

ОТЗЫВ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

студентки 3 курса Прилуцкой Екатерины Николаевны

Руководитель: к.ф.-м.н., доцент Гугнин Дмитрий Владимирович

Тема: Отсутствие структуры $3H$ -пространства на $\mathbb{C}P^n, n \geq 2$

В данной курсовой работе получен новый важный результат в теории nH -пространств, вынесенный в название работы. Само понятие nH -пространства, введенное Д.В.Гугниным в 2011 году, является естественным обобщением классического гомотопического понятия H -пространства. При этом, рассматривается только аксиома единицы (n -значная аксиома единицы), то есть рассматриваются данные понятия в самой широкой общности. По определению, хаусдорфово линейно связное топологическое пространство X называется H -пространством, если существует непрерывное умножение $\mu: X \times X \rightarrow X$ и точка $e \in X$ такие, что выполнено $\mu(x, e) = \mu(e, x) = x$ для всех точек $x \in X$ (для хороших пространств X , например CW-комплексов, эта строгая аксиома единицы равносильна своей гомотопической версии). Наличие структуры H -пространства накладывает серьезные ограничения на само пространство X (его когомологии и фундаментальную группу). По определению, хаусдорфово линейно связное топологическое пространство X называется nH -пространством, $n \geq 1$, если существует непрерывное n -значное умножение $\mu: X \times X \rightarrow \text{Sym}^n X = X^n/S_n$ и точка $e \in X$ такие, что выполнено $\mu(x, e) = \mu(e, x) = [x, x, \dots, x]$ для всех точек $x \in X$. Совсем недавно, в 2022 году, Д.В.Гугнин доказал, что любой односвязный конечный CW-комплекс X размерности d является nH -пространством для всех $n \geq d$. Однако далеко не всякое (даже односвязное) пространство является $2H$ -пространством. Препятствием служит так называемая структура n -предалгебры Хопфа на алгебре рациональных когомологий исходного пространства. А именно, для nH -пространства X существует диагональ $\Delta: H^*(X; \mathbb{Q}) \rightarrow H^*(X; \mathbb{Q}) \otimes H^*(X; \mathbb{Q})$ являющаяся так называемым n -гомоморфизмом (теория В.М.Бухштабера-Э.Г.Риса), переводящая целочисленно-рациональные классы когомологий в целочисленно-рациональные (Д.В.Гугнин, 2012) и удовлетворяющая следующей n -значной аксиоме единицы: $\Delta(\gamma) = n\gamma \otimes 1 + 1 \otimes n\gamma + \sum_i a_i \otimes b_i$, для любого $\gamma \in H^{*\geq 1}(X; \mathbb{Q})$ и $|a_i|, |b_i| \geq 1$. С помощью этого вычислимого препятствия (в конечном итоге всё сводится к решению системы диофантовых уравнений) Д.В.Гугнин доказал в 2012 году, что $\mathbb{C}P^m, m \geq 2$, не является $2H$ -пространством. Вычисления и анализ соответствующих систем диофантовых уравнений, проделанные Е.Н.Прилуцкой для случая возможного существования структуры $3H$ -пространства на $\mathbb{C}P^m, m \geq 2$, оказались на порядок сложнее (в том числе, пришлось делать символьные вычисления в программе Wolfram Mathematica отдельно для $m = 6, 9, 18$). К недостаткам работы могу лишь отнести небольшое количество опечаток, которые легко устранимы и не влияют на суть изложения. Считаю, что данная курсовая работа Е.Н.Прилуцкой заслуживает не только оценки “отлично”, но также и публикации в одном из высоко-рейтинговых математических журналов.

Курсовая работа Е.Н.Прилуцкой защищена на оценку “отлично”.

К.ф.-м.н., доцент
27 июня 2024 г.

Д.В.Гугнин