Игра двух лиц, моделирующая потенциальную конкуренцию.

Моделируется задача ”Захват рынка”, в которой фирма А стремится нарушить монополию фирмы Б на выпуск определенного вида продукта. Фирма А решает, стоит ли ей входить на рынок, а фирма Б — стоит ли ей снижать выпуск в том случае, если фирма А все же решает входить. На основе теоретико-игровых равновесий и моделей [1], [2], рассмотрены различные возможные ситуации взаимоотношений монополиста и фирмы, которая пытается войти на рынок. Для данной задачи найдено равновесие по Штакельбергу в зависимости от соотношения издержек ($c^i(v^i) = c^i$, $i = a, б$), выпущенного объема ($v^i \in V_i$ $i = a, б$), установленной на рынке цены ($p = D^{-1}(\mathrm{V}об)$, Vоб – объем, который выпустили 2 фирмы вместе, $D^{-1}(v)$ – функция спроса) и выбранной противником стратегии. Главной особенностью этого равновесия является наличие лидирующей фирмы, которая первая устанавливает объем выпуска. Пусть $j, i = a, б, j \neq i$, тогда

$$R(v^j) = \{q \in V_i\colon \left(D^{-1}\left(q + v^j\right) - c^i\right) q = \max_{v^i}(D^{-1}(v^i + v^j) - c^i)v^i\},$$

– множество рациональных ответов ведомой фирмы на выпущенный объем фирмы-лидера,

$$S_i = \max_{v^i}(D^{-1}(v^i + v^j) - c^i)v^i$$ - функция выигрыша ведомой фирмы.

В зависимости от отношения ведомой фирмы фирма-лидер будет иметь разные функции выигрыша:

- выигрыш по Штакельбергу (благожелательное отношение):

$$S_j = \max_{v^j \in V_j} \max_{v^i \in R(v^j)} (D^{-1}(v^i + v^j) - c^j)v^j;$$

- выигрыш по Гермейеру (враждебное отношение):

$$G_j = \max_{v^j \in V_j} \min_{v^i \in R(v^j)} (D^{-1}(v^i + v^j) - c^j)v^j.$$

Рассматривается конкретный пример, в котором цена имеет вид $p = \frac{k}{V_{об}+1}$, где k – положительная константа, а функция прибыли равна $(p - c^i)v^i$,

Для случая, когда фирма Б - лидер, доказано, что возможно 3 варианта развития событий:

1) $c^a > c^б$, $v^б = V_{рынка}$. Фирма Б останется монополистом
2) $v^б < V_{рынка}$, $c^a > c^б$.

   Фирма Б, увеличив свой объем на d, не даст шанса фирме А войти на рынок, где $d \in \left[\frac{k}{c^a} - \frac{\sqrt{k\sqrt{kc^б}}}{\sqrt{c^a c^б}}; \frac{k}{c^б} - \frac{\sqrt{k\sqrt{kc^б}}}{\sqrt{c^a c^б}}\right)$
3) Дуополия с назначением выпуска.

   Если $c^a > c^б$и фирма А все-таки решает войти на рынок с объемом v^a, то возникает дуополия с назначением выпуска, при этом фирма Б снижает свой объем выпуска.

Обозначим

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{(kc^a + 54(c^б)^2)(kc^a)^{1/2}}{216(c^б)^3} + \sqrt{\frac{(kc^a + 27(c^б)^2)(kc^a)}{432(c^б)^4}}}$$

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{(kc^a + 54(c^б)^2)(kc^a)^{1/2}}{216(c^б)^3} - \sqrt{\frac{(kc^a + 27(c^б)^2)(kc^a)}{432(c^б)^4}}}$$

Тогда фирма Б уйдет с рынка при $\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б} - 1 \leq 0$.

Таким образом, после анализа всех 3 вариантов сделан вывод, что, если $c^a > c^б$, то при $\sqrt{\frac{k}{c^a}}\left(\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б}\right) - \left(\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б}\right)^2 \leq 0$, или $c^a \geq \sqrt{kc^б}$, или $c^a \geq 6c^б$ фирме А выгоднее не входить на рынок.

При этом выигрыш по Штакельбергу для фирмы - лидера Б равен

$S_б = (\frac{\sqrt{kc^a}}{\propto + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б}} - c^б)(\left(\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б}\right)^2 - 1)$.

Список литературы

1. Э. Мулен. Теория игр с примерами из математической экономики: Пер с франц. М.: Мир, 1985. 200 с.

2. Васин А.А., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. М.: МАКС Пресс, 2005. 272 с.

3. Васин А.А., Морозов В.В, Краснощеков П.С. Исследование операций. М.: Академия, 2008. 464 с.

4. Райзберг Б.А. Курс экономики, 4-е изд. М.: ИНФРА – М, 2005. 672с.