

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.Ломоносова

Механико-математический факультет

Кафедра Теоретической механики и мехатроники

**О качении тяжелого однородного шара по вертикальному
круговому цилиндру с вязким трением**

**Rolling Motion of a Heavy Homogeneous Ball on a Vertical Circular
Cylinder with Viscous Friction**

Научный руководитель:
Кулешов Александр
Сергеевич

Работу выполнил:
Студент 522 группы
Дергунов Максим
Олегович

Москва, 2023 г.

Введение

В неголономной механике существует задача о качении тяжелого шара в вертикальном цилиндре без проскальзывания, решение этой задачи интересно тем, что шар совершает гармонические колебания между двумя фиксированными горизонтальными плоскостями и никогда не падает на нижнее основание цилиндра. В данной работе исследуется качение тяжелого однородного шара в неподвижном вертикальном цилиндре с учетом вязкого трения. В результате исследования этого естественного обобщения неголономной задачи было получено, что в общем случае шар совершает спуск по спиралевидной траектории на больших временных интервалах. Также показано, что на любом фиксированном временном интервале решение соответствующей задачи стремится к решениям неголономной задачи при стремлении коэффициента вязкого трения к бесконечности. Этот результат согласуется с теоретическими результатами, полученными в работе [1]

Постановка задачи и уравнения движения

Пусть $O\mathbf{e}_x\mathbf{e}_y\mathbf{e}_z$ — неподвижная система координат, r_1 - радиус цилиндра, r_2 - радиус шара, m -масса шара, $J = \lambda mr_2^2$ - момент инерции шара в главных осях, K -точка касания шара с цилиндром, $\mathbf{u}$ - скорость точки шара, которая в данный момент времени находится в соприкосновении с цилиндром, $\mathbf{F}_r = -k\mathbf{u}$ - сила вязкого трения. Через S обозначим центр масс шара. Введем цилиндрическую систему такую, чтобы ось с единичным вектором $\mathbf{e}_r$ проходила через центр масс шара. Начало соответствующей цилиндрической системы координат расположено в некоторой фиксированной точке на оси симметрии цилиндра

$$\begin{cases} \mathbf{e}_r = \cos \varphi \mathbf{e}_x + \sin \varphi \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_\varphi = -\sin \varphi \mathbf{e}_x + \cos \varphi \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{e}_z = \mathbf{e}_z \end{cases}$$

Список литературы

- [1] *Карпетян А. В., Румянцев В. В.* Устойчивость консервативных и диссипативных систем // Москва: ВИНТИ, 1983. Итоги науки и техники Серия: Общая механика. Т. 6, С. 110-118
- [2] *Соловьев В.А.* Метод возмущения: алгебраические уравнения // Соросовский Образовательный Журнал, 1999.Т. 5, Номер 11. С. 117–121.