взаимного расположения антенн и их количества, и, естественно, алгоритмов обработки измерений. Теоретически указанная точность может достигать единиц угловых секунд (при удалении антенн 20—30 м друг от друга).

Фазовые спутниковые измерения ([44], стр. 171, 228) представляют из себя измерения фазы несущей радиосигналов, излучаемых навигационными спутниками американской системы GPS (Global positioning system) на частотах 1 575 420 (традиционно обозначается L1) и 1 268 520 (L2) КГц, и других навигационных систем (ГЛОНАСС¹, Galileo) на со-

¹Фазовые измерения сигналов спутников системы ГЛОНАСС также могут применяться при решении задачи; об особенностях их использования см. [62]

ответствующих частотах, и принимаемых антеннами, расположенными на объектах, для которых решаются задачи околоземной навигации.

Ряд особенностей обработки таких измерений требует применения комплекса вычислительных алгоритмов, а также исследования и оценки свойств наблюдаемости задачи и состоятельности оценки.

1 Описание и принципы функционирования глобальной спутниковой навигационной системы GPS

Глобальная спутниковая радионавигационная система GPS (Global Positioning System) предназначена для обеспечения возможности круглосуточного определения навигационных параметров потребителей в любой точке вблизи поверхности Земли. Система разработана и введена в эксплуатацию в 1980—1990 гг по инициативе Министерства обороны США, и традиционно подразделяется на три сегмента: наземный (контрольный), космический и пользовательский. Основная система координат, используемая в системе GPS — гринвичская, с параметрами модели Земли в соответствии со стандартом WGS-84 (World Geodetic System, разработан в 1984 году, принят в 1987, [5]). Шкала времени системы GPS с высокой точностью (не более 1 мкс, типичные значения — менее 100 нс) синхронизирована с международным стандартным временем UTC (Universal Time, Coordinated — см. [54]). Описание основ функционирования системы GPS и ее текущее состояние подробно описаны в литературе и сети Internet ([44] стр. 72, [45] стр. 8, [47] стр. 45, [50], [51]). Функционирование регламентируется спецификациями «Navstar GPS space segment/navigation user interfaces, Interface specification IS-GPS-200 Rev. D, 7 December 2004» ([55], в более ранних версиях спецификации именовались «интерфейсный контрольный документ»).

В рамках данной работы необходимо подробнее остановиться на космическом и пользовательском сегментах системы GPS.

Космический сегмент представляет из себя до 32 искусственных спутников Земли (в настоящее время 31 рабочий), вращающихся на около-

земных орбитах радиусом около 27 000 км и периодом обращения около 12 часов (линейная скорость порядка 4 км/с). Орбиты расположены в шести орбитальных плоскостях, с наклоном 55° (см. Рис. II.1). И орбиты, и спутники на них расположены таким образом, что в каждый момент времени спутники приблизительно равномерно распределены в пространстве, и в каждой точке модельного эллипсоида Земли ([5], [6]), без учета местного рельефа, видны от 6 до 12 спутников. Каждый спутник имеет передающую антенну, вещающую в эфир навигационные радиосигналы на двух частотах (в 2009 году началась тестовая эксплуатация спутников, вещающих на трех частотах). Эти частоты в системе GPS традиционно обозначаются L1 (1575.42 МГц) и L2 (1227.6 МГц). Несущий радиосигнал модулируется информационными сообщениями, содержащими данные о состоянии системы GPS и ее спутников, эфемеридные данные об орбитах спутников и состоянии ионосферы и тропосферы Земли (для учета их влияния на прохождение радиосигнала) и другие данные, необходимые потребителям ([55]). Каждый тип данных обновляется с определенной периодичностью. Эфемеридные данные позволяют с достаточной точностью вычислить положения спутников в каждый момент времени в гринвичской системе координат ([55] стр. 96).

Для применика спутниковых навигационных сигналов видимые спутники, сигнал от которых принимается и корректно распознается, образуют т.н. *рабочее созвездие*.

Пользовательский сегмент системы GPS составляет приемная аппаратура потребителей, как правило состоящая из антенн, принимающих спутниковые навигационные сигналы, приемников, обрабатывающих принятые сигналы, и, возможно, дополнительных программно-аппаратных комплексов, реализующих те или иные функции (привязка координат к картам местности, визуальное отображение информации, расчет маршрутов и пр.)

Взаимодействие космического и пользовательского сегментов системы GPS иллюстрируется на Рис. II.2.

Различают *кодовые* ([44] стр. 170, [45], стр. 30), *фазовые* ([44] стр. 170,

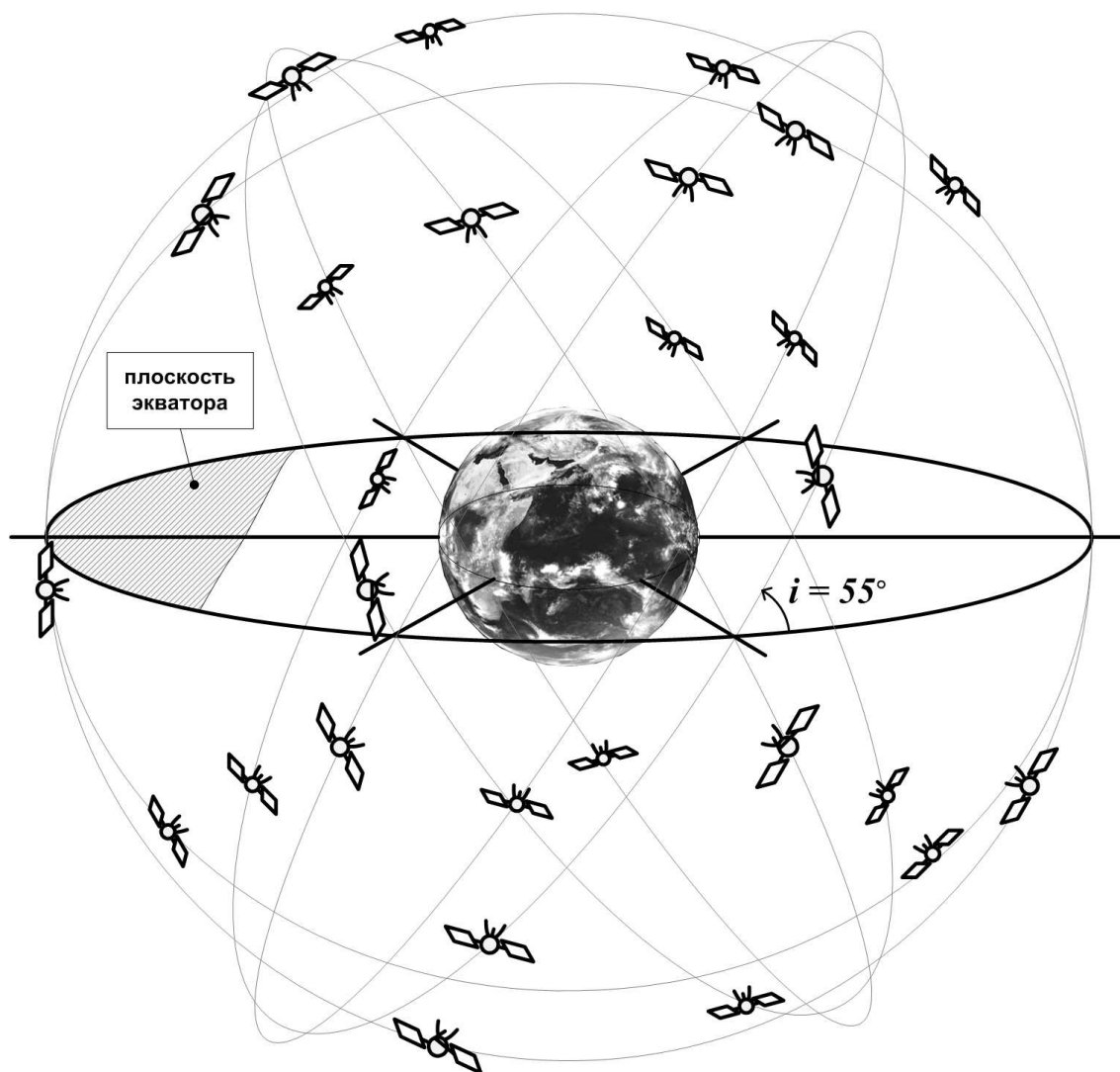


Рис. II.1: Орбиты навигационных спутников системы GPS

[45] стр. 68) и *доплеровские* измерения ([45] стр. 62). Кодовые измерения представляют из себя вычисленную продолжительность прохождения радиосигнала от антенны спутника до антенны приемника. Фазовые измерения связаны со слежением за фазой несущей радиоволны. Доплеровские измерения формируются путем вычисления сдвига (изменения) частоты принимаемого сигнала, связанного с относительной радиальной скоростью антенны приемника в соответствии с эффектом Доплера (в релятивистской постановке, [45] стр. 62).

Кодовые измерения и вычисленные по ним *псевдодальности* ([45], стр. 30) позволяют оценить положение приемной антенны относительно Земли. Точность такой оценки, однако, невелика и обычно составляет,

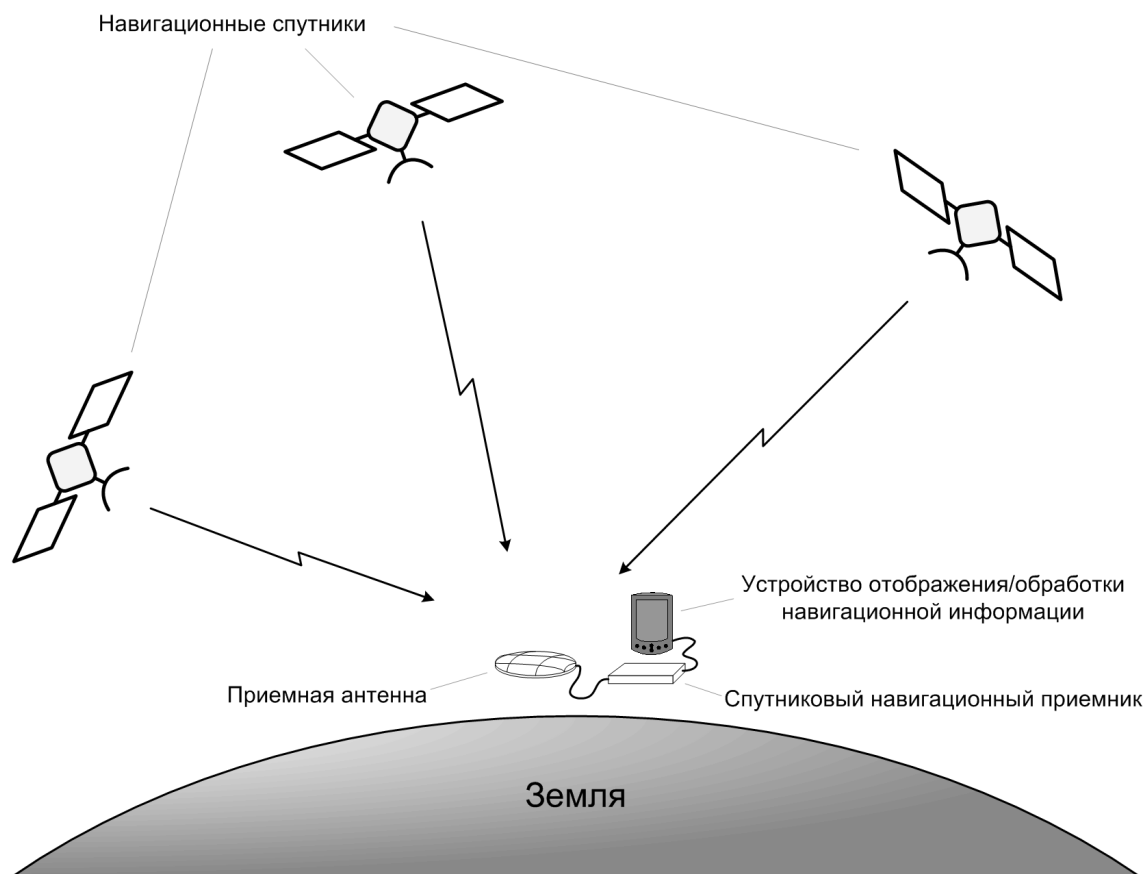


Рис. II.2: Космический и пользовательский сегменты системы GPS

в зависимости от методов оценки, десятки и сотни метров. Использовать такую оценку для определения с разумной точностью ориентации обычных объектов (морские и воздушные суда, автомобили и т.п.) практически невозможно, однако она позволяет достаточно точно вычислить *направляющие векторы* на спутники навигационной системы GPS².

Фазовые измерения обладают потенциально большей точностью, т.к. современные технологии, применяемые в спутниковых навигационных приемниках, позволяют фиксировать фазу несущей радиоволны с точностью менее 1/100 цикла ([44] стр. 174), что в линейном выражении составляет первые миллиметры. Однако при этом отсутствует информация о фазе той же радиоволны в момент ее излучения и количестве полных циклов, прошедших в течение прохождения волны от источника

²С учетом расстояния между приемной антенной и спутником порядка 20 тыс. км при ошибке в определении координат менее 0.5 км угловая ошибка вычисления направляющих векторов составит менее $0.5/20 \cdot 10^{-3}$ радиан, что составляет около 5 угл. сек.

к приемнику. Данное обстоятельство существенно усложняет алгоритмы обработки фазовых измерений.

Доплеровские измерения позволяют оценивать радиальную скорость приемной антенны относительно навигационного спутника с точностью порядка десятков сантиметров в секунду ([59], [61]). Существуют также способы оценки ускорения объекта ([60], [61]).

Современные спутниковые навигационные приемники, предназначенные для промышленного использования, как правило позволяют принимать и обрабатывать навигационные радиосигналы на всех используемых в навигационных системах частотах, имеют не менее 40 независимых каналов для обработки сигналов от спутников систем GPS, ГЛОНАСС, Galileo, имеют внешние входы и выходы синхронизации, возможность фиксации кодовых, фазовых и доплеровских измерений с выдачей информации пользователю с частотой от 1 до 20 Гц.

2 Гринвичская, географическая и связанная декартовы системы координат

- **Гринвичская система координат $O\eta_1\eta_2\eta_3$.** Основная система координат, используемая в системе GPS — это система координат, связанная с вращающимся модельным эллипсоидом Земли с началом в центре эллипсоида. Англоязычные аббревиатуры для этой системы координат «ECEF» (Earth-centered, Earth-fixed) и «CTRS» (Conventional terrestrial reference system) обозначают систему координат, называемую также «гринвичской». Параметры системы координат и модели Земли в системе GPS приняты в соответствии со стандартом WGS-84, упомянутым ранее ([5]). Центр модельного эллипсоида совпадает с условно принятым центром масс Земли. Гринвичская система координат изображена на Рис. II.3. Эта система координат правая, ортонормированная, с началом в центре модельного эллипсоида Земли (точка O на рисунке). Первая ось лежит

в плоскости экватора³ и направлена в точку пересечения нулевого⁴ меридиана с экватором, как указано на рисунке. Третья ось направлена вдоль оси вращения Земли — к условному географическому северному полюсу (на рисунке — точка N). Вторая ось дополняет систему координат до правой ортогональной.

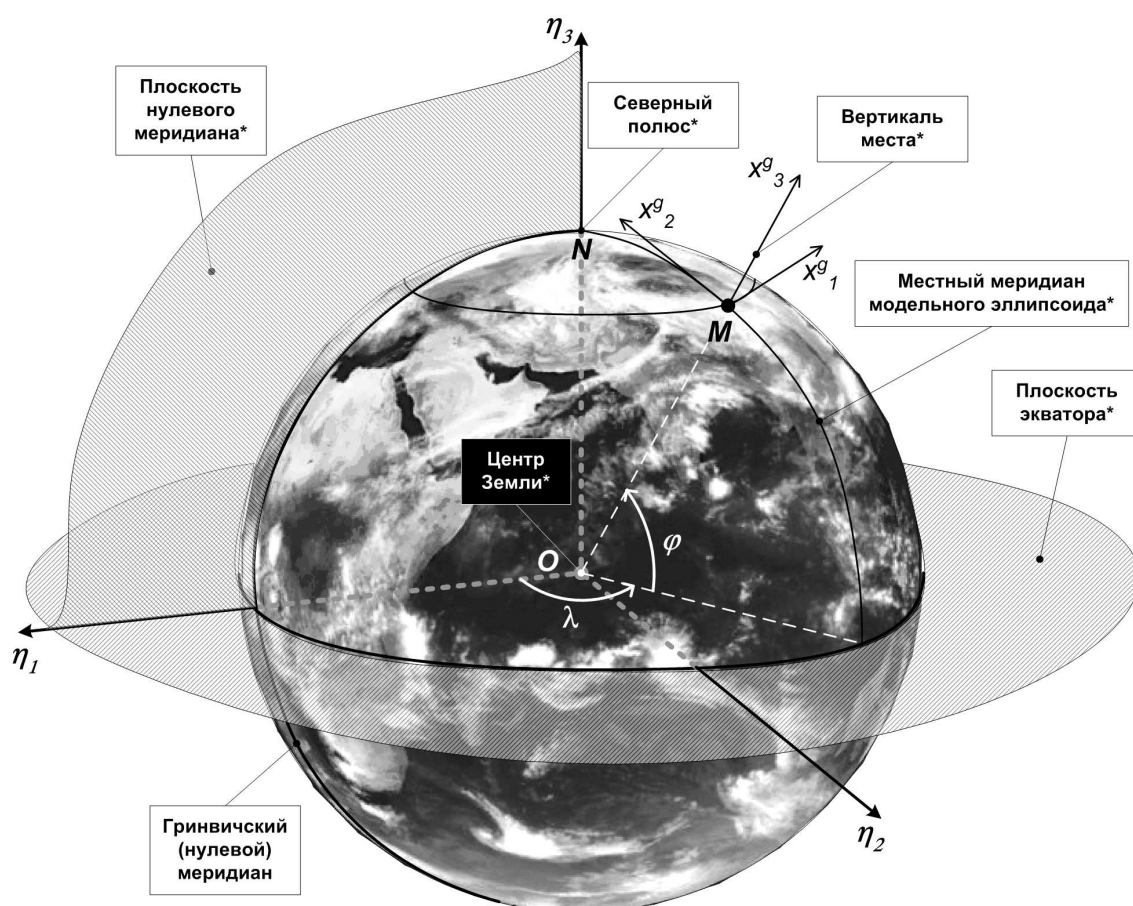
- **Географическая система координат $Mx_1^g x_2^g x_3^g$.** Географическими координатами точки вблизи поверхности Земли называются северная широта φ , восточная долгота λ , и, при необходимости, высота h относительно поверхности модельного эллипсоида (вдоль нормали к ней). С географическими координатами тесно связано понятие *географического трехгранника*, или географической декартовой системы координат. Географическая система координат задается в точках поверхности модельного эллипсоида Земли. Начало ее совпадает с заданной точкой на поверхности модельного эллипсоида — точкой M на Рис. II.3. Первая ось направлена вдоль касательной к параллели в точке M . Вторая ось — вдоль касательной к меридиану, третья — вдоль нормали к поверхности модельного эллипсоида (*местной географической вертикали*). Географический трехгранник не определен в точках северного и южного полюсов⁵.

- **Связанный трехгранник $Ms_1 s_2 s_3$.** Связанная система координат (ССК) жестко связана с объектом, для которого решается задача определения ориентации. Ее оси, как правило, связывают со строительными осями объекта. В рассматриваемой постановке задачи конкретное определение связанной системы координат может быть любым. Важно только, чтобы координаты номинальных фазовых

³Плоскостью экватора называют плоскость, проходящую через центр модельного эллипсоида, перпендикулярную условной оси вращения Земли

⁴На самом деле принятый в современной навигации нулевой меридиан (см. [6]) смещен на 5.31 угл.сек. относительно меридиана, исторически ранее считавшегося гринвичским, проходящего через Королевскую обсерваторию в Гринвиче (Великобритания), поэтому термин «гринвичский меридиан» редко употребляется. Однако наименование гринвичской системы координат, связанной с нулевым меридианом, является устоявшимся.

⁵Точнее, определен с точностью до поворота в азимуте — вокруг третьей оси



* Параметры модельного эллипсоида Земли в системе GPS приняты в соответствии с WGS-84

Рис. II.3: Гринвичская и географическая системы координат

центров приемных антенн спутниковых навигационных сигналов в связанной системе координат были известны.

Для систем определения ориентации, как правило, важна ориентация объекта относительно географического трехгранника, так как по ней определяются такие практически значимые параметры, как отклонение от горизонта, отклонение от вертикали, отклонение от заданного курса в азимуте для самолетов, кораблей, автомобилей и т.п. При этом ошибки определения ориентации географического трехгранника (кроме азимутального угла) равны ошибкам определения географических координат его начала, азимутальная ошибка обратно пропорциональна косинусу широты места⁶.

⁶ Линейная ошибка определения координат в 0.5 км приводит к ошибке в определении ориентации

3 Общая постановка задачи

Рассмотрим следующую задачу: на объекте, который представляет из себя твердое тело, жестко установлены три или более приемных антенн спутниковых навигационных радиосигналов (см. Рис. II.4). Геометрические параметры установки антенн известны с высокой точностью. Следовательно, орты связанной системы координат известным образом выражаются через векторы, соединяющие номинальные фазовые центры антенн. В дальнейшем в этой работе отождествим понятия «координаты антенны» и «координаты номинального фазового центра антенны». Таким образом, задача определения ориентации объекта сводится к определению векторов, связывающих антенны. Выразив через них орты связанной системы координат, нетрудно составить матрицу ее ориентации относительно гринвичской или любой другой заданной системы, либо вычислить соответствующие углы ориентации.

Сигналы со всех антенн обрабатываются одним приемником GPS, что обеспечивает их точную синхронизацию во времени. Приемник GPS обеспечивает периодическую (с постоянной частотой 1-20 Гц) выдачу фазовых спутниковых измерений. Как было сказано выше, необходимо построить по этим измерениям оценку координат относительного расположения антенн в Гринвичской системе координат, жестко связанной с вращающейся Землей.

Замечания

1. В случае, когда на объекте установлено две антенны, ориентация объекта однозначно определена быть не может, тем не менее такой случай также представляет интерес. При этом для приведенных здесь алгоритмов в некоторых процедурах такой случай требует отдельного рассмотрения.

географического трехгранника около $16/\cos\varphi$ угл. сек., где φ — географическая широта места. Зависимость точности определения географического трехгранника от широты имеет критическое значение в приполярных областях. При навигации в этих зонах, как правило, используются другие системы координат (ортодромические).

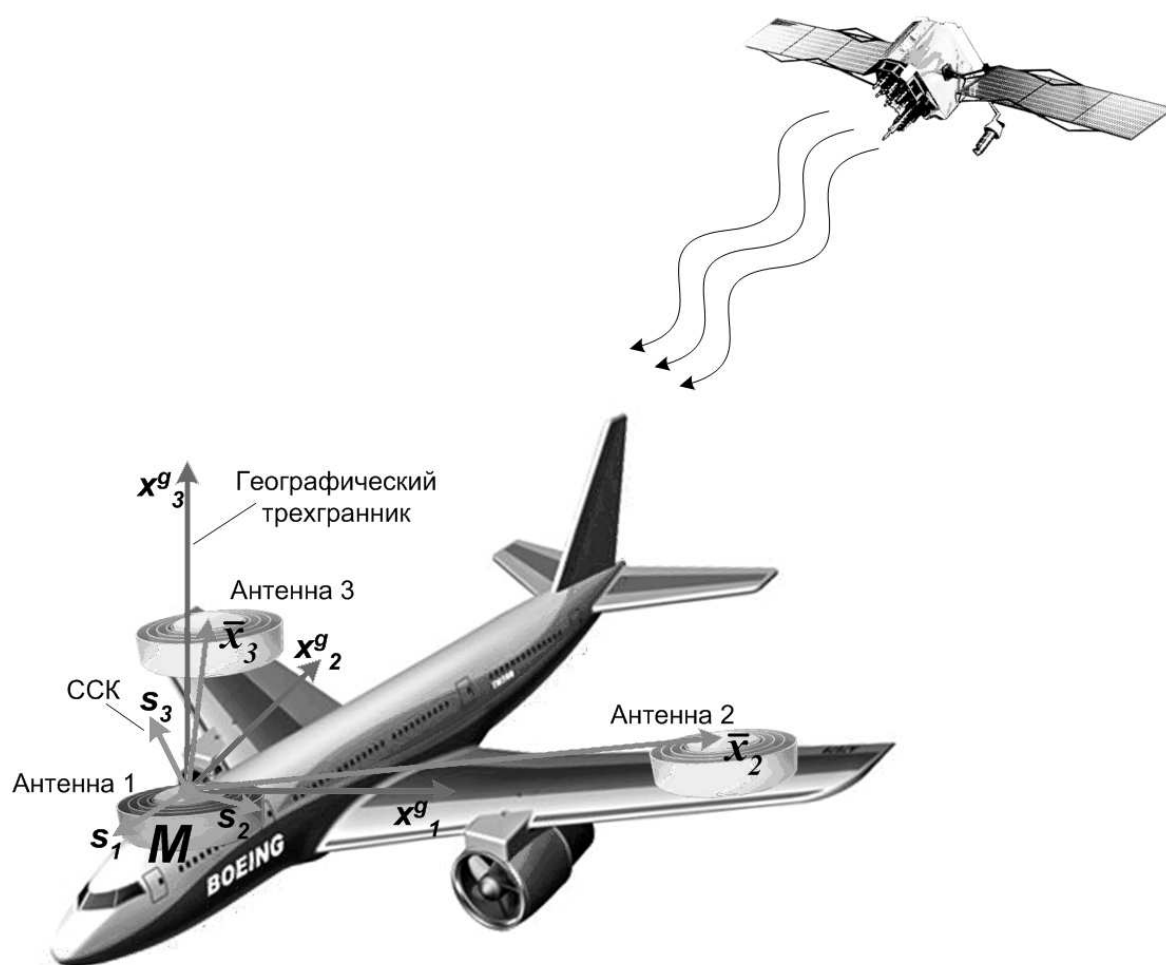


Рис. II.4: Установка антенн на движущийся объект (схема)

2. Если сигнал с каждой антенны обрабатывается отдельным приемником, требуется применять предварительные корректирующие алгоритмы, так как относительная задержка выдаваемой каждым из приемников информации, составляющая до 10^{-3} сек, может существенно повлиять на точность решения и модель измерений.

4 Фазовые спутниковые измерения

4.1 Модель фазовых спутниковых измерений

Традиционно в каждый момент времени фазовые спутниковые измерения моделируются следующим уравнением ([44] стр. 172, [45] стр. 69):

$$\varphi = \rho/\lambda + N + \delta\varphi_{ion} + \delta\varphi_{trop} + \delta\varphi_{sat.clock} + \delta\varphi_{rec.clock} + \delta\varphi_{mp} + \delta\varphi_{ph.c.} + \delta\varphi_q \quad (\text{II.1})$$

В уравнении (II.1) обозначено:

1. φ — значение фазового спутникового измерения на выходе приемника GPS для конкретной антенны для сигнала от конкретного спутника системы GPS; традиционно размерность этого значения — доли цикла (периода) колебаний несущего радиосигнала;
2. ρ — прямолинейное расстояние от точки излучения радиосигнала сигнала до точки его приема; при этом

$$\rho = \sqrt{(\bar{s}(t_{em}) - \bar{X}(t_{rec}))^T (\bar{s}(t_{em}) - \bar{X}(t_{rec}))} \quad (\text{II.2})$$

где $\bar{s}$ — радиус-вектор фазового центра передающей антенны в гринвичской системе координат, а $\bar{X}$ — радиус-вектор номинального фазового центра приемной антенны, t_{em} и t_{rec} — моменты времени излучения и приема сигнала; именно это расстояние является полезной составляющей измерения;

3. λ — длина волны несущего радиосигнала (составляет примерно 19 и 24 см для частот передачи L1 и L2 навигационной системы GPS соответственно);
4. N — неопределенное число циклов (периодов), на которое отличается фазовое измерение в приемнике от истинного значения полной фазы несущего радиосигнала с момента излучения; возникновение такой неопределенности связано с техникой формирования фазовых измерений в приемнике;

5. $\delta\varphi_{ion}, \delta\varphi_{trop}$ — систематические погрешности измерения, связанные с прохождением радиосигнала сквозь ионосферу и тропосферу Земли, зависящие от свойств ионосферы и тропосферы на пути следования радиосигнала;
6. $\delta\varphi_{sat.clock}, \delta\varphi_{rec.clock}$ — систематические погрешности измерения, связанные с расхождением временных шкал передающей аппаратуры и приемника со шкалой единого времени и между собой;
7. $\delta\varphi_{mp}$ — погрешность измерения, связанная с эффектом *многолучевости*, т.е. возможного многочисленного переотражения радиосигнала от предметов и среды, окружающей приемную антенну ([44] стр. 237); для уменьшения этого эффекта применяются специальные антенны и алгоритмы предварительной обработки измерений;
8. $\delta\varphi_{ph.c.}$ — погрешность измерения, связанная со смещением фазового центра приемной антенны относительно номинального положения; опыт исследователей свидетельствует о том, что смещение фазового центра зависит от свойств конкретной антенны, ее геометрического расположения относительно направления распространения радиосигнала и, кроме этого, имеет малую шумовую составляющую ([44], стр. 234); при обработке измерений разумно принять, что шумовая составляющая этой погрешности входит в последнее слагаемое уравнения (II.1), задающего модель фазовых спутниковых измерений;
9. $\delta\varphi_q$ — шумовая составляющая погрешности измерений, в которую входят аппаратные шумы, погрешности оцифровки, дискретизации и т.д. и т.п.; в существующей литературе часто упоминается, что величина этой составляющей должна иметь дисперсию менее 0.01 цикла и даже менее — 0.002 цикла, что при умножении на длину волны эквивалентно погрешности в 1.9 и 0.4 мм соответственно, однако при обработке реальных измерений наблюдаются остаточные шумовые составляющие (которые могут представлять из себя шумовую составляющую погрешности, связанной с многолучевостью,

смещением фазового центра антенны, ионосферной и тропосферной, либо остаточные погрешности, не устраненные алгоритмами подавления эффекта многолучевости, и другие погрешности, а также их комбинации) со среднеквадратическим отклонением до 5 мм (1/40 цикла).

Преимуществом задачи определения ориентации объектов по фазовым спутниковым измерениям по сравнению с многими другими задачами обработки фазовых измерений является то, что оценку возможно производить не по первичным измерениям, модель которых задана уравнением (II.1), а по их так называемым вторым разностям. Вспомним, что на объекте имеется не одна, а несколько приемных антенн. В каждый момент времени t_j имеется набор измерений $\varphi_{i,j}^{L_k,s}$, соответствующих модели (II.1), где L_k обозначает частоту несущего радиосигнала, s — номер спутника, от которого сигнал получен, i — номер антенны. Назовем в соответствии с принятой англоязычной терминологией одну из антенн (с номером 1) базой (base), а все остальные — роверами (rover). Промежуток времени между двумя последовательными измерениями будем называть эпохой (epoch).

4.2 Первые разности фазовых измерений

Первыми разностями фазовых спутниковых измерений называют разности между всеми измерениями в один момент времени для роверов и соответствующими измерениями для базы:

$$\Delta\varphi_{i,j}^{L_k,s} = \varphi_{i,j}^{L_k,s} - \varphi_{1,j}^{L_k,s}, \quad i > 1 \quad (\text{II.3})$$

Первые разности измерений не содержат погрешностей $\delta\varphi_{sat.clock}$, связанных с ошибкой часов спутников. Также, в связи с тем, что антенны расположены недалеко друг от друга, компенсируются погрешности $\delta\varphi_{ion}$, $\delta\varphi_{trop}$, связанные с прохождением радиосигнала через атмосферу. Эти погрешности одинаковы для всех антенн.

На Рис. II.5 показана связь первых разностей фазовых измерений с вектором, соединяющим фазовые центры приемных антенн. С точностью

до целого числа периодов разность фаз пропорциональна проекции искомого вектора на направление распространения радиоволны.

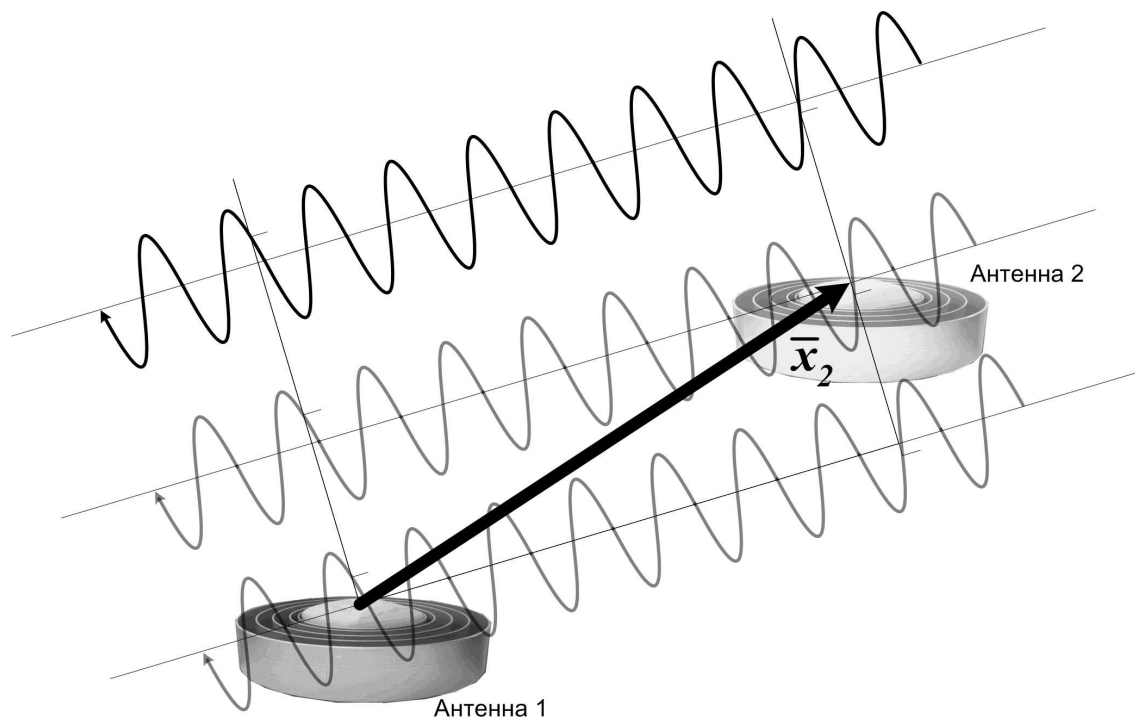


Рис. II.5: Связь первых разностей фазовых измерений с вектором, соединяющим фазовые центры приемных антенн

Компенсация систематических составляющих погрешностей, связанных со смещениями фазовых центров антенн достигается применением одинаковых антенн, а также их одинаковой ориентацией относительно объекта при установке. В этих условиях систематические составляющие смещения фазовых центров компенсируются в первых разностях⁷.

4.3 Вторые разности фазовых измерений

Вторые разности получаются вычитанием из всех первых разностей их значений для одного заранее выбранного спутника. В связи с тем, что при вычитании в шумовую составляющую разности вносят вклад оба слагаемые, для вычитания традиционно выбирают спутник, сигнал с которого априорно содержит меньшие по уровню шумы, а именно спутник,

⁷В работе [101] рассмотрены особенности фазовых измерений для нескольких антенн, расположенных с различной ориентацией относительно объекта (*non-aligned antennas*)

наиболее близкий к направлению зенита в точке приема сигнала. Этот спутник (присвоим ему номер 1) называют «зенитным». Для вторых разностей имеется следующее выражение:

$$\nabla \Delta \varphi_{i,j}^{L_k,s} = \Delta \varphi_{i,j}^{L_k,s} - \Delta \varphi_{i,j}^{L_k,1}, \quad s > 1 \quad (\text{II.4})$$

вторые разности не содержат погрешностей $\delta \varphi_{rec.clock}$, связанных с ошибкой часов приемной аппаратуры;

Таким образом, модель вторых разностей фазовых спутниковых измерений имеет вид:

$$\nabla \Delta \varphi = \nabla \Delta \rho / \lambda + \nabla \Delta N + \nabla \Delta \delta \varphi_{mp} + \nabla \Delta \delta \varphi_q \quad (\text{II.5})$$

После линеаризации и очевидных упрощающих переобозначений можно записать в каждый момент времени t_j

$$\bar{z}_{i,j}^{L_k} = 1/\lambda_k H_j \bar{x}_{i,j} + \bar{n}_{i,j}^{L_k} + \delta \bar{z}_{mp i,j}^{L_k} + \delta \bar{z}_{q i,j}^{L_k} \quad (\text{II.6})$$

где $\bar{x}_{i,j}$ — радиус-вектор фазового центра i -го ровера в системе координат с началом в фазовом центре базы и осями, параллельными осям Гринвичской системы координат, H_j — матрица, строки которой есть соответствующие разности координат направляющих векторов на спутники системы GPS.

4.4 Свойства разностных измерений

Общее количество измерений в каждый момент времени при взятии разностей заметно уменьшается. Однако отпадает необходимость весьма сложной оценки многих существенных систематических погрешностей. Кроме того, для решения задачи определения ориентации нет потребности в точных координатах навигационных спутников (точнее, фазовых центров их излучающих антенн) и приемников в гринвичской системе координат. Нетрудно показать, что ошибка до 500 метров в их определении, с учетом минимального расстояния между приемными антеннами и спутниками порядка 20 тыс. км, приводит к погрешности оценки углов ориентации менее $5 \cdot 10^2 / (2 \cdot 10^7) = 2.5 \cdot 10^{-5}$ радиан, т.е. 5.2 угл. сек.

Полной компенсации эффекта многолучевости при взятии вторых разностей не происходит. Погрешность, связанная с этим, может быть уменьшена при помощи специальных алгоритмов, которые здесь не рассматриваются.

При вычислении вторых разностей происходит изменение свойств шумовых составляющих погрешностей результирующих измерений: если остаточные шумы исходных измерений можно считать независимыми, то при взятии разностей появляется коррелированность шумов разностей. Одновременно увеличивается дисперсия шума в каждой разности по сравнению с дисперсией шума отдельных измерений.

Наличие целочисленной неопределенности n вносит существенные сложности в оценку полезной составляющей фазовых спутниковых измерений. Однако при наличии измерений за промежуток времени целочисленную неопределенность можно считать постоянной во времени величиной, так как она возникает лишь в момент формирования первого фазового измерения в приемнике. В дальнейшем скачки фазы (cycle slips) фиксируются известными алгоритмами и компенсируются. Использование свойств целочисленности и постоянства целочисленной неопределенности позволяет повысить эффективность ее оценки.

5 Геометрические параметры расположения антенн друг относительно друга

Существенными дополнительными измерениями являются геометрические параметры расположения антенн друг относительно друга, например, расстояния между номинальными фазовыми центрами, которые измеряются с большой точностью доступными средствами и являются постоянными (при обеспечении достаточной жесткости крепления антенн и конструкции объекта-носителя). При наличии R антенн в каждый момент времени имеется $P = 3 \cdot (R - 2)$ для $R \geq 3$ и $P = 1$ для $R = 2$ таких независимых геометрических параметров. Однако, связь этих па-

раметров с оцениваемыми величинами нелинейна и имеет вид

$$\bar{x}^T A_p^T A_p \bar{x} = b_p^2, \quad p = 1..P \quad (\text{II.7})$$

где матрицы A_p задаются очевидным образом, а b_p — расстояние между номинальными фазовыми центрами соответствующей пары антенн. Вектор $\bar{x}$ составлен из координат векторов, соединяющих антенны.

К примеру, для двух роверов и одной базовой антенны (всего 3 антенны), расположенных в углах квадрата со стороной l имеем:

$$\begin{aligned} x &\in \mathbf{R}^6, \quad R = 3, \quad P = 3, \\ A_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \\ b_1 &= l, \quad b_2 = l, \quad b_3 = l\sqrt{2}. \end{aligned}$$

6 Зависимость погрешностей измерений от угла возвышения навигационного спутника

Известно, что тропосфера и ионосфера Земли существенно влияют на проходящие через них радиосигналы ([45] стр. 55, [44] стр. 188). При этом чем меньшую часть пути радиосигнал проходит сквозь атмосферу, тем меньшие погрешности вносятся. Геометрически это означает, что сигнал, приходящий от навигационных спутников, расположенных вблизи плоскости горизонта в точке приема, имеет значительно бóльшую шумовую составляющую, связанную с прохождением сигнала через атмосферу, чем сигнал от спутника, близкого к направлению зенита, так как расстояние, проходимое первым сквозь атмосферу в 6—7 раз больше. Этот эффект является устойчивым и учитывается как при формировании вторых разностей фазовых измерений (о чем говорилось ранее), так и при обработке измерений. Кроме того, в приемной навигационной аппаратуре сигналы от спутников, расположенных ниже определенного

пользователем порога по углу возвышения над горизонтом (как правило порог устанавливается в пределах 5—10°), вообще не обрабатываются. Для таких сигналов велика вероятность срывов в отслеживании сигнала, появления иных неустранимых сбоев и аномальных шумов.

Математических моделей, позволяющих с высокой точностью определить зависимость уровня помех от угла возвышения навигационного спутника, не существует. Однако возможно ввести соответствующие весовые матрицы для измерений от спутников с различными углами возвышения, учет которых заметно повышает конечную точность оценки.

7 Математическая постановка задачи

В соответствии с принятой моделью, в дискретные моменты времени t_j имеются наборы измерений, представляющих из себя вторые разности фазовых спутниковых измерений, заданные моделью:

$$\begin{aligned} \bar{z}_{i,j}^{L_k} &= \frac{1}{\lambda_k} H_j \bar{x}_{i,j} + \bar{n}_{i,j}^{L_k} + \delta \bar{z}_{q i,j}^{L_k}, \quad \forall j_1 M[\delta \bar{z}_{q i,j}^{L_k} (\delta \bar{z}_{q i,j_1}^{L_k})^T] = R_{zj} \delta_j^{j_1} \\ \bar{z}_{i,j}^{L_k} &\in \mathbf{R}^{S-1}, \quad \bar{x}_{i,j} \in \mathbf{R}^3, \quad \bar{n}_{i,j}^{L_k} \in \mathbf{Z}^{S-1} \\ k &\in \{1, 2\}, \quad i = 2..R, \quad j \in \mathbf{N} \cup \{0\} \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

В уравнении (II.8) $\delta_j^{j_1}$ есть символ Кронекера (его значение равно 1 при $j = j_1$, иначе — 0). Символ $M[\cdot]$ обозначает математическое ожидание. Для упрощения выкладок и вычислений целесообразно принять, что матрица ковариаций остаточных шумов измерений R_{zj} не зависит от номера антенны и частоты принимаемого сигнала. Кроме того, известно, что

$$\bar{n}_{i,j}^{L_k} = \bar{n}_{i,0}^{L_k}, \quad (\text{II.9})$$

$$b_p^2 + \delta b_p^2 = \bar{x}_j^T A_p^T A_p \bar{x}_j, \quad \delta b_p^2 \ll b_p^2, \quad (\text{II.10})$$

$$\bar{x}_j = [\bar{x}_{2,j}^T \dots \bar{x}_{R,j}^T]^T \in \mathbf{R}^{3(R-1)}, \quad p = 1..P, \quad R \geq 2$$

Все векторы $\bar{x}_{i,j}$ соединяют точки некоторого твердого тела (а именно номинальные фазовые центры антенн, принимающих спутниковые ради-

онавигационные сигналы). Требуется построить оценку $\tilde{x}_{i,j}$ этих векторов в каждый момент времени t_j , $j \geq 0$.

Приведенная задача оценки содержит нелинейные соотношения: уравнения II.10 и свойство целочисленности компонент векторов фазовой неопределенности $\bar{n}_{i,j}^{L_k}$. Кроме того, в каждую эпоху число измерений $2 \cdot (S-1)(R-1)$ меньше числа неизвестных $3 \cdot (R-1) + 2 \cdot (S-1)(R-1)$, из-за чего оценка может быть вычислена только при обработке измерений за несколько эпох.

8 Алгоритм определения ориентации

Приведенный далее алгоритм позволяет в реальном времени построить необходимую оценку векторов $\tilde{x}_{i,j}$. Решение уточняется поэтапно, начиная с оценки по методу наименьших квадратов. Затем используется свойство целочисленности компонент фазовой неопределенности $\bar{n}_{i,j}^{L_k}$, учитываются корреляции двойных разностей фазовых спутниковых измерений и разница уровней помех в сигналах от спутников с разными углами возвышения над горизонтом, а также геометрические параметры расположения антенн друг относительно друга. Процедуры, приведенные в этом разделе, являются рекуррентными, т.е. в каждый момент времени используют только оценки и величины, полученные в предыдущий момент времени и измерения на текущую эпоху, и рассчитаны на применение в реальном времени. При пост-обработке измерений для достижения максимальной точности на протяжении всего интервала измерения (если это необходимо) дополнительно производится повторный проход по массиву измерений, начиная с этапа исключения целочисленной неопределенности (см. ниже). При этом используется оценка целочисленной неопределенности, полученная при первом проходе.

8.1 Построение первого приближения по методу наименьших квадратов с использованием рекуррентной процедуры — этап CLS (coarse least-squares approximation)

Уравнения измерений

В уравнениях (II.8) введем следующие векторные обозначения:

$$\zeta_j = \left[\bar{z}_{2,j}^{L_1 T} \bar{z}_{2,j}^{L_2 T} \bar{z}_{3,j}^{L_1 T} \bar{z}_{3,j}^{L_2 T} \dots \bar{z}_{R,j}^{L_1 T} \bar{z}_{R,j}^{L_2 T} \right]^T, \quad (\text{II.11})$$

$$\xi_j = \left[\bar{x}_{2,j}^T \bar{x}_{3,j}^T \dots \bar{x}_{R,j}^T \right]^T, \quad (\text{II.12})$$

$$\nu_0 = \left[\bar{n}_{2,0}^{L_1 T} \bar{n}_{2,0}^{L_2 T} \bar{n}_{3,0}^{L_1 T} \bar{n}_{3,0}^{L_2 T} \dots \bar{n}_{R,0}^{L_1 T} \bar{n}_{R,0}^{L_2 T} \right]^T, \quad (\text{II.13})$$

$$\theta_j = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} H_j & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{\lambda_2} H_j & & & \\ 0 & \frac{1}{\lambda_1} H_j & & \vdots \\ & \frac{1}{\lambda_2} H_j & & \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\lambda_1} H_j \\ & & & \frac{1}{\lambda_2} H_j \end{bmatrix}. \quad (\text{II.14})$$

В матрице θ_j количество ненулевых прямоугольных блоков равно $R-1$. В новых обозначениях уравнения измерений на интервале времени $[t_0, t_N]$, с учетом (II.9), можно переписать так:

$$\begin{aligned} \zeta_0 &= \nu_0 + \theta_0 \xi_0 + \delta \zeta_0, \\ \zeta_1 &= \nu_0 + \theta_1 \xi_1 + \delta \zeta_1, \\ &\vdots \\ \zeta_N &= \nu_0 + \theta_N \xi_N + \delta \zeta_N. \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

8.2 Традиционные соотношения метода наименьших квадратов

Систему, заданную уравнениями II.8, II.9, на момент времени t_N перепишем в виде:

$$Z_{LS} = H^{LS} X^{LS} + \delta Z^{LS}, \quad (\text{II.16})$$

где

$$Z^{LS} = \begin{pmatrix} \zeta_0 \\ \zeta_1 \\ \vdots \\ \zeta_N \end{pmatrix}, \quad X^{LS} = \begin{pmatrix} \nu_0 \\ \xi_0 \\ \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_N \end{pmatrix}, \quad (\text{II.17})$$

$$H^{LS} = \begin{pmatrix} E & \theta_0 & 0 & \cdots & 0 \\ E & 0 & \theta_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E & 0 & 0 & \cdots & \theta_N \end{pmatrix}, \quad (\text{II.18})$$

Традиционные соотношения метода наименьших квадратов ([46], стр. 53) предусматривают вычисление оценки в виде

$$\tilde{X}^{LS} = (H^{LS,T} H^{LS})^{-1} H^{LS,T} Z^{LS}. \quad (\text{II.19})$$

При этом для рассматриваемой задачи необходимо производить вычисления с матрицами очень больших размерностей, включая операцию обращения матрицы. Нетрудно убедиться, что, к примеру, при поступлении измерений за 3 минуты от трех антенн при частоте поступления 2 Гц и девяти видимых навигационных спутниках, размерность матрицы H^{LS} составит 11520×2192 элементов. Размерность эта с течением времени постоянно увеличивается. Существующие бортовые компьютеры, применяемые в навигационных системах, не в состоянии произвести необходимый объем вычислений в режиме реального времени. При этом матрицы не имеют выраженной диагональной или ленточной структуры, что исключает использование упрощенных процедур. Некоторые подходы к уменьшению необходимого объема вычислений предложены в [52], однако обработка полноразмерных матриц, аналогичных H^{LS} , в указанной работе остается необходимой.

Использование традиционных соотношений рекуррентного метода наименьших квадратов ([46], стр. 54) также невозможно, поскольку с каждой эпохой в оцениваемый вектор включается новый набор векторов

$\bar{x}_{i,j}$, а традиционные соотношения предназначены для оценки вектора, размерность которого не изменяется при поступлении нового набора измерений.

В [75] описан рекуррентный алгоритм с инициализацией, вычисляющий для приведенной задачи оценку по методу наименьших квадратов, не требующий операций с очень большими матрицами. Данный алгоритм основан на процедурах ортогонализации, QR-разложения матриц, и, несмотря на очевидные вычислительные преимущества по сравнению с традиционными соотношениями метода наименьших квадратов, во-первых, требует отдельного этапа инициализации, а во-вторых включает нетривиальные вычисления. Далее будет построена более простая рекуррентная реализация метода наименьших квадратов, имеющая унифицированные вычислительные соотношения для всех эпох.

Соотношения метода наименьших квадратов

При построении приближения по методу наименьших квадратов информация о взаимном расположении антенн и целочисленности компонент фазовой неопределенности не используется. В соответствии с (II.15) имеем уравнения:

$$\zeta_j = \nu_0 + \theta_j \xi_j + \delta \zeta_j, \quad j = 0 \dots N, \quad \zeta_j \in \mathbf{R}^n, \quad \xi_j \in \mathbf{R}^m, \quad m < n \quad (\text{II.20})$$

При построении оценки по методу наименьших квадратов целесообразно считать, что все каналы измерений некоррелированы и равноточны, т.е. $M[(\delta \zeta_j)(\delta \zeta_k)^T] = r_0^2 E \delta_j^k$, где r_0 характеризует уровень шума в измерениях, E — единичная матрица. При этом должно быть накоплено достаточное количество информации, так, что $(N+1)n \geq n + (N+1)m$. Для построения первого приближения оценки вектора ν_0 и всех векторов ξ_j построим алгоритм, оперирующий матрицами размерности не более, чем n , эквивалентный методу наименьших квадратов.

Оценка по методу наименьших квадратов минимизирует функцию

$$\varphi_N(\nu_0, \xi_0, \dots, \xi_N) = \sum_{j=0}^N (\zeta_j - \nu_0 - \theta_j \xi_j)^T (\zeta_j - \nu_0 - \theta_j \xi_j) \quad (\text{II.21})$$

Точка минимума указанной функции является решением уравнения $\nabla \varphi_N = 0$. Из уравнения следует, что в точке минимума $(\tilde{\nu}_0^{(N)}, \tilde{\xi}_0, \dots, \tilde{\xi}_N)$ выполнено

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi_N}{\partial \nu_0} = \sum_{j=0}^N (\zeta_j - \tilde{\nu}_0^{(N)} - \theta_j \tilde{\xi}_j) = 0,$$

откуда

$$\tilde{\nu}_0^{(N)} = \frac{1}{N+1} \sum_{j=0}^N (\zeta_j - \theta_j \tilde{\xi}_j) \quad (\text{II.22})$$

Также для всех j выполнено

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi_N}{\partial \xi_j} = \theta_j^T (\zeta_j - \tilde{\nu}_0^{(N)} - \theta_j \tilde{\xi}_j) = 0$$

откуда

$$\tilde{\xi}_j = (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T (\zeta_j - \tilde{\nu}_0^{(N)}). \quad (\text{II.23})$$

Подставляя (II.23) в (II.22), получим

$$\begin{aligned} \tilde{\nu}_0^{(N)} &= \left[E - \frac{1}{N+1} \sum_{j=0}^N \theta_j (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T \right]^{-1} \cdot \frac{1}{N+1} \sum_{j=0}^N \left(E - \theta_j (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T \right) \zeta_j, \\ N &\geq N_0 \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Полученное выражение задает цифровой фильтр с бесконечной импульсной характеристикой, с помощью которого вычисляется оценка $\tilde{\nu}_0^{(N)}$ по методу наименьших квадратов для системы уравнений (II.15).

Будем считать, что матрица $\theta_j^T \theta_j$ невырождена, т.е. матрица θ_j имеет полный ранг ($\text{rank}[\theta_j] = m$). При этом для всех j , т.е. в каждый момент времени матрица $E - \theta_j (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T$ вырождена⁸. Значит, для $N = 0$, и, возможно других значений N , обратная матрица в правой части уравнения (II.24) не существует. Будем считать, что, начиная с некоторого $N = N_0$, условия существования обратной матрицы выполнены.

⁸Используя сингулярное разложение матрицы θ_j ([46] стр. 92) $\theta_j = usv^T$, где $u^T = u^{-1}$, $v^T = v^{-1}$, s — диагональная матрица, запишем: $E - \theta_j (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T = E - usv^T (vs^T u^T usv^T)^{-1} vs^T u^T = E - usv^T (vs^T sv^T)^{-1} vs^T u^T = E - usv^T v (s^T s)^{-1} v^T vs^T u^T = uu^T - us(s^T s)^{-1} s^T u^T = u (E - s(s^T s)^{-1} s^T) u^T$. Очевидно, матрица $s(s^T s)^{-1} s^T$ — диагональная с m единицами на диагонали. Таким образом, матрица $E - s(s^T s)^{-1} s^T$ вырождена, а значит, вырождена и матрица $u (E - s(s^T s)^{-1} s^T) u^T$.

Соотношения рекуррентного цифрового фильтра

Обозначим $\chi_j = E - \theta_j (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T$, и введем две последовательности η_N и ψ_N :

$$\eta_0 = \chi_0, \quad \eta_N = \eta_{N-1} \frac{N}{N+1} + \chi_N \frac{1}{N+1}, \quad (\text{II.25})$$

$$\psi_0 = \chi_0 \zeta_0, \quad \psi_N = \psi_{N-1} \frac{N}{N+1} + \chi_N \frac{\zeta_N}{N+1}. \quad (\text{II.26})$$

Нетрудно проверить, что в новых обозначениях уравнение (II.24) примет вид

$$\tilde{\nu}_0^{(N)} = \eta_N^{-1} \psi_N, \quad N \geq N_0 \quad (\text{II.27})$$

Уравнения (II.27), (II.25), (II.26) и (II.23) задают рекуррентную процедуру вычисления оценки по методу наименьших квадратов для системы (II.20). При этом если модифицировать обозначения следующим образом:

$$\zeta_j = \begin{bmatrix} \bar{z}_{2,j}^{L_1} & \bar{z}_{3,j}^{L_1} & \cdots & \bar{z}_{R,j}^{L_1} \\ \bar{z}_{2,j}^{L_2} & \bar{z}_{3,j}^{L_2} & \cdots & \bar{z}_{R,j}^{L_2} \end{bmatrix}, \quad (\text{II.28})$$

$$\xi_j = [\bar{x}_{2,j} \bar{x}_{3,j} \cdots \bar{x}_{R,j}], \quad (\text{II.29})$$

$$\nu_0 = \begin{bmatrix} \bar{n}_{2,0}^{L_1} & \bar{n}_{3,0}^{L_1} & \cdots & \bar{n}_{R,0}^{L_1} \\ \bar{n}_{2,0}^{L_2} & \bar{n}_{3,0}^{L_2} & \cdots & \bar{n}_{R,0}^{L_2} \end{bmatrix}, \quad (\text{II.30})$$

$$\theta_j = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} H_j \\ \frac{1}{\lambda_2} H_j \end{bmatrix}, \quad (\text{II.31})$$

(измерения и оцениваемые величины составляют не векторы, а матрицы) то для всех j матрица $\theta_j^T \theta_j$ имеет размер 3×3 , а матрицы χ_j , η_j — $2(S-1) \times 2(S-1)$. Симметричность указанных матриц упрощает оперирование с ними. Оценку для ν_0 , полученную на этапе первого приближения по методу наименьших квадратов на момент времени t_N будем обозначать $\tilde{\nu}_{0CLS}^{(N)}$.

Замечание. При обработке реальных спутниковых навигационных измерений существование обратных матриц для $\theta_j^T \theta_j$ обеспечивается свойствами спутниковых навигационных систем ([45], стр. 60-61). Суще-

вание обратной матрицы для η_N также обеспечивается свойствами системы, как правило начиная с $N = 1$ или $N = 2$. При $\det(\eta_N) = 0$ оценки $\tilde{\nu}_0^{(N)}$ и $\tilde{\xi}_j$ не вычисляются, а рекуррентная процедура вычисления η_N и ψ_N продолжается ($\det(\cdot)$ означает определитель матрицы).

Ковариации ошибок оценки по методу наименьших квадратов

С учетом (II.24), (II.15) нетрудно показать, что матрицу $P_{\Delta\nu}^{(N)} = M \left[(\tilde{\nu}_0^{(N)} - \nu_0)(\tilde{\nu}_0^{(N)} - \nu_0)^T \right]$ можно вычислить, введя последовательность σ_N :

$$\sigma_0 = \chi_0 R_{\zeta 0} \chi_0, \quad \sigma_N = \sigma_{N-1} \frac{N^2}{(N+1)^2} + \chi_N R_{\zeta N} \chi_N \frac{1}{(N+1)^2} \quad (\text{II.32})$$

где $R_{\zeta j} = M[(\delta\zeta_j)(\delta\zeta_j)^T]$. Тогда

$$P_{\Delta\nu}^{(N)} = \eta_N^{-1} \sigma_N \eta_N^{-1}, \quad N \geq N_0 \quad (\text{II.33})$$

Для ковариации $P_{\Delta\xi}^{(N)} = M \left[(\tilde{\xi}_N - \xi_N)(\tilde{\xi}_N - \xi_N)^T \right]$ имеем

$$P_{\Delta\xi}^{(N)} = (\theta_N^T \theta_N)^{-1} \theta_N^T \left[P_{\Delta\nu}^{(N)} + (E + \frac{2}{N+1} \eta_N^{-1} \chi_N) R_{\zeta N} \right] \theta_N (\theta_N^T \theta_N)^{-1}, \quad N \geq N_0 \quad (\text{II.34})$$

Характер динамики диагональных элементов матриц $P_{\Delta\nu}^{(N)}$ и $P_{\Delta\xi}^{(N)}$ показан на Рис. II.6 (темный график — максимум диагональных элементов $P_{\Delta\xi}^{(N)}$, светлый — максимум диагональных элементов $P_{\Delta\nu}^{(N)}$). Приведенные результаты получены при использовании реальных спутниковых навигационных данных.

8.3 Исключение целочисленной неопределенности — этап AF (ambiguity-free least squares)

Оценка, полученная на предыдущем этапе, не учитывает свойства целочисленности компонент вектора ν_0 . Следующая процедура состоит в округлении компонент ν_0 и вычислении оценки $\tilde{\xi}_{N AF}$. Процедура задается соотношениями:

$$\tilde{\nu}_{0 AF}^{(N)} = \text{round}(\tilde{\nu}_{0 CLS}^{(N)}) \quad (\text{II.35})$$

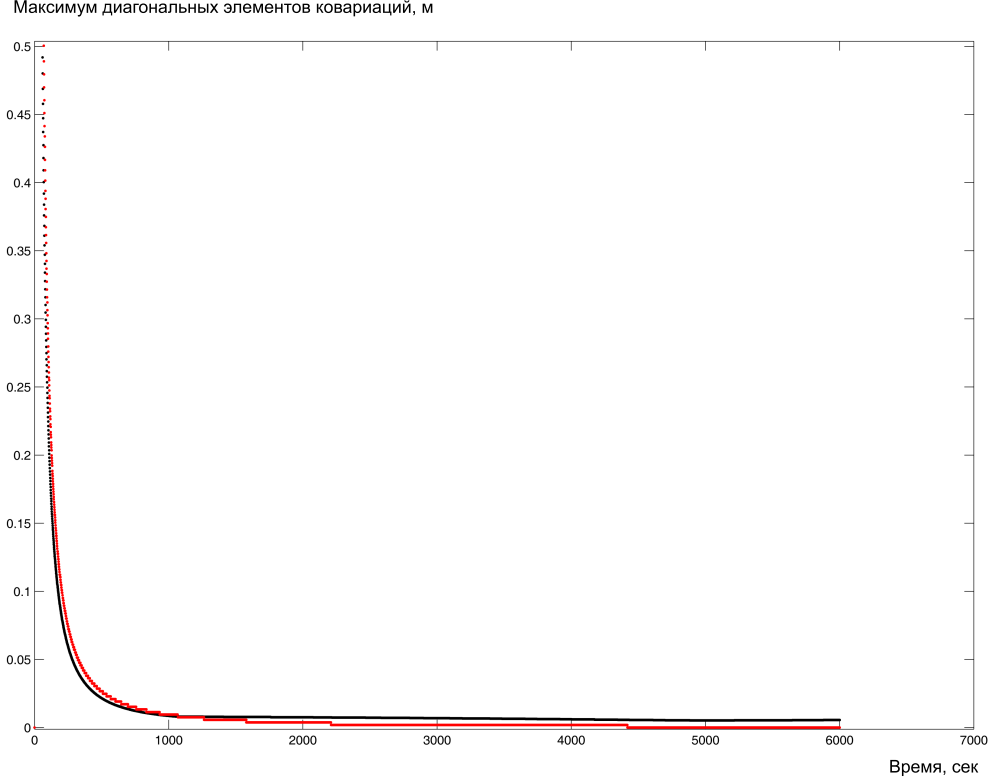


Рис. II.6: Изменение во времени диагональных элементов $P_{\Delta\nu}^{(N)}$ и $P_{\Delta\xi}^{(N)}$

где операция $round(\cdot)$ означает округление каждой компоненты вектора до ближайшего целого числа. Целочисленные компоненты $\tilde{\nu}_{0AF}^{(N)}$ вычитаются затем из исходных измерений, так что оценку $\tilde{\xi}_{NAF}$ можно искать как решение по методу наименьших квадратов для уравнения

$$\zeta_N - \tilde{\nu}_{0AF}^{(N)} = \theta_N \xi_N, \quad (\text{II.36})$$

то есть

$$\tilde{\xi}_{NAF} = (\theta_j^T \theta_j)^{-1} \theta_j^T (\zeta_N - \tilde{\nu}_{0AF}^{(N)}) \quad (\text{II.37})$$

8.4 Учет геометрической информации и различия в уровне помех для спутников с разными углами возвышения — этап EAF (extended ambiguity-free least squares iterations)

В решении, полученном на предыдущем этапе, не учтены следующие факторы:

1. Геометрические параметры расположения антенн друг относительно друга
2. Корреляция вторых разностей фазовых спутниковых измерений
3. Различия в уровне помех в измерениях, полученных от спутников, имеющих разные углы возвышения над горизонтом

Имея приближение $\tilde{\xi}_{N\,AF}$, построим оценку $\tilde{\xi}_{N\,EAF}$, при вычислении которой учтем перечисленное выше.

Учет геометрических параметров

Уравнения (II.10) перепишем, обозначив $\Delta\xi_{N\,EAF} = \xi_N - \tilde{\xi}_{N\,AF}$ и линеаризовав вблизи полученной на предыдущем этапе оценки:

$$b_p^2 - \tilde{\xi}_{N\,AF}^T A_p^T A_p \tilde{\xi}_{N\,AF} = 2\tilde{\xi}_{N\,AF}^T A_p^T A_p \Delta\xi_{N\,EAF} + \Delta\xi_{N\,EAF}^T A_p^T A_p \Delta\xi_{N\,EAF} - \delta b_p^2$$

$\Delta\xi_{N\,EAF}^T A_p^T A_p \Delta\xi_{N\,EAF}$ — малая величина по сравнению с линейной частью равенства, поэтому последнее слагаемое опустим. Будем считать левую часть равенства дополнительным измерением, а правую — задающей связь измерения с оцениваемым вектором $\Delta\xi_{N\,EAF}$. Так как применяется линеаризация около предыдущего приближения, для повышения точности следует делать несколько, например 2, итерации вычислений. Для каждой итерации начальным приближением служит результат предыдущей.

Весовая матрица

Корреляцию измерений и различие уровней помех в измерениях от разных спутников учтем введением весовой матрицы для измерений. Определим коэффициенты, априорно характеризующие уровень шумов для каждого спутника:

$$r_p = \frac{1}{0.1 + \sin El_{p,N}}, \quad p = 1..S, \quad (\text{II.38})$$

где $El_{p,N}$ — угол возвышения p -го спутника над горизонтом ([45] стр. 42) в N -ю эпоху. Приведенная формула является эмпирической и, возможно,

в перспективе может быть модифицирована, однако она отражает основное требуемое свойство: для спутников с малыми углами возвышения уровень шума априорно принимается в несколько раз больше, чем для спутников, расположенных вблизи зенита. Матрица, пропорциональная априорной оценке ковариаций двойных разностей фазовых спутниковых измерений, имеет вид:

$$\tilde{R}_{z,N} = \begin{bmatrix} r_1 + r_2 & r_1 & \cdots & r_1 \\ r_1 & r_1 + r_3 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & r_1 \\ r_1 & \cdots & r_1 & r_1 + r_S \end{bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

(вспомним, что индекс «1» присвоен «зенитному» спутнику, как это указано ранее).

Для дополнительных измерений, учитывающих геометрические параметры расположения антенн, их вес при оценивании выбирается из соображений превосходства точности измерения геометрических параметров (с априорным уровнем шумов ΔR_L) над точностью фазовых спутниковых измерений (с априорным уровнем шумов ΔR_s), причем вес увеличивается от итерации к итерации.

В результате весовая матрица для измерений имеет вид:

$$W_N^{(q)} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_{z,N}^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & \tilde{R}_{z,N}^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & v_q 0.55 \frac{S-1}{S} \frac{\Delta R_s}{\Delta R_L} & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & & v_q 0.55 \frac{S-1}{S} \frac{\Delta R_s}{\Delta R_L} \end{bmatrix}, \quad (\text{II.40})$$

где v_q — множитель, увеличивающийся от итерации к итерации, например, по закону $v_q = 3q - 2$ для q -й итерации.

Уравнения вычисления оценки

Как сказано ранее, вычисления проводятся в несколько однотипных итераций. За начальное приближение первой итерации $\tilde{\xi}_{NEAF}^{(1)}$ принимается

оценка $\tilde{\xi}_{N\ EAF}$.

Введем обозначения:

$$\theta_{N\ EAF}^{(q)} = \begin{bmatrix} \theta_N \\ 2\tilde{\xi}_{N\ EAF}^{(q)} A_1^T A_1 \\ \vdots \\ 2\tilde{\xi}_{N\ EAF}^{(q)} A_M^T A_M \end{bmatrix}, \quad (II.41)$$

$$\zeta_{N\ EAF}^{(q)} = \begin{bmatrix} \zeta_N \\ b_1^2 \\ \vdots \\ b_M^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\nu}_{0\ EAF}^{(N)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} - \theta_{N\ EAF}^{(q)} \tilde{\xi}_{N\ EAF}^{(q)} \quad (II.42)$$

На каждой итерации новое приближение вычисляется по методу взвешенных наименьших квадратов следующим образом:

$$\tilde{\xi}_{N\ EAF}^{(q+1)} = \tilde{\xi}_{N\ EAF}^{(q)} + \left(\theta_{N\ EAF}^{(q)T} W_N^{(q)} \theta_{N\ EAF}^{(q)} \right)^{-1} \theta_{N\ EAF}^{(q)T} W_N^{(q)} \zeta_{N\ EAF}^{(q)} \quad (II.43)$$

По результатам обработки имеющихся наборов измерений можно сделать вывод, что достаточно двух итераций ($q = 1, 2$).

9 Факторы ухудшения точности в задаче определения ориентации по фазовым измерениям

Используя полученные в предыдущем разделе ковариационные соотношения, введем величины, по которым можно было бы судить о качестве полученной оценки.

Как было замечено ранее, для всех j имеет место $\det(\chi_j) = 0$. Это означает, что при $\theta_j \equiv \theta_0$ (при постоянной матрице θ) также имеет место $\det(\eta_N) = 0$ и в соответствии с уравнением (II.27) вычислить оценку не представляется возможным. Таким образом очевидно, что на существование и качество оценки влияет динамика матрицы θ . Матрица θ является функцией координат навигационных спутников, а значит качество оценки зависит от движения спутников рабочего созвездия. Аналогично тому, как в спутниковой навигации определяются «*факторы ухудшения*

точности» ([45], стр. 59-60), для рассматриваемой задачи введем понятия «факторов ухудшения точности по движению рабочего созвездия» — DOP_{CK} («*dilution of precision due to constellation kinematics*»). Определим такие величины для фазовой неопределенности — $ADOP_{CK}$ (ambiguity DOP_{CK}), и позиционного решения — $PDOP_{CK}$ (position DOP_{CK}):

$$ADOP_{CK}^{(N)} = \frac{1}{r_0} \sqrt{\text{tr} \left(P_{\Delta\nu}^{(N)} \right)}, \quad PDOP_{CK}^{(N)} = \frac{1}{r_0} \sqrt{\text{tr} \left(P_{\Delta\xi}^{(N)} \right)} \quad (\text{II.44})$$

где $\text{tr}(\cdot)$ означает след матрицы. Заметим, что $ADOP_{CK}^{(N)}$ и $PDOP_{CK}^{(N)}$ зависят только от матриц $\theta_0, \dots, \theta_N$. Существенным отличием введенных характеристик от используемых в спутниковой навигации «факторов ухудшения точности» является то, что $ADOP_{CK}$ и $PDOP_{CK}$ вычисляются не для одного момента времени, а для заданного промежутка времени от начала измерений. Физически эти величины характеризуют влияние динамики направляющих на навигационные спутники векторов на соотношение между ошибкой оценки, полученной по методу наименьших квадратов в рассматриваемой задаче, и уровнем шумов, содержащихся в измерениях. Оценку, полученную по методу наименьших квадратов, следует считать состоятельной, а наблюдаемость — имеющей место в случае, когда обе характеристики ограничены и убывают с течением времени (в частности, $ADOP_{CK}$ стремится к нулю). Выбор количественных критериев для $ADOP_{CK}$ и $PDOP_{CK}$ зависит от требований к точности решения и от шумов в измерениях. В качестве примера на Рис. II.7 иллюстрируется динамика введенных величин при обработке некоторой серии фазовых измерений для различного числа видимых навигационных спутников (количество спутников указано цифрами в рамке). По горизонтальной оси — время в секундах, по вертикальной — величина факторов ухудшения точности.

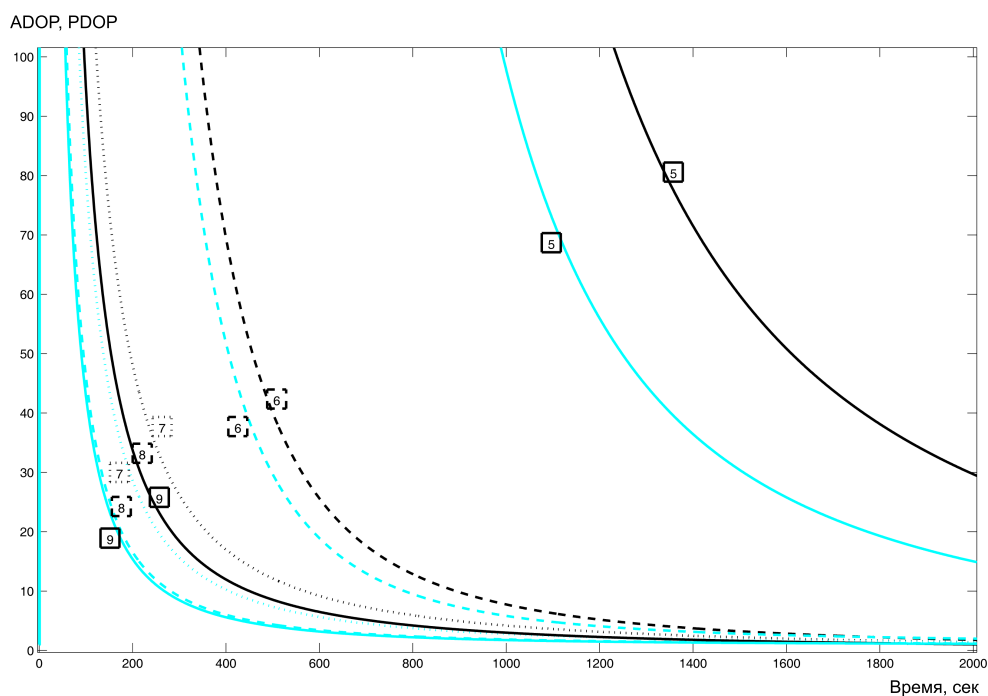


Рис. II.7: Графики изменения $ADOP_{СК}$ (светлые) и $PDOP_{СК}$ (темные)

10 Результаты обработки данных

Для оценки возможностей и свойств алгоритма оценки были проведены численные эксперименты с использованием данных, полученных при нескольких натурных спутниковых навигационных съемках. Обработывались как измерения, полученные во время натурных съемок, так и частично смоделированные данные. Измерения, полученные во время натурных съемок, обладали рядом недостатков, не позволяющих полностью испытать описанный алгоритм оценки, а именно:

- Сигналы от двух антенн не были синхронизированы во времени в связи с тем, что для каждой антенны использовался отдельный приемник;
- Неопределенность в фазовых измерениях не была целочисленной, так как в каждом приемнике при формировании измерений использовался собственный опорный генератор; при этом применить все этапы описанного выше алгоритма невозможно;

- Отсутствовал эталон, с которым можно было бы сравнить полученную оценку, т.к. отсутствовали данные о точном расположении антенн друг относительно друга в гринвичской системе координат;
- Измерения могли быть получены только для одного ровера, поскольку в наличии имелось только 2 приемные антенны (одна из которых — базовая);
- Погрешности фазовых измерений, связанные с различиями в конструкции антенн и зависимостью положения фазовых центров от ряда внешних параметров (направления на спутники в азимуте, углы возвышения и т.п.) не могли быть скомпенсированы, т.к. использовались антенны различных типов; как говорилось ранее, при использовании одинаковых антенн такие погрешности компенсируются в разностях фазовых измерений при установке антенн с одинаковой ориентацией в азимуте;

Таким образом, реальные навигационные измерения возможно было использовать только для тестирования этапа оценки по методу наименьших квадратов для случая одного ровера без возможности сравнения полученной оценки с истинными значениями координат ровера относительно базы.

При использовании полунатурного моделирования формировались измерения, лишенные указанных выше недостатков и ограничений, при этом в качестве основного слагаемого шума измерений были взяты шумы, извлеченные из реальных измерений. Кроме того, движение навигационных спутников также было получено из данных натурных съемок, а значит, поведение показателей наблюдаемости соответствовало реальному.

10.1 Условия измерений

Натурные съемки проводились в Москве, Подмосковье и Тверской области с использованием аппаратуры фирмы Javad. Приемники — типа

«Legacy-E», позже — «Prego»: 40-канальные, фиксирующие кодовые, фазовые и доплеровские измерения на двух частотах от спутников системы GPS, а также сигналы от системы ГЛОНАСС с частотой от 1 до 10 Гц. Измерения сигналов системы ГЛОНАСС в обработке не использовались. Применялись две антенны: одна антенна — типа «choke-ring» («CR-3»), вторая — предназначенная для морского и авиационного применения («MarAnt+» и «AvAnt»). В числе прочих, были записаны серии (сеансы) измерений с частотой 1, 2, 5, 10 Гц продолжительностью около 10 минут каждая при наличии в рабочем созвездии одиннадцати (для измерений с частотой 1 и 10 Гц) и двенадцати (для измерений с частотой 2 и 5 Гц) спутников системы GPS, для неподвижных антенн, расположенных на расстоянии порядка 1,5-2 м друг от друга. От сеанса к сеансу антенны не изменяли своего положения. Приведенные далее результаты обработки измерений, полученных во время натурных съемок относятся к указанным сеансам. Для моделирования использовались данные и других серий измерений (с числом видимых навигационных спутников до 9).

10.2 Оценка по методу наименьших квадратов

Реальные навигационные измерения, как было сказано выше, обрабатывались только по методу наименьших квадратов и только для двух антенн (*базы* и *ровера*). Для того, чтобы синхронизировать во времени данные, полученные от двух приемников, перед обработкой каждая компонента $z_{0,j}^{L_k,s}$ вектора $z_{0,j}^{L_k}$ модифицировалась следующим образом:

$$z_{0,j}^{L_k,s(m)} = z_{0,j}^{L_k,s} - \frac{1}{\lambda_k} \sqrt{\left(\bar{X}_{0,0}^{(c)} - \bar{S}_{s,j}\right)^T \left(\bar{X}_{0,0}^{(c)} - \bar{S}_{s,j}\right)} \quad (\text{II.45})$$

для базовой антенны, и

$$z_{1,j}^{L_k,s(m)} = z_{1,j}^{L_k,s} - \frac{1}{\lambda_k} \sqrt{\left(\bar{X}_{1,j}^{(c)} - \bar{S}_{s,j}\right)^T \left(\bar{X}_{1,j}^{(c)} - \bar{S}_{s,j}\right)} \quad (\text{II.46})$$

для ровера. В уравнениях обозначено:

- $z_{i,j}^{L_{k,s}(m)}$ — модифицированное значение компоненты $z_{0,j}^{L_{k,s}}$ вектора $z_{0,j}^{L_{k,s}}$;
- $\bar{X}_{i,j}^{(c)}$ — кодовое решение для гринвичских координат i -й антенны в момент времени t_j (см. примечание⁹), $\bar{X}_{i,j}^{(c)} \in \mathbf{R}^3$
- $\bar{S}_{s,j}$ — вычисленные по эфемеридным данным гринвичские координаты s -го спутника в момент излучения сигнала, полученного в момент времени t_j , $\bar{S}_{s,j} \in \mathbf{R}^3$

При таком вычитании разница во времени фиксации измерений в обоих приемниках, содержащаяся в обоих слагаемых, компенсируется, и полученные модифицированные измерения оказываются привязаны к единой шкале времени UTC. Вторые разности таких измерений позволяют с использованием введенной ранее модели измерений построить оценку $\tilde{x}_{1,j}^{(m)}$ погрешности кодового решения для гринвичских координат ровера $\bar{X}_{1,j}^{(c)}$. Тогда искомую оценку $\tilde{x}_{1,j}$ в исходной задаче, учитывая неподвижность базовой антенны ($\bar{X}_{0,j}^{(c)} \equiv \bar{X}_{0,0}^{(c)}$), можно получить в виде:

$$\tilde{x}_{1,j} = \tilde{x}_{1,j}^{(m)} + \bar{X}_{1,j}^{(c)} - \bar{X}_{0,0}^{(c)} \quad (\text{II.47})$$

Результат обработки таких модифицированных измерений по описанному в предыдущих разделах алгоритму с вычислением показателей качества (факторов ухудшения точности) $PDOP_{CK}$, иллюстрируется на Рис. II.8. На рисунке изображено поведение третьей (вертикальной) компоненты оцениваемого вектора в географических осях для серий измерений с частотой 1, 2, 5 и 10 Гц. Черная горизонтальная линия — уровень среднего по всем оценкам значения. По обе стороны относительно среднего пунктиром соответствующего цвета отложены значения $PDOP_{CK}$ для каждой серии измерений. По горизонтальной оси отложено время в секундах с начала измерений, по вертикальной оси — значения указанных выше величин в метрах.

⁹Моменты времени t_j привязаны к шкале времени соответствующего приемника. Поскольку оцениваются координаты неподвижных антенн, не имеет значения к какой шкале времени будет привязано окончательное решение — к шкале времени первого приемника, второго приемника или к шкале UTC, однако для модели измерений это существенно.

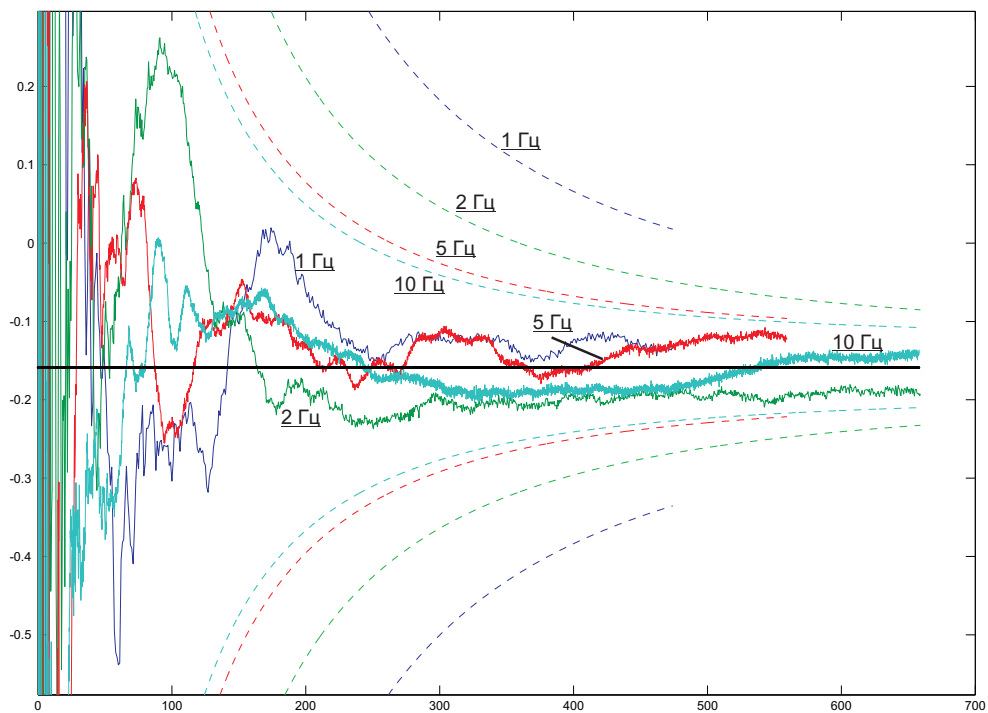


Рис. II.8: Оценка компоненты x_3 по методу наименьших квадратов

Из графиков видно, что:

- Ошибка оценки, хотя и составляет значительную величину (до 5 см), остается в пределах, предусмотренных оценкой фактора ухудшения точности $PDOP_{СК}^{10}$. Если говорить о последующих этапах обработки измерений, а именно об использовании свойства целочисленности фазовой неопределенности (использовать данное свойство, как было сказано выше, для имеющихся реальных измерений, невозможно), то ошибка менее 5 см (около $1/4$ длины волны радиосигнала) позволит при округлении оценок компонент фазовой неопределенности с высокой вероятностью получить их точные значения, а значит, конечная точность оценки будет определяться последующими этапами, для которых характерен уровень точности порядка единиц

¹⁰Естественно, эти пределы зависят от априорно принятой ожидаемой величины шума в измерениях. Такая величина может быть определена только опытным путем в ходе анализа измерений, полученных от конкретной аппаратуры в конкретных условиях (климатических, погодных и пр.)

миллиметров;

- Высокочастотная составляющая шума оценки остается на уровне нескольких миллиметров. Вместе с тем имеются медленные флуктуации, не имеющие выраженных закономерностей;
- Наличие медленных флуктуаций в оценке свидетельствует о наличии в измерениях погрешностей, не предусмотренных моделью измерений, в частности о влиянии многолучевости, различий в конструкции антенн (а значит, и в дрейфе их фазовых центров) и др. Их уровень (по крайней мере, в обрабатываемых сериях измерений), однако, допускает уменьшение влияния этих погрешностей на оценку после применения этапов обработки, следующих за оценкой по методу наименьших квадратов.

10.3 Условия моделирования

Моделирование измерений проводилось при соблюдении следующих условий:

1. Эфемеридные данные для созвездий навигационных спутников были взяты из записей натурных съемок
2. Шумы в двойных разностях фазовых спутниковых измерений были взяты из результатов обработки натурных измерений; среднеквадратический уровень шумов составлял 1.5 — 4.9 мм; к этим шумам добавлялся случайный шум с уровнем порядка 0.5 мм
3. Моделировались измерения с частотой 1 — 20 Гц в течение 20 минут при количестве приемных антенн от 2 до 5 и наличии в рабочем созвездии от 5 до 9 спутников
4. Измерения моделировались для неподвижного объекта и для объекта, вращающегося вокруг вертикальной оси; характер вращения — периодические гармонические качания

5. Продолжительность движения объекта составляла 30 секунд, по прошествии которых объект фиксировался; амплитуда качаний составляла 0.5 и 2 метра, период — 100 секунд
6. Таким образом, в набор параметров, задающих каждый эксперимент, входили:
 - Количество роверов — 1, 2, 3, 4;
 - Количество спутников рабочего созвездия — 5, 6, 7, 8, 9;
 - Частота измерений — 1 Гц, 2 Гц, 10 Гц, 20 Гц;
 - Продолжительность движения объекта — 0 с, 30 с;
 - Амплитуда качаний объекта — 0.5 м, 2 м;

Назовем вектор разности между оценкой $\tilde{x}_i$ и истинным вектором $\bar{x}_i$ вектором ошибки оценки. Качество оценки будем оценивать по двум величинам:

1. Время T_s от начала оценки, по прошествии которого максимальная по всем роверам норма вектора ошибки оценки, осредненная на заданном интервале времени Δt_s (например, на 10 эпохах), не превышает заданной величины l_s (например, не превышает одной десятой длины волны L_1 , т.е. около 2 см);

$$T_s: \quad \forall t_{j_1} \geq T_s \quad \frac{1}{\Delta_s} \sum_{j=j_1}^{j_1+\Delta_s-1} \max_i \|\tilde{x}_{i,j} - \bar{x}_{i,j}\| \leq l_s, \quad \Delta t_s = t_{j_1+\Delta_s-1} - t_{j_1}$$

2. Значение μ_s максимальной нормы вектора ошибки оценки после момента времени T_s , осредненной на заданном интервале времени Δt_μ (например, на 30 секундах):

$$\mu_s = \frac{1}{\Delta_\mu} \sum_{j=j_s}^{j_s+\Delta_\mu-1} \max_i \|\tilde{x}_{i,j} - \bar{x}_{i,j}\|, \quad t_{j_s} = T_s, \quad \Delta t_\mu = t_{j_s+\Delta_\mu-1} - t_{j_s}$$

Необходимость введения характеристики T_s определяется свойствами задачи¹¹.

¹¹Характеристика T_s вводится только для оценки в реальном времени. В пост-обработке навигационных данных для обеспечения максимальной точности оценки на всем массиве измерений достаточно сделать повторный проход без оценки фазовой неопределенности, вычисленной при первом проходе.

Для каждого набора параметров моделирования 10 раз (для накопления статистики) осуществлялось моделирование измерений, а затем оценка по описанному ранее алгоритму; фиксировались значения T_s и μ_s .

10.4 Улучшение оценки от этапа к этапу

Как было сказано выше, последующие этапы обработки не могут применяться к имеющимся наборам реальных измерений. Поэтому далее речь пойдет об измерениях, полученных с использованием полунатурного моделирования, описанного выше. Для одной из серий таких измерений на Рис. II.9 показано последовательное изменение оценки от одного этапа алгоритма к другому.

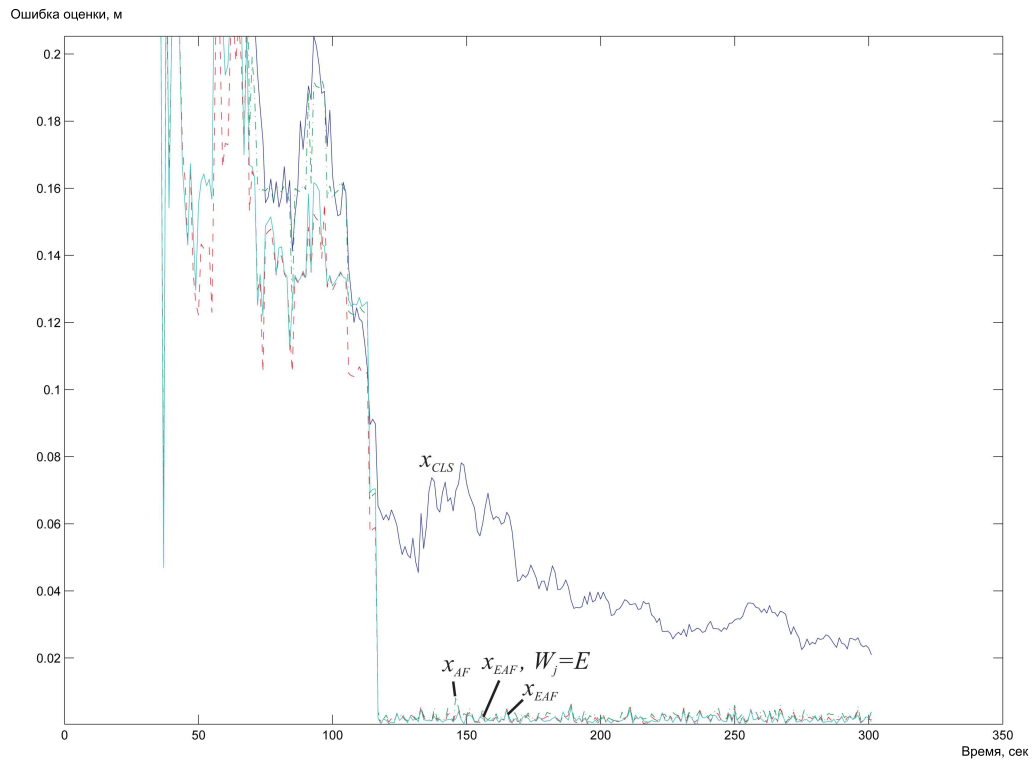


Рис. II.9: Последовательное улучшение оценки от одного этапа алгоритма к другому

На иллюстрации приведены графики нормы вектора ошибки оценки после различных этапов обработки. Средний (начиная с отметки 150 с)

максимум нормы ошибки оценки μ_s от этапа к этапу снижается последовательно:

Этап	CLS	AF	EAF при $W_j \equiv E$	EAF при $W_j \neq E$
μ_s	36.4 мм	2.7 мм	2.1 мм	1.7 мм

Время T_s для этапа CLS не фиксируется, а для остальных этапов оно одинаково и составляет в данном эксперименте около 120 с.

10.5 Зависимость качества оценки от параметров системы

В соответствии с результатами, полученными при обработке измерений, имеют место следующие свойства:

1. Время T_s зависит от количества спутников в рабочем созвездии и составляет:

Количество спутников	T_s
5	более 16 мин
6	от 5 до 13 мин
7	от 90 с до 9 мин
8	от 75 с до 3.5 мин
9	от 54 с до 3 мин

2. Максимум нормы вектора ошибки оценки μ_s зависит от количества роверов, от количества спутников и частоты поступления наборов измерений. Зависимость по каждому параметру в общем случае монотонна. Однако такая монотонность может нарушаться в зависимости от свойств сигналов от конкретных спутников. Если условно сопоставить каждой паре параметров характеристику качества оценки от 1 до 20, где 1 означает наихудшее качество оценки, а 20 — наилучшее, то графически зависимость этой характеристики от количества роверов и спутников для проведенных экспериментов можно представить так, как указано на Рис. II.10. Последовательно оценка улучшается на следующей последовательности параметров:

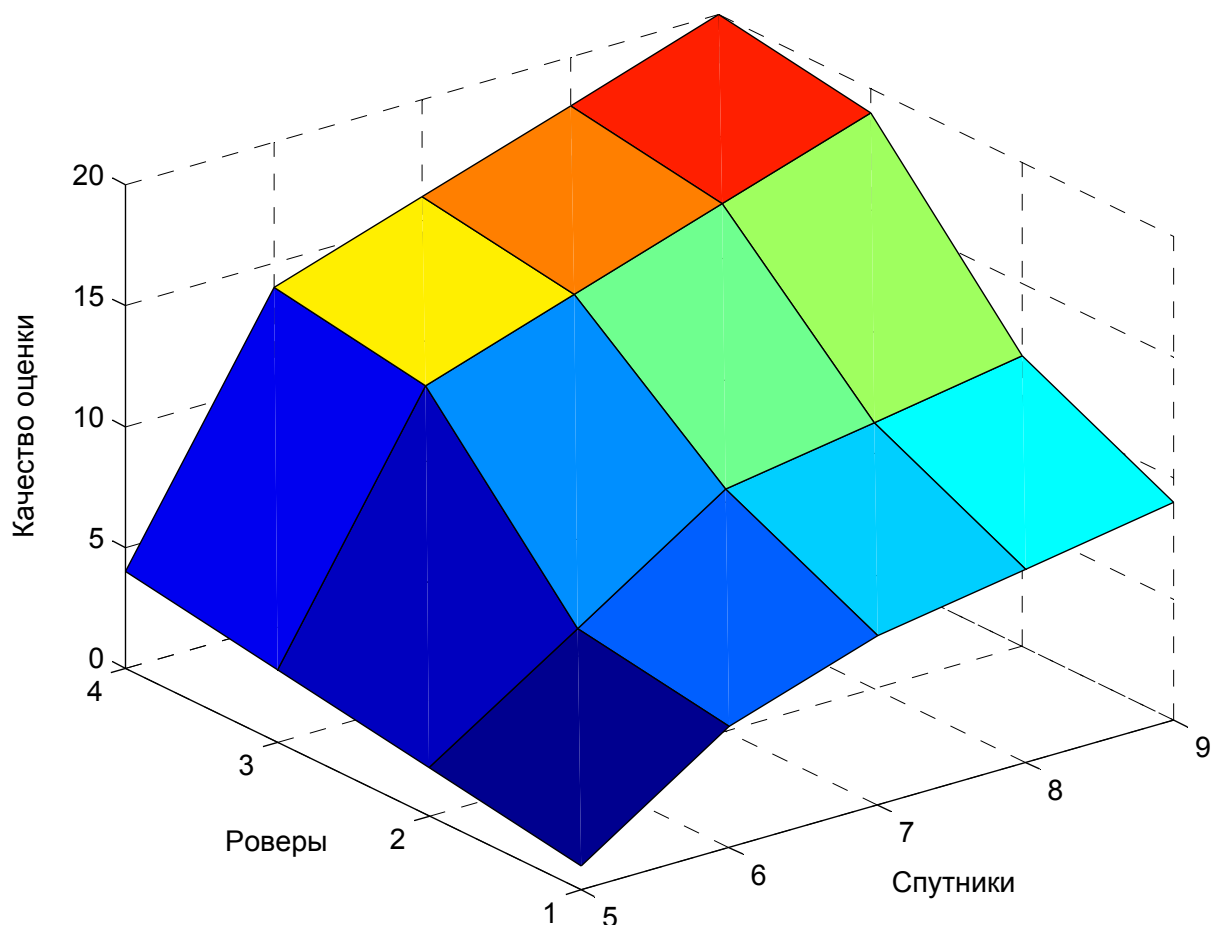


Рис. II.10: Зависимость качества оценки от количества роверов и спутников

Роверы	1	2	3	4	1	2	1	1	1	2
Спутники	5	5	5	5	6	6	7	8	9	7
$\overline{\mu}_s$, мм	> 100	> 100	> 100	~ 89	2.9	2.8	2.5	2.3	2.3	2.2
Роверы	2	2	3	4	3	4	3	4	3	4
Спутники	8	9	6	6	7	7	8	8	9	9
$\overline{\mu}_s$, мм	1.8	1.7	1.4	1.4	1.3	1.2	1.2	1.1	1.0	1.0

Средний (по набору экспериментов с одинаковыми параметрами) максимум нормы вектора ошибки оценки уменьшается от 0.3 м до 1 мм для обработанной последовательности экспериментов с частотой измерений 1Гц. При этом при наличии 6 и более видимых спутников прогнозируемая точность определения углов ориентации (среднеквадратическое отклонение) составляет $(3-11)/L$ угловых минут,

где L — расстояние между антеннами в метрах.

3. С увеличением частоты измерений максимум нормы вектора ошибки оценки уменьшается.
4. Качество оценки не зависит от движения объекта

11 Выводы

- Выведены соотношения рекуррентного фильтра, эквивалентного методу наименьших квадратов при обработке фазовых спутниковых измерений. Данные соотношения используют структурные особенности задачи и являются новыми.
- Разработан алгоритм, позволяющий определять пространственную ориентацию крупных объектов с точностью до десятков и единиц угловых минут методами спутниковой навигации.
- Введены характеристики влияния движения навигационных спутников на соотношение между ошибкой оценки и уровнем шумов в измерениях $DOP_{СК}$ — «dilution of precision due to constellation kinematics». По значениям этих характеристик пользователь имеет возможность оценивать достоверность полученных оценок.
- При обработке серий натурных измерений показана конструктивность предложенных характеристик.
- Результаты обработки реальных измерений показали работоспособность первого этапа алгоритма, а следовательно, возможность применения последующих этапов алгоритма. С использованием полунатурного моделирования показано улучшение оценки от этапа к этапу, а также проанализированы зависимости качества оценки от внешних параметров измерений. Полученные результаты согласуются с зависимостями, ожидаемыми из общих соображений и демонстрируют работоспособность алгоритма в целом.

Заключение

В работе решены две задачи определения ориентации, возникающие в современных навигационных комплексах.

1. Разработаны алгоритмы определения взаимной ориентации двух БИНС, расположенных на одном носителе. Учтены различные варианты информационного обмена между ними, включая наличие запаздывания.
2. Подобраны легко реализуемые классы движений носителя вокруг центра масс, обеспечивающие высокую обусловленность задачи оценки. Работоспособность алгоритмов продемонстрирована путем полунатурного моделирования.
3. Построен алгоритм определения ориентации объекта по фазовым спутниковым измерениям от нескольких разнесенных антенн. В алгоритме учтены нелинейные соотношения, задаваемые геометрическим расположением антенн друг относительно друга, наличие целочисленной фазовой неопределенности в измерениях, а также их коррелированность и неравноточность. Оценка строится в виде последовательных приближений, первое из которых основано на новом подходе в использовании метода наименьших квадратов, учитывающем структурные особенности задачи.
4. Введены конструктивные интегральные характеристики влияния движения навигационных спутников на соотношение между ошибкой оценки и уровнем шумов в измерениях, аналогичные уже суще-

ствующим в спутниковой навигации «факторам ухудшения точности».

5. Разработанный алгоритм реализован в программном обеспечении. Результаты обработки серий реальных и модельных измерений подтвердили работоспособность алгоритма. Исследована зависимость качества оценки от исходных параметров задачи.

Литература

- [1] *H.J. Kramer* Observation of the Earth and its environment: survey of missions and sensors, 4-th ed. Германия, Springer Verlag, Berlin, 2002
- [2] *В. Торге* Гравиметрия. Пер. с англ. Москва, Мир, 1999
- [3] *А.А. Голован, Н.А. Парусников* Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. Москва, Издательство Московского университета, 2007
- [4] *J.A. Farrell, M. Barth* The global positioning system and inertial navigation. США, McGraw-Hill, New York, 1999
- [5] Department of Defence World Geodetic System 1984, NIMA TR8350.2, 3-rd ed. США, National Imagery and Mapping Agency, 2006
- [6] *D.D. McCarthy*, IERS Technical note 21. IERS Conventions (1996). США, U.S. Naval Observatory, 1996.
- [7] Привод солнечных батарей Б-10/Б-10М, технические характеристики. ФГУП «НПП ВНИИЭМ», *www.vniem.ru*, 2009
- [8] Absolute encoders - bus interfaces, G0P5H-CANopen technical data - electrical ratings. Германия, Baumer IVO GmbH & Co. KG, Villingen-Schwenningen, 2009
- [9] Austriamicrosystems «High performance analog IC portfolio» catalog July 2009, Rev. 1.01. Австрия, Austriamicrosystems AG, Unterpremstaetten, 2009

- [10] Датчик угла поворота, серия РФ701, техническое описание, руководство по эксплуатации, Rev. А 13/07/03. Беларусь, ООО «Рифтэк», Минск, 2003
- [11] Построитель местной вертикали 7201, технические характеристики прибора. ФГУП «НПП ВНИИЭМ», *www.vniiem.ru*, 2009
- [12] Построитель местной вертикали 8201-В, основные технические характеристики прибора. ФГУП «НПП ВНИИЭМ», *www.vniiem.ru*, 2009
- [13] Построитель местной вертикали 8201-КФ, технические характеристики. ФГУП «НПП ВНИИЭМ», *www.vniiem.ru*, 2009
- [14] Inclination sensors, GNAMG technical data - electrical ratings. Германия, Baumer IVO GmbH & Co. KG, Villingen-Schwenningen, 2009
- [15] Auto-Zero servo inclinometer TSR series, Rev. F. США, Instruments & Control Inc., Branford, 2005
- [16] Датчик угла наклона, серия РФ711, техническое описание, руководство по эксплуатации, Rev. А 13.07.03. Беларусь, ООО «Рифтэк», Минск, 2003
- [17] Тахеометр Trimble M3, технические характеристики. США, Trimble navigation limited, Sunnyvale, 2005
- [18] JNS IMU datasheet. Javad navigation systems, *www.javad.com*.
- [19] *S. Bae, B.E. Schultz* Geoscience laser altimeter system (GLAS), Algorithm theoretical basis document, v. 2.2, Precision attitude determination (PAD). США, The University of Texas, Austin, 2002
- [20] *А.В. Козаков, М.Н. Сергеева* Перспективы использования магнитного поля Земли при решении задачи определения ориентации ИСЗ с высокой точностью. Вопросы электромеханики, Труды НПП ВНИИЭМ, т. 102, Москва, 2005

- [21] *R. Wells* US Patent No. 7 587 277, Inertial/magnetic measurement device. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2009
- [22] *Y. Kinashi et al.* US Patent No. 6 463 366, Attitude determination and alignment using electro-optical sensors and global navigation satellites. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2002
- [23] *J.A. Tekawy et al.* US Patent No. 7 397 422, Method and system for attitude determination of a platform using global navigation satellite system and steered antenna. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2008
- [24] *S.J. Gonring et al.* US Patent No. 7 561 886, Method for determining the position of a marine vessel relative to a fixed location. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2009
- [25] *G. Didinsky et al.* US Patent No. 6 289 268, Attitude determination system and method. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2001
- [26] *D.J. Hepner et al.* US Patent No. 6 398 155, Method and system for determining the pointing direction of a body in flight. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2002
- [27] *W.M. Blevins et al.* US Patent No. 6 456 567, Remote attitude and position indicating system. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2002
- [28] *B. Fossum* US Patent No. 7 315 274, Method and system for determining the position of marine vessels and similar objects. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2008
- [29] *M. Fukuda et al.* US Patent No. 7 076 342, Attitude sensing apparatus for determining the attitude of a mobile unit. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2006

- [30] *R. Pinto et al.* US Patent No. 7 136 751, Attitude measurement using a GPS receiver with two closely-spaced antennas. США, United States Patent and Trademark Office, 2006
- [31] *M. Fukuda et al.* US Patent No. 7 355 549, Apparatus and method for carrier phase-based relative positioning. США, United States Patent and Trademark Office, 2008
- [32] *W.F. Feller et al.* US Patent No. 7 400 956, Satellite position and heading sensor for vehicle steering control. США, United States Patent and Trademark Office, 2008
- [33] *Н.А. Парусников, В.М. Морозов, В.И. Борзов* Задача коррекции в инерциальной навигации. Москва, Издательство Московского университета, 1982
- [34] *D.H. Titterton, J.L. Weston* Strapdown inertial navigation technology, 2-nd ed. Великобритания, MPG Books limited, Bodmin, 2004
- [35] *A. Lawrence* Modern inertial technology: navigation, guidance and control, 2-nd ed. США, Springer Verlag New-York, Inc., New-York, 1998
- [36] *J.E. Kain, J.R. Cloutier* Rapid transfer alignment for tactical weapon applications. США, Proceedings of AIAA guidance, navigation and control conference, Boston, 1989
- [37] *P.D. Groves* Optimising the transfer alignment of weapon INS. Великобритания, The Journal of Navigation (56), 2003
- [38] *K.J. Shortelle, W.R. Graham, C. Rabourn* F-16 flight tests of a rapid transfer alignment procedure. США, IEEE position location and navigation symposium, Palm Springs, 1998
- [39] *K.J. Shortelle, W.R. Graham, C. Rabourn* F-16 flight test results of a MEMS IMU calibration and alignment algorithm. США, AIAA missile sciences conference, Monterey, 2000

- [40] *K.J. Shortelle, W.R. Graham* Additional flight tests of a MEMS IMU calibration and alignment algorithm. CША, Joint navigation conference, Orlando, 2002
- [41] *J. Ben-Jaacov et al.* US Patent No. 6 556 895, Method for transfer alignment of an inertial measurement unit in the presence of unknown aircraft measurements delays. CША, United States Patent and Trademark Office, 2003
- [42] *J. Reiner* US Patent No. 5 948 045, Method for airbourne transfer alignment of an inertial measurement unit. CША, United States Patent and Trademark Office, 1999
- [43] *P. Gaide* US Patent No. 5 150 856, System for aligning the inertial unit of a carried vehicle on that of a carrier vehicle. CША, United States Patent and Trademark Office, 1992
- [44] *A. Leick* GPS satellite surveying, 3-rd ed. CША, John Wiley & sons, Inc, 2004.
- [45] *Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А, Трубников С.А.* Математические модели и алгоритмы обработки измерений спутниковой навигационной системы GPS. Стандартный режим. Москва, Издательство Московского университета, 2009
- [46] *Голован А.А., Парусников Н.А.* Математические основы навигационных систем. Часть II. Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. Москва, Издательство Московского университета, 2008
- [47] *Ю.А. Соловьев* Системы спутниковой навигации. Москва, Эко-Трендз, 2000
- [48] *R.M. Rogers* Applied mathematics in integrated navigation systems, 2nd ed. CША, AIAA Inc., Reston, 2003

- [49] *T. Kailath, A.H. Sayed, B. Hassibi* Linear Estimation. CIIA, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 2000
- [50] The United States Naval Observatory (USNO), GPS timing data and information. <http://www.usno.navy.mil/USNO/time/gps/gps-timing-data-and-information/>
- [51] The United States coast guard Navigation centre, GPS general information. <http://www.navcen.uscg.gov/gps/geninfo/>
- [52] *C.E. Cohen* Attitude determination using GPS, a dissertation for the degree of doctor of philosophy. CIIA, Stanford University, Stanford, 1992
- [53] *Д.А. Кошаев* Исключение неоднозначности фазовых спутниковых измерений с использованием данных от инерционных систем, автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2001
- [54] ITU-R Recommendation TF.460-6 (02/02) Standard-frequency and time-signal emissions. Швейцария, International Telecommunication Union — Radiocommunication Sector, Geneva, 2002
- [55] Navstar GPS space segment/navigation user interfaces, Interface specification IS-GPS-200 Rev. D, 7 December 2004. CIIA, ARINC engineering services, LLC, El Segundo, 2004
- [56] TANS VectorTM GPS attitude determination system specifications and user's manual, Software v. 2.0, 1996. CIIA, Trimble navigation limited, Sunnyvale, 1996
- [57] Javad JNSGyro-4TTM specification. CIIA, Javad navigation systems, Inc, San Jose, 2006
- [58] Javad SIGMATM GNSS receiver operator's manual, v. 1.1, rev. May 4, 2009. CIIA, Javad navigation systems, Inc, San Jose, 2009

- [59] *Н.Б. Вавилова, А.А. Голован* Особенности использования спутниковых измерений для определения скорости носителя в задаче авиационной гравиметрии. Москва, Аэрокосмическое приборостроение, N3, 2003
- [60] *Н.Б. Вавилова, А.А. Голован* Определение ускорения объекта при помощи первичных измерений спутниковой навигационной системы. Москва, Вестник МГУ, серия 1, Математика, Механика, N5, 2003
- [61] *Н.Б. Вавилова, А.А. Голован* Спутниковая навигация, Задачи обработки первичных измерений спутниковых навигационной системы для геофизических приложений. Москва, Фундаментальная и прикладная математика, вып. 7, том 11, 2005
- [62] *О.Н. Богданов, Н.Б. Вавилова, А.А. Голован, О.В. Демидов* Особенности совместной обработки первичных измерений спутниковых навигационных систем ГЛОНАСС и GPS в геофизических приложениях. Москва, Современные проблемы математики и механики, том 1, прикладные исследования, 2009
- [63] *T.B. Bahder* Attitude determination from single-antenna carrier-phase measurements. США, «Journal of applied physics», vol. 91, no. 7, American Institute of Physics, Mellville, 2002
- [64] *G. Lachapelle, M.E. Cannon, G. Lu* High precision GPS navigation with emphasis on carrier-phase ambiguity resolution. Великобритания, Marine geodesy, vol. 15, No. 4, Abingdon, 1992
- [65] *G. Lachapelle, C. Liu, M.E. Cannon, B. Townsend, R. Hare* Precise marine DGPS positioning using P code and high performance C/A code technologies. США, National technical meeting, ION, San Fransisco, 1993
- [66] *G. Lu, M.E. Cannon, G. Lachapelle, P. Kielland* Attitude determination in a survey launch using multi-antenna GPS technologies. США, Proceedings of National technical meeting, ION, Alexandria, 1993

- [67] *J.C. McMillan, D.A.G. Arden, G. Lachapelle, G. Lu* Dynamic GPS attitude performance using INS/GPS reference. США, ION GPS technical meeting, Salt Lake City, 1994
- [68] *S. Ruiz, J. Font, G. Griffiths, A. Castellón* Estimation of heading gyrocompass error using a GPS 3DF system: impact on ADCP measurements. Испания, «Scientia Marina» ICM CSIC, vol. 66, No. 4, Barcelona, 2002
- [69] *R. Hatch, T. Sharpe* A computationally efficient ambiguity resolution technique. США, ION GPS technical meeting, Salt Lake City, 2001
- [70] *M. Pratt, B. Burke, P. Misra* Single-epoch integer ambiguity resolution with GPS-GLONASS L1-L2 data. США, ION GPS technical meeting, Nashville, 1998
- [71] *Д.А. Кошаев* Анализ свойств ошибок измерений GPS на летательном аппарате. Материалы II конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2000
- [72] *О.А. Степанов, Д.А. Кошаев* Исследование методов решения задачи ориентации с использованием спутниковых систем. «Гироскопия и навигация», N2 (25), Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 1999
- [73] *Л.П. Несенюк, Л.П. Старосельцев, Г.А. Парр, В.И. Кокорин, Ю.Л. Фатеев, С.П. Баринов, С.М. Бублик, А.А. Шашков* Интегрированная инерциальная/спутниковая система ориентации и навигации с разнесенными приемными антеннами. «Гироскопия и навигация», N4 (31), Санкт-Петербург, ГНЦ ЦНИИ «Электроприбор», 2000
- [74] *K. Kondo* The accurate optimal-success/error-rate calculations applied to the realizations of the reliable and short-period integer ambiguity resolution in carrier-phase GPS/GNSS positioning. Швейцария, CERN Document server *cdsweb.cern.ch*, препринт cs.IT/0508008, 2005

- [75] *X.-W. Chang, C.C. Paige, L. Yin* Code and carrier phase based short baseline GPS positioning: computational aspects. Канада, McGill University, Montreal, 2003
- [76] *P. de Jonge, C. Tiberius* Integer ambiguity estimation with the LAMBDA method. Proceedings IAG symposium No. 115, XXI general assembly of IUGG. Германия, Springer Verlag, Berlin, 1995
- [77] *C. Teunissen, P. de Jonge, C. Tiberius* The LAMBDA method for fast GPS surveying. Румыния, International Symposium «GPS technology applications», Bucharest, 1995.
- [78] *P. de Jonge, C. Tiberius* The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects. Нидерланды, Delft geodetic computing centre LSS-series, No. 12, Delft, 1996
- [79] *P. de Jonge, C. Tiberius, C. Teunissen* Computational aspects of the LAMBDA method for GPS ambiguity resolution. США, ION GPS technical meeting, Kansas City, 1996
- [80] *C. Teunissen, P. de Jonge, C. Tiberius* The volume of the GPS ambiguity search space and its relevance for integer ambiguity resolution. США, ION GPS technical meeting, Kansas City, 1996
- [81] *C. Teunissen, P. de Jonge, C. Tiberius* The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: its performance on short GPS baselines and short observation spans. Германия, Journal of geodesy, vol. 71, No. 10, Springer Verlag, Berlin, 1997
- [82] *X.-W. Chang, X. Yang, T. Zhou* MLAMBDA: a modified LAMBDA method for integer least-squares estimation. Германия, Journal of geodesy, vol. 79, No. 9, Springer Verlag, Berlin, 2005
- [83] *P. de Jonge, Y. Bock, M. Bevis* Epoch-by-EpochTM Positioning and Navigation. США, ION GPS technical meeting, Alexandria, 2000

- [84] *Y. Bock, T. Macdonald, J. Merts, L. Bock, J. Fayman* Epoch-by-EpochTM Real-Time GPS Positioning in High Dynamics and at Extended Ranges. CIIA, ITEA journal of test and evaluation, vol. 25, No. 3, Fairfax, 2004
- [85] *Y. Bock, T. Macdonald, J. Merts, W. Spires III, L. Bock, J. Fayman* Real-Time GPS Attitude Determination System Based on Epoch-by-EpochTM Technology. CIIA, Geodetics Inc, preprint, La Jolla, 2004
- [86] *R.R. Hatch* US Patent No. 4 963 889, Method and apparatus for precision attitude determination and kinematic positioning. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 1990
- [87] *P.Y. Hwang* US Patent No. 5 021 792, System for determining direction or attitude using GPS satellite signals. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 1991
- [88] *R.R. Hatch* US Patent No. 5 072 227, Method and apparatus for precision attitude determination. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 1991
- [89] *M.P. Dentinger et al.* US Patent No. 5 268 695, Differential phase measurement through antenna multiplexing. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 1993
- [90] *D.T. Knight* US Patent No. 5 296 861, Method and apparatus for maximum likelihood estimation direct integer search in differential carrier phase attitude determination systems. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 1994
- [91] *M.T. Allison et al.* US Patent No. 5 359 332, Determination of phase ambiguities in satellite ranges. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 1994
- [92] *B.W. Remondi* US Patent No. 5 442 363, Kinematic global positioning system of an on-the-fly apparatus for centimeter-level positioning

for static or moving applications. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1995

- [93] *D.L. Diefes et al.* US Patent No. 5 506 588, Attitude determining system for use with global positioning system, and laser range finder. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1996
- [94] *D.L. Diefes et al.* US Patent No. 5 534 875, Attitude determining system for use with global positioning system. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1996
- [95] *R.J. Buchler et al.* US Patent No. 5 543 804, Navagation apparatus with improved attitude determination. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1996
- [96] *C.E. Cohen* US Patent No. 5 548 293, System and method for generating attitude determinations using GPS. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1996
- [97] *W.A. Mickelson* US Patent No. 5 917 448, Attitude determination system with sequencing antenna inputs. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1999
- [98] *A. Tadros et al.* US Patent No. 5 929 805, Differential phase measurement scheme for a multiplexing GPS attitude receiver. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1999
- [99] *W. Tang et al.* US Patent No. 5 933 110, Vessel attitude determination system and method. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1999
- [100] *G.B. Johnson* US Patent No. 5 991 691, System and method for determining high accuracy relative position solutions between two moving platforms. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 1999

- [101] *E.G. Lightsey* US Patent No. 6 005 514, Method for attitude determination using GPS carrier phase measurements from nonaligned antennas. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 1999
- [102] *S.I. Sheikh et al.* US Patent No. 6 088 653, Attitude determination method and system. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2000
- [103] *R.A. Fuller et al.* US Patent No. 6 101 430, Global positioning system self calibration attitude determination. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2000
- [104] *P.C. Fenton et al.* US Patent No. 6 128 557, Method and apparatus using GPS to determine position and attitude of a rotating vehicle. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2000
- [105] *M.P. Dentinger et al.* US Patent No. 6 154 170, Enhanced attitude determination system using satellite navigation receiver with antenna multiplexing. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2000
- [106] *M. Pratt et al.* US Patent No. 6 181 274, Satellite navigation receiver for precise relative positioning in real time. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2001
- [107] *T.J. Ford* US Patent No. 6 211 821, Apparatus and method for determining pitch and azimuth from satellite signals. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2001
- [108] *E. Sutton* US Patent No. 6 256 583, GPS attitude determination system and method using optimal search space identification for integer cycle ambiguity resolution. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2001
- [109] *W. Riley* US Patent No. 6 259 398, Multi-valued variable ambiguity resolution for satellite navigation signal carrier wave path length determination. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2001

- [110] *J.M. Wilson* US Patent No. 6 313 788, Method and apparatus for reliable inter-antenna baseline determination. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2001
- [111] *S.D. Deines et al.* US Patent No. 6 336 061, System and method for attitude determination in global positioning systems (GPS). CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2002
- [112] *W. Riley et al.* US Patent No. 6 421 003, Attitude determination using multiple baselines in a navigational positioning system. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2002
- [113] *S.M. Bennett et al.* US Patent No. 6 441 779, System and method of carrier-phase attitude determination. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2002
- [114] *G.-T. Tseng et al.* US Patent No. 6 452 543, GPS patch antenna attitude reference method. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2002
- [115] *G.-T. Tseng et al.* US Patent No. 6 459 406, GPS patch antenna attitude reference method. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2002
- [116] *J.L. Speyer et al.* US Patent No. 6 580 389, Attitude determination using a global positioning system. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2003
- [117] *L. Kumar et al.* US Patent No. 6 587 761, Unambiguous integer cycle attitude determination method. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2003
- [118] *D.A. Quinn* US Patent No. 6 594 582, GPS compound eye attitude and navigation sensor and method. CIIA, United States Patent and Trademark Office, 2003

- [119] *C. Yang* US Patent No. 6 598 009, Method and device for obtaining attitude under interference by a GSP receiver equipped with an array antenna. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2003
- [120] *Y. Yang et al.* US Patent No. 6 753 810, Fast ambiguity resolution for real time kinematic survey and navigation. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2004
- [121] *T.B. Bahder* US Patent No. 6 782 320, Method and system of single-antenna determination of position, time, and attitude of a moving object by satellite navigation. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2004
- [122] *P.W. Fink et al.* US Patent No. 6 816 117, Distributed antenna system and method. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2004
- [123] *A. Draganov* US Patent No. 6 832 155, Methods and apparatus for determining phase ambiguities in ranging and navigation systems. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2004
- [124] *R. Gounon* US Patent No. 6 844 847, Method and device for instantaneous determination of orientation, based on satellite positioning signals. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2005
- [125] *G.-T. Tseng et al.* US Patent No. 6 906 664, Method and system using a GPS-based phased-array scheme for three-axis attitude determination. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2005
- [126] *K.R. Zimmerman et al.* US Patent No. 7 027 918, Satellite navigation system using multiple antennas. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2006
- [127] *D.G. Lawrence et al.* US Patent No. 7 138 944, Multiple antenna multi-frequency measurement system. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2006

- [128] *D.G. Lawrence* US Patent No. 7 286 084, Multiple antenna multi-frequency measurement system. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2007
- [129] *M.L. Whitehead et al.* US Patent No. 7 292 185, Attitude determination exploiting geometry constraints. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2007
- [130] *K.E. Dutton* US Patent No. 7 411 545, Carrier phase interger ambiguity resolution with multiple reference receivers. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2008
- [131] *M. Chenus et al.* US Patent No. 7 454 289, Method of improving the determination of the attitude of a vehicle with the aid of satellite radionavigation signals. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2008
- [132] *S. Alban et al.* US Patent No. 7 454 290, GPS/INS vehicle attitude system. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2008
- [133] *D.S. Williams* US Patent No. 7 468 695, GPS attitude determination system and method using baseline extension. CIIIA, United States Patent and Trademark Office, 2008