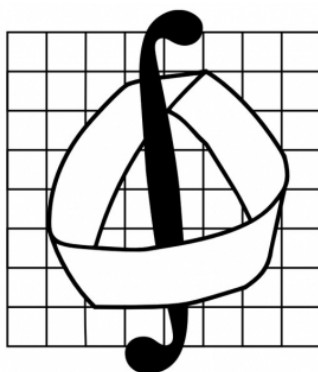


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет
Кафедра теоретической механики и мехатроники



Курсовая работа

Движение точки по вращающейся сфере, при наличии вязкого трения.

Motion of a particle on a rotating sphere in the presence of viscous friction.

Выполнила студентка 522 группы
Пикунова Елизавета Николаевна

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доц. Кулешов Александр Сергеевич

Москва, 2022

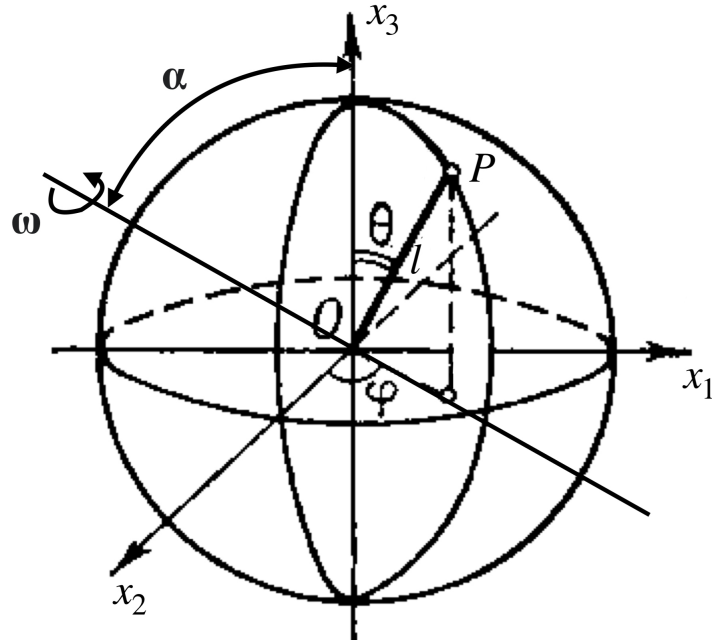
Содержание

1	Введение	2
2	Постановка задачи	2
3	Положения равновесия	5
4	Устойчивость положений равновесия	6
5	Исследование бифуркации Андронова-Хопфа	9

1 Введение

В работе рассматривается задача о движении тяжёлой точки по поверхности сферы, вращающейся с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной наклонной оси, проходящей через её центр, в предположении, что взаимодействие точки и сферы происходит по закону вязкого трения. Получены уравнения движения точки по сфере. Показано, что уравнения движения точки по сфере допускают частные решения, соответствующие положениям равновесия точки. Исследована устойчивость полученных положений равновесий. Показано, что при некоторых значениях параметров системы имеет место бифуркация Андронова-Хопфа. Путём явного вычисления первой Ляпуновской величины показано, что периодические движения, возникающие в окрестности критического значения параметра, являются устойчивыми.

2 Постановка задачи



Пусть точка P - тяжёлая материальная точка массы m , совершающая движение по поверхности сферы радиуса l с центром в точке O под действием силы вязкого трения. Введём абсолютную (неподвижную) систему координат $Ox_1x_2x_3$, плоскость Ox_1x_2 которой горизонтальна, а третья ось Ox_3 направлена вертикально вверх. Единичные векторы данной системы координат обозначим e_1 , e_2 , e_3 . Предположим, что сфера вращается вокруг одного из своих диаметров с постоянной угловой скоростью $\omega = \omega e$, где $\omega > 0$ - постоянная величина, а e - единичный вектор, направленный вдоль диаметра, вокруг которого происходит вращение сферы. Поскольку e является неподвижным вектором в системе координат $Ox_1x_2x_3$, то выберем её так, чтобы вектор e принадлежал плоскости Ox_1x_3 . Пусть α - угол между векторами e и e_3 ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$), тогда e может быть представлен в виде

$$e = \sin \alpha e_1 + \cos \alpha e_3.$$

Список литературы

- [1] А.В. Карапетян. Бифуркация Хопфа в задаче о движении тяжёлого твёрдого тела по шероховатой плоскости // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1985. № 2. С. 19–24.
- [2] И.С. Астапов. Об устойчивости вращения кельтского камня // Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 1. Математика. Механика, 1980, №2.
- [3] Маркеев А. П. О динамике твердого тела на абсолютно шероховатой плоскости // ПММ, 1983, Т. 47. Вып. 4.
- [4] Н. Н. Баутин. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. // М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.
- [5] Дж. Марсден, М. Мак Кракен. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М.: Мир 1980.
- [6] А.В. Борисов, И.С. Мамаев. Странные аттракторы в динамике кельтских камней // Успехи физических наук. 2003. Том 173. № 4. С. 407–418
- [7] Е.С. Шалимова О движении точки по вращающейся сферы при наличии вязкого трения // Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского, 2013, №1(3), с.241-243