

БЕССЕТОЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УГЛОВЫХ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА НА ДЕРЖАВКЕ

П.Р. Андронов (НИИ механики МГУ, Москва)

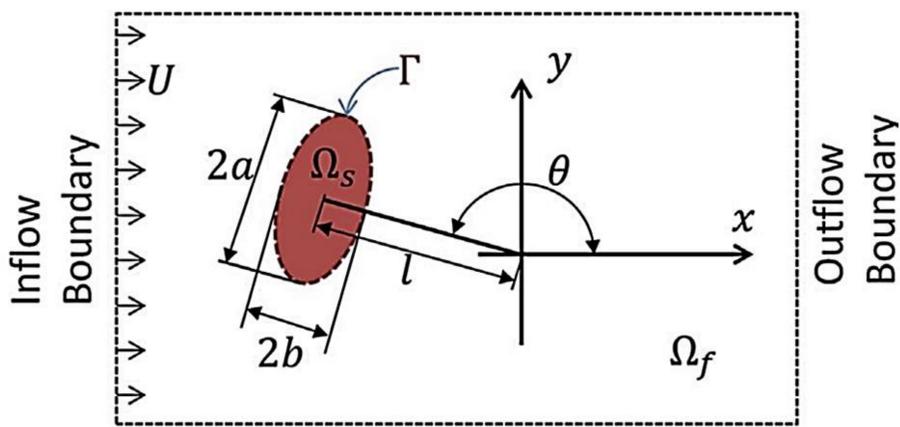


Рис. 1. Схема закрепления тела при его угловых колебаниях. Скорость потока на бесконечности $U = 1$. Точка закрепления углового шарнира расположена ниже по течению от тела. Длина державки l равна 3 длинам большой полуоси эллипса (то есть, $l = 3a$).

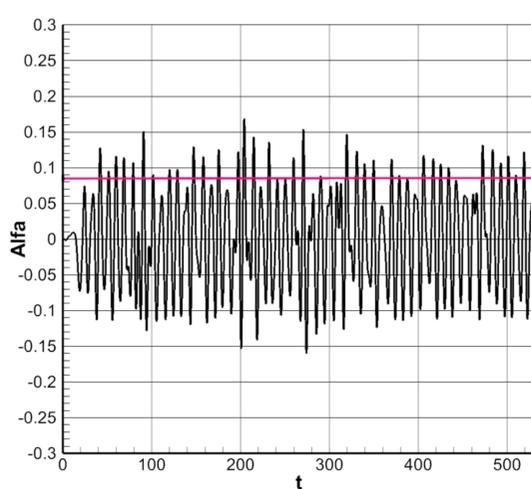


Рис. 2. Зависимость угла отклонения цилиндра α (в радианах) от безразмерного времени t для кругового цилиндра при расчёте методом ВВД (сплошная чёрная линия) и сравнение с результатами из работы [Hong Gun Sung, Hyoungsu Baek, Sup Hong, Jong-Su Choi. Numerical study of vortex-induced vibration of pivoted cylinders. Journal of Ocean Engineering. Volume № 93. 2015. Pp. 98-106] (красная прямая – величина средней амплитуды). Относительная плотность цилиндра была равна $\rho = 1.266$, коэффициент упругости в шарнире был равен $k = 85.9047$, а коэффициент отбора мощности (то есть, демпфирования в пружине) был равен $c = 1.36$.

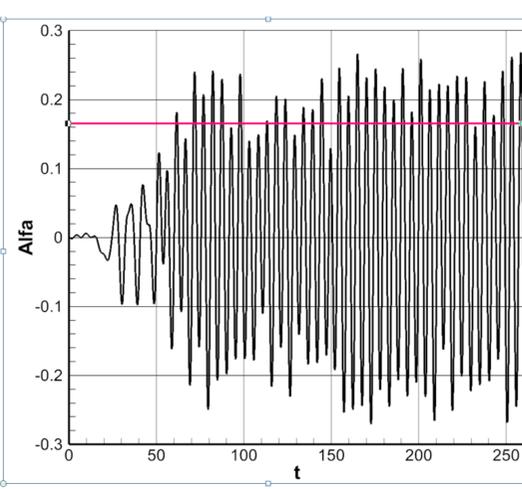


Рис. 3. Зависимость угла отклонения цилиндра α (в радианах) от безразмерного времени t для эллипса с малой полуосью $b = 0.6$ при расчёте методом ВВД (сплошная чёрная линия) и сравнение с результатами из работы [Hong Gun Sung, Hyoungsu Baek, Sup Hong, Jong-Su Choi. Numerical study of vortex-induced vibration of pivoted cylinders. Journal of Ocean Engineering. Volume № 93. 2015. Pp. 98-106] (красная прямая – величина средней амплитуды). Относительная плотность цилиндра была равна $\rho = 2.147$, коэффициент упругости в шарнире был равен $k = 83.6588$, а коэффициент отбора мощности (то есть, демпфирования в пружине) был равен $c = 1.36$.

Сопряжённая система допускает вырожденный случай нулевой плотности тела $\rho_{\text{new}} = 0$ без повышения порядка динамического уравнения.

И тогда движение тела будет описываться следующим уравнением:

$$J \cdot \ddot{\theta}(t) + K \cdot \theta(t) + C \cdot \dot{\theta}(t) = M_{\text{grav}}(t)$$

Здесь K – коэффициент упругости пружины, C – коэффициент трения в пружине, J – угловой момент инерции для системы.

Движение несжимаемой вязкой жидкости, взаимодействующей с колеблющимся цилиндром, может быть описано нестационарными двумерными уравнениями Навье-Стокса, при этом мы задаём граничное условие прилипания на поверхности тела.

По определению, $J = M \cdot L^2 + \frac{1}{4} \pi \cdot a \cdot b^3 \cdot \rho$, где масса для эллиптического цилиндра будет равна $M = \pi \cdot \rho \cdot a \cdot b \cdot l$.

Здесь первое слагаемое – это момент инерции тела как материальной точки относительно точки закрепления для шарнира, а второе слагаемое – момент инерции для эллиптического цилиндра относительно его центра.

Число Рейнольдса $Re = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{U \cdot a}{\nu} = 500$.

Коэффициент K для пружины был выбран из условия совпадения частоты собственных колебаний пружинного маятника (период для таких колебаний будет равен $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{K}}$) и частоты схода вихрей $V_{\text{vort}}(Re) = 0.24$.

Тогда мы получаем уравнение

Таблица 1. Результаты [44]

Случай	Величина малой полуоси эллипса	Момент инерции	Амплитуда колебаний (радианы)
PC1	1.0	36.79	0.0838
PC2	0.8	36.79	0.1196
PC3	0.6	36.79	0.1623

Таблица 2. Результаты расчётов на основе метода ВВД

Случай	Величина малой полуоси эллипса	Момент инерции	Амплитуда колебаний (радианы)
PC1	1.0	36.79	0.09
PC2	0.8	36.79	0.19
PC3	0.6	36.79	0.19

Было проведено сравнение полученных нами результатов расчётов при помощи полной сопряжённой постановки задачи и бессеточного численного метода вязких вихревых доменов (Таблица 2) и результатов из работы [44], где расчёты проводились сеточными методами (Таблица 1).

Видно, что коэффициенты увеличения амплитуды при переходе от круглого к эллиптическому цилиндру достаточно близки (в настоящих расчётах $A_{0.6}^{\text{ell}} / A_{1.0}^{\text{circle}} = 2.111$, а в работе [44] – $A_{0.6}^{\text{ell}} / A_{1.0}^{\text{circle}} = 1.936$ но есть небольшое отличие по абсолютной величине самой амплитуды (в настоящем расчёте она получилась больше, чем в работе [44], на 7% для круга и на 17% для эллипса с малой полуосью $b = 0.6$).

$$V_{\text{vort}}(Re) = 0.24 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{K}{J}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{K}{\pi \cdot \rho \cdot a \cdot b \cdot L \cdot L}}$$

Для определения значения плотности тела мы используем определение момента инерции для тела на державке

$$J = M \cdot L^2 + \frac{1}{4} \pi \cdot a \cdot b^3 \cdot \rho = 36.79 \text{ (из работы [1])}$$

Здесь M – масса тела, L – длина державки, ρ – плотность тела, a и b – большая и малая полуоси эллипса

Момент инерции, обусловленный присоединённой массой, будет равен $J\alpha = L^2 \cdot \pi \cdot b^2$ (так как b – малая полуось эллипса, перпендикулярная направлению угловых колебаний).

Из первой формулы плотность тела будет равна $\rho = \frac{36.79}{\pi \cdot (L^2 + \frac{b^2}{4}) \cdot a \cdot b}$.

Можно подставить выражения для моментов инерции в формулу для равенства частот

$$V_{\text{vort}}(Re) = 0.24 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{\pi \cdot \rho \cdot a \cdot b \cdot (L \cdot L + \frac{b^2}{4}) + J\alpha}}$$

$$\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{J + J\alpha}}$$

И получим, что для кругового цилиндра $k = 147.953$

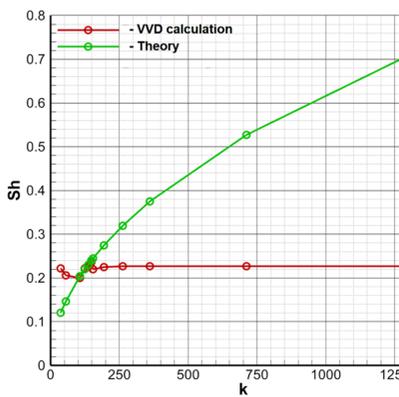


Рис. 9. Зависимость безразмерного числа Струала при угловых колебаниях от коэффициента k упругости в шарнире для случая кругового цилиндра при постоянной плотности ($b=1.0$) в расчётах (красная кривая), и вычисленная по формуле частоты колебаний углового маятника (с учётом присоединённой массы).

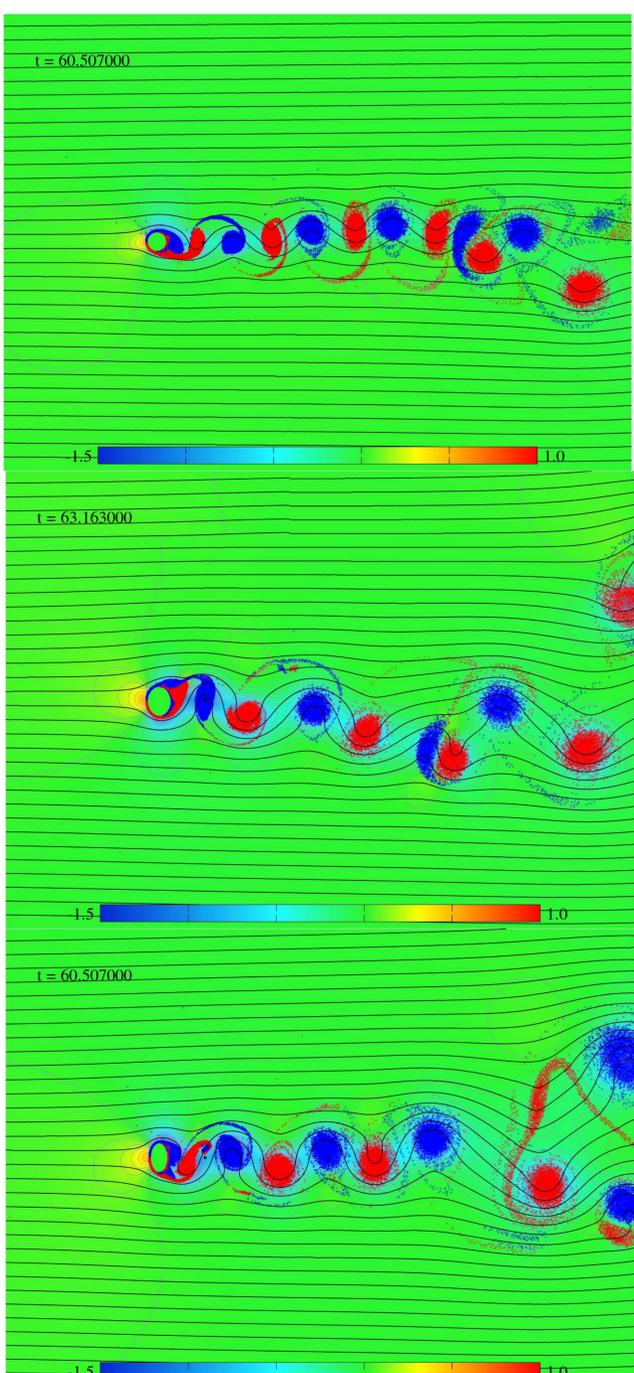


Рис. 4. Мгновенная картина поля давлений и распределения завихренности в случае кругового цилиндра

Рис. 5. Мгновенная картина поля давлений и распределения завихренности в случае эллиптического цилиндра ($b=0.8$)

Рис. 6. Мгновенная картина поля давлений и распределения завихренности в случае эллиптического цилиндра ($b=0.6$)

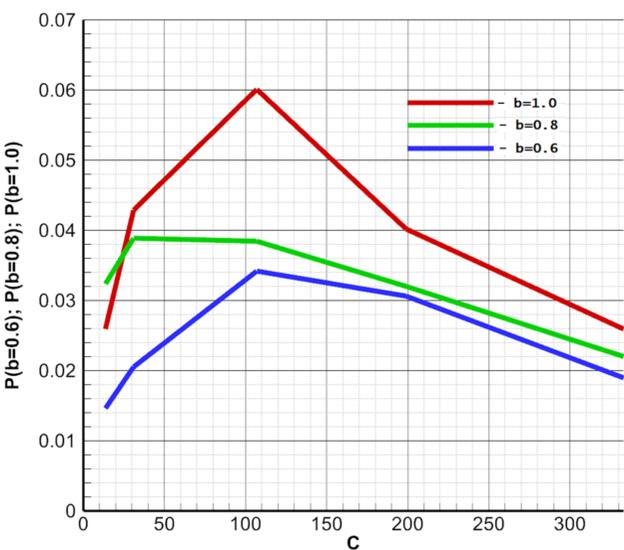


Рис. 7. Зависимость осреднённого по времени отбора мощности от коэффициента трения для шарнира для кругового цилиндра – красная линия, для эллипса при $b = 0.8$ – зелёная линия, для эллипса при $b = 0.6$ – синяя линия.

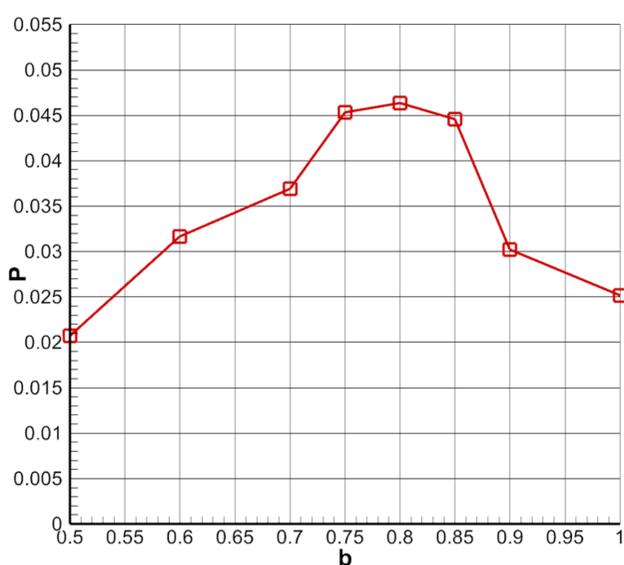


Рис. 8. Зависимость осреднённого по времени отбора мощности от малой полуоси эллипса b при постоянной его плотности ρ .

Из рис. 7 мы можем заметить, что при уменьшении малой полуоси эллипса амплитуда может увеличиваться, средний отбор мощности, который рассчитывается по следующей формуле: $P_{\text{mean}} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T c \cdot \omega^2(t) dt$

оказался в целом больше для «толстых» профилей (то есть, почти при всех значениях коэффициента демпфирования в шарнире $13 < c < 333$, за исключением начального участка значений c , которые близки к $c = 13$), мы получили в расчёте, что отбор мощности из потока $P(b=1.0) > P(b=0.8) > P(b=0.6)$

Ещё одна серия расчётов была проведена для случая фиксированной плотности цилиндрического тела $\rho = 1.267$. При этом соответствующий момент инерции J для системы был переменным. В отличие от случая постоянного момента инерции, наибольший отбор мощности был достигнут не для кругового цилиндра, но для случая, когда малая полуось $b = 0.8$ (см. рис. 8).

Исследована сопряжённая плоская двумерная задача об аэроупругих свободных угловых колебаниях круговых и эллиптических цилиндров при наличии вязкоупругой связи в потоке несжимаемой вязкой среды. Использована бессеточная безытерационная вычислительная технология метода ВВД численного решения задач, в рамках которой сложная среда и подвижное тело представляются как единая динамическая система (без расщепления на последовательные гидродинамическую и динамическую составляющие). Воспроизведены свободные незатухающие угловые колебания в потоке кругового цилиндра на державке с величиной амплитуды порядка 0.1 радиуса цилиндра. Проанализированы характерные вихревые структуры при обтекании свободно колеблющихся цилиндров, развитие которых поддерживает незатухающие колебания в случае, когда собственная частота колебаний тела на пружине равна или кратна гидродинамической частоте зарождения новых вихрей при рассматриваемом числе Рейнольдса. Показано, что при фиксированном значении коэффициента упругости для пружины k и при фиксированной относительной плотности цилиндра ρ , и при изменении коэффициента отбора мощности в упругой пружине c существует такое значение c , при котором средняя по времени полезная мощность W_{mean} является максимальной.