

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертацию Корнеева Сергея Александровича
«О сложности реализации систем одночленов схемами композиции»,
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая
кибернетика»

Теория синтеза и сложности управляющих систем — активно изучаемая область дискретной математики. Результаты этой теории находят применение в различных разделах информатики и математической кибернетики.

Одной из классических задач в этой области является задача о возведении в степень: для данного n определить наименьшее число умножений для возведения числа x в степень n . На первых занятиях по информатике учащимся выясняется, что достаточно $\log n$ умножений. Известными обобщениями задачи о возведении в степень являются задача Беллмана, задача Кнута и задача Пиппенджера (задача о сложности реализации системы одночленов). В качестве универсальной вычислительной модели для всех этих задач можно рассмотреть схемы из функциональных элементов в базисе, состоящем только из операции умножения одночленов. Исследования этой модели показывают, что задача Пиппенджера становится гораздо труднее при увеличении числа одночленов и/или переменных в системе.

Основным объектом исследования диссертации С. А. Корнеева является одна из таких вычислительных моделей — схемы композиции. Эта модель основана на операции композиции одночленов, которая является обобщением операции умножения одночленов.

К основным результатам следует отнести получение точных оценок сложности и хороших верхних и нижних оценок реализации систем мономов схемами композиции. В частности,

- установлено точное значение сложности реализации схемы из двух мономов схемами композиции,
- доказана верхняя и нижняя оценка сложности реализации схемы мономов от двух переменных схемами композиции с точностью до слагаемого порядка p — количества мономов в системе,
- получены оценки сложности реализации систем мономов схемами композиции шенноновского типа.

Диссертация состоит из пяти глав.

В первой главе приводится подробный обзор актуальных исследований по теме диссертации, а также смежным направлениям. Материал первой главы является хорошим описанием современного состояния проблемы, исследуемой в диссертации.

Во второй главе рассматривается задача о сложности реализации схемами композиции системы из двух одночленов. В этой главе доказано множество вспомогательных утверждений, которые неоднократно применяются в дальнейшем. Основным результатом главы — точная формула для сложности реализации системы из двух одночленов схемами композиции.

Третья глава посвящена исследованию задачи о сложности реализации системы одночленов от двух переменных. Для неё сложность найдена с точностью до слагаемого $2p-3$, где p — количество одночленов в системе. Это позволило установить асимптотическую формулу для данной задачи. Также для этой задачи приведён пример, демонстрирующий важную отличительную особенность схем композиции — асимптотика роста сложности в этом случае может измениться при изменении одного любого одночлена. Таким образом, каждый показатель степени существенно влияет на асимптотику, в то время как для близких задач в этой и других моделях такой эффект может не наблюдаться.

В четвёртой главе изучается асимптотика роста одной функции шенноновского типа для трёх вычислительных моделей. Эта функция определяется как сложность реализации самой сложной матрицы из класса матриц, все элементы которых не превосходят соответствующих элементов фиксированной матрицы A . В модели схем композиции для этой функции шенноновского типа получена асимптотическая формула. Эта формула с незначительными изменениями перенесена сначала на λ -схемы, а затем — на схемы умножения. Данный результат представляется наиболее важным из всех результатов, полученных в диссертации, так как он, с одной стороны, даёт некоторое продвижение в задаче Пиппенджера, а с другой — демонстрирует возможность переноса результатов с модели схем композиции на классическую модель вычисления систем одночленов.

В пятой главе рассматривается функция Шеннона, характеризующая сложность реализации систем одночленов схемами композиции. Эта функция зависит от трёх параметров — p , q и K — и определяется как сложность самой сложной системы из p одночленов от q переменных, все показатели степеней которых не превосходят K . Следует отметить, что

изучение асимптотики роста функции Шеннона является стандартной практикой при исследовании вычислительных моделей, особенно в случае возникновения принципиальных трудностей при решении задач о сложности реализации систем функций с фиксированными параметрами. Таким образом, постановка этой задачи вполне естественна для схем композиции. В пятой главе асимптотика роста функции Шеннона для схем композиции найдена при стандартном условии $pqK \rightarrow \infty$, а также некоторых дополнительных условиях на параметры. Полученная формула показывает, что асимптотика роста функции Шеннона для схем композиции отличается от асимптотики роста функции Шеннона для схем умножения, хотя в отдельных случаях они могут совпадать. Это ещё раз демонстрирует как сходство, так и различие этих моделей.

Объём диссертации составляет 124 страницы. Список литературы состоит из 98 наименований, включая работы автора (8 наименований), и в достаточной мере отражает имеющиеся публикации по теме диссертации.

По оформлению диссертации можно высказать несколько замечаний.

1. Раздел 1.1 — «Список используемых обозначений» содержит не все используемые обозначения. Смысл некоторых обозначений и необходимость их использования можно понять лишь в соответствующем контексте, а в данном списке для них не всегда приводится достаточное пояснение.

2. Несколько разделов диссертации называются «Основные результаты главы». Было бы удобнее, если бы названия этих разделов в какой-то мере отражали сами результаты.

3. В разделе 3.4 обилие формул на фоне недостатка текстовых пояснений затрудняет понимание внутренней логики доказательства.

Данные замечания не принципиальны и не влияют на оценку работы по существу.

Все основные результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и опубликованы в печати. Среди 8 публикаций имеются 4 статьи, опубликованные в научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика». Результаты также докладывались на международных конференциях и математических семинарах. Автореферат корректно отражает содержание диссертации.

Диссертация «О сложности реализации систем одночленов схемами композиции» представляет собой законченный научный труд, содержащий новые результаты по теории синтеза и сложности управляющих систем. Она полностью удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-

математических наук по специальности 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика». Её автор, Корнеев Сергей Александрович, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по этой специальности.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук, профессор,
Заведующий кафедрой теоретической кибернетики
Казанского (Приволжского)
федерального университета

