

© С.В. Гувернюк

## О МЕХАНИЗМАХ ВЛИЯНИЯ ИСТОЧНИКОВ НЕОДНОРОДНОСТИ НА СТРУКТУРУ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ

С единых позиций рассматриваются вопросы моделирования влияния локализованных аэродинамических следов различной физической природы на крупномасштабные ударно-волновые структуры при сверхзвуковом обтекании тел. Способность малой локализованной неоднородности в сверхзвуковом потоке изменять структуру обтекания расположенных вниз по потоку тел определяется, в основном, динамической составляющей поперечного распределения газодинамических параметров в ядре неоднородности. В асимптотическом приближении показано, что при поддержании динамически эквивалентных неоднородностей в следе за источниками тепла или импульса, более энергозатратным является тепловой источник. Определена обобщенная модель бесконечно тонкого следа, объединяющая свойства «холодной» и «горячей» неоднородностей, а также неоднородностей с «продольной закруткой».

Аэродинамический след за твердой частицей [1], продольный вихрь от боковой кромки несущей поверхности, установленной под углом атаки [2], тепловой след за областью энергоподвода, сформированной внешними источниками [3], представляют три типичных примера локализованных неоднородностей различной физической природы в равномерном сверхзвуковом потоке. В ряде случаев они могут быть причиной перестройки расположенных вниз по потоку ударно-волновых и отрывных газодинамических конфигураций [4–9]. Значительная часть исследователей придерживается мнения, что, воздействуя на сверхзвуковой поток в локализованных малых областях, можно эффективно управлять крупномасштабными газодинамическими течениями [10–11].

Одним из практических способов подвода энергии к газовому потоку является создание областей слабо ионизированной плазмы с микроволновой структурой, инициированной и поддерживаемой с помощью пульсирующих оптических разрядов [3] или электронных пучков [12]. Сравнение известных экспериментальных данных с результатами численного моделирования убеждает, что все наблюдаемые в экспериментах аэродинамические эффекты, которые вызваны действием фокусированных источников внешнего энергоподвода, могут быть объяснены в рамках моделей классической газовой динамики. Роль энергоисточника сводится к созданию газодинамической неоднородности, индуцированной в сверхзвуковом потоке за счет неравномерного нагрева его части [12].

Вниз по течению за энергоисточником образуется изобарический «горячий» след с меньшим полным давлением, повышенной скоростью движения, значительно большей температурой торможения и меньшей плотностью по сравнению с окружающим невозмущенным сверхзвуковым потоком [8, 13]. Достигая сжатой области перед телом или иной ударно-волновой системы, горячий след способен вызывать перестройку течения, в частности, в ударном слое перед телом могут образовываться зоны отрыва, головной скачок уплотнения ослабевает, а волновое сопротивление тела снижается [3–8].

Хорошо известно, что аналогичные явления способен вызывать и обычный «холодный» след, образующийся в результате динамического взаимодействия сверхзвукового потока с твердым препятствием. «Холодный» след имеет структуру, отличную от структуры «горячего» следа. Он также изобарический, но скорость движения в нем, наоборот, меньше, чем в невозмущенном потоке, а температура торможения практически такая же, как вне следа [1]. Взаимодействуя с телом, холодный след также может изменять структуру течения и уменьшать волновое сопротивление [14–15].

Продольный вихревой жгут, образующийся в результате схода и сворачивания вихревой пелены от острой кромки несущей поверхности конечного размаха, имеет гораздо более сложную структуру. Он также «холодный», однако не является изобарическим. Существование в ядре вихря поперечного градиента давления необходимо для уравновешивания центробежных сил азимутального вращения газа.

Тем не менее, взаимодействуя с ударными волнами перед препятствиями, вихревой жгут может вызывать такие же изменения структуры течений [2, 9, 11], как и в двух других выше упомянутых случаях горячей и холодной неоднородностей.

Естественно предположить, что хотя механизмы энергетического и динамического способов воздействия на сверхзвуковой поток имеют разную физическую природу и результирующие аэродинамические следы имеют различную структуру неоднородности, однако фундаментальные механизмы влияния этих следов на ударно-волновые конфигурации и аэродинамические характеристики тел в чем-то главном аналогичны. Тем не менее, в литературе явно прослеживается независимое развитие исследований по каждому из перечисленных трех направлений.

Одним из наиболее часто рассматриваемых случаев взаимодействия неоднородности с ударно-волновыми конфигурациями в сверхзвуковом потоке является режим, при котором возмущения из зоны взаимодействия не достигают расположенного впереди источника неоднородности. В этом случае задача взаимодействия расщепляется на *три подзадачи*:

I) начальное инициирование неоднородности с помощью того или иного способа локального воздействия на постоянный сверхзвуковой поток;

II) свободное распространение и эволюция следа от места инициирования до зоны взаимодействия;

III) непосредственное взаимодействие неоднородного потока в следе с крупномасштабной ударно-волновой системой, например, около препятствия в сверхзвуковом потоке.

Если рассматривается задача взаимодействия локализованной неоднородности с крупномасштабными газодинамическими конфигурациями, то подзадачи I–III имеют существенно отличающиеся характерные линейные размеры, и в каждой из них могут оказаться доминирующими различные физические процессы. Поэтому для получения решений, адекватных действительности, могут потребоваться разные уровни схематизации и, соответственно, различные математические модели явления.

Постановка задачи I зависит от способа инициирования неоднородности. Задача II является общей для всех типов следов. Для пра-

вильного описания эволюции профиля неоднородности от места инициирования до зоны взаимодействия следует применять модели, учитывающие диссипативные эффекты в ядре следа [16], или использовать эмпирические зависимости. В задаче III начальный (входной) профиль неоднородности набегающего сверхзвукового потока постулируется априори, например, из решения задачи II. Поэтому, абстрагируясь от деталей происхождения начального профиля, можно рассматривать задачу III как общую для всех типов неоднородностей.

В литературе, посвященной исторически первому направлению исследований взаимодействия обычных «холодных» следов с расположенным вниз по потоку телами (см. обзор в [14]), авторы, как правило, рассматривают только задачу III. При этом начальный профиль неоднородности задается с помощью полуэмпирических соотношений, а течение взаимодействия описывается в рамках уравнений Эйлера [1, 15, 17], Навье–Стокса [1, 18] или тонкого вязкого ударного слоя [14]. В [19] предпринята попытка распространения подходов к решению задачи о «холодном» следе на случай неоднородности обобщенного вида, дана классификация интенсивности неоднородностей по признаку их способности вызывать отрыв на поверхности обтекаемого тела.

Влияние продольного вихревого жгута на сверхзвуковое обтекание тел обычно также рассматривается в рамках постановки III, в частности, – вопросы численного моделирования так называемого «взрыва» вихря при взаимодействии со скачком уплотнения [9, 11]. Значительно меньшее количество работ в этом направлении объясняется трудностями решения трехмерных задач. В [11] рассматривается влияние комбинированной неоднородности, получаемой с помощью энергоподвода непосредственно в ядре вихревого жгута. Численные исследования в работах [9, 11] выполнены для невязкой постановки задачи.

В обширной литературе последнего времени, посвященной относительно молодому направлению исследований влияния «горячих» следов на сверхзвуковое обтекание тел, активно исследуются задачи инициирования неоднородности с помощью задания источников внешнего энергоподвода [4–6, 8–11, 20]. Для этого в уравнения Эйлера вводится соответствующий дополнительный член с посто-

янным или периодическим кусочно-постоянным энергоподводом к единице массы газа в области инициирования. Исследуется влияние параметров источника на структуру течения в области инициирования и на параметры ближнего следа [8, 13]. Показано, что с ростом частоты энергоподвода в следе вырабатываются почти постоянные параметры [13]. Отмечается, что протяженные источники выгоднее сферических с точки зрения создания интенсивных параметров следа [10, 20]. Однако задача II в диссипативной постановке для горячих следов до сих пор не исследовалась, поэтому остается неясным, в какой мере параметры горячего следа сохраняются по мере удаления от области инициирования.

В известных численных исследованиях влияния тепловых источников на сверхзвуковое обтекание тел обычно не применяется разделение на подзадачи I–III. Задача о взаимодействии рассматривается совместно с задачей об инициировании соответствующей неоднородности, что, напротив, не характерно для смежных исследований влияния холодных следов и продольных вихревых жгутов. При этом, как правило, используются невязкие постановки задачи, а получающиеся крупномасштабные передние отрывные области рассчитываются насеквозд [4–6, 8–11, 20] (некоторые решения для вязкого газа можно найти в работе [8]). В аналогичных исследованиях передних отрывных зон за выступающими дисками [21] авторы более корректно учитывают влияние слоев смешения на границе передней отрывной области, поскольку не полагаются на действие схемной вязкости в конечно-разностных аналогах уравнений Эйлера, а выделяют местоположение узких слоев смешения и явно вводят в них диссипативные модели переноса.

Пример точного моделирования структуры невязких течений в окрестности крупномасштабной застойной зоны дает модель «свободной изобарической области» [17, 22]. В ней граница изобарической застойной области выделяется явно, и ее неизвестная конфигурация отыскивается одновременно с расчетом прилегающего невязкого энтропийного слоя. В предельном случае бесконечно тонкой неоднородности соответствующая изобарическая область асимптотически становится конической [22], что может быть эффективно использовано при построении приближенных аналитических методик расчета аэродинамических характеристик тел с передними

отрывными зонами, вызванными локализованными неоднородностями [20]. В [23] сравниваются различные способы управления течениями около тел в сверхзвуковых потоках.

Далее показано, что в основе схожести течений с несовпадающими полными системами определяющих безразмерных параметров лежит известное групповое свойство уравнений Эйлера для идеального газа с разделимым уравнением состояния  $\rho = f(p, s) = f_1(p)f_2(s)$  (частным случаем является уравнение состояния совершенного газа с постоянными теплоемкостями,  $s$  – энтропия).

**1. Динамические инварианты.** Рассмотрим стандартную постановку краевой задачи об установившемся сверхзвуковом обтекании головной части твердого тела идеальным совершенным газом [24]. В некотором условном входном сечении  $x = x_1$  задается постоянный сверхзвуковой поток

$$\begin{aligned} p &= p_\infty, \rho = \rho_\infty, \mathbf{V} = u_\infty \mathbf{i}_x \\ M &= M_\infty = u_\infty \gamma^{-1/2} p_\infty^{-1/2} \rho_\infty^{1/2}, \quad M_\infty > 1, \gamma > 1 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $x, y, z$  – декартовы координаты,  $\rho$  – плотность,  $p$  – давление,  $\mathbf{V} = \{u, v, w\}$  – вектор скорости,  $\gamma$  – показатель адиабаты,  $M$  – число Маха.

На поверхности тела  $x = B(y, z)$  ставятся условия непротекания. Выходное сечение  $x = x_2$  располагается за головной частью тела, где продольная составляющая скорости сверхзвуковая, поэтому в этом сечении граничных условий не требуется. В промежутке  $x_1 < x < x_2$  допускается существование скачков уплотнения и тангенциальных разрывов, на которых выполняются соответствующие условия совместности. В областях гладкости параметры потока удовлетворяют уравнениям Эйлера.

Наличие в набегающем сверхзвуковом потоке финитной неоднородности достаточно произвольного вида удобно задавать, используя простейшие точные решения уравнений Эйлера, не зависящие от продольной координаты  $x$ .

Назовем неоднородностью *первого рода* изобарическое сдвиговое течение общего вида

$$\begin{aligned} u &= u_c(y, z), \quad v = w = 0, \quad p = p_c = p_\infty, \quad \rho = \rho_c(y, z) \\ M &= M_c(y, z) = u_c \gamma^{-1/2} p_c^{-1/2} \rho_c^{-1/2}, \quad M_c > 1 \end{aligned} \quad (1.2)$$

а неоднородностью *второго рода* — осесимметричное закрученное течение вида

$$\begin{aligned} u &= u_c(r), \quad v = 0, \quad w = w_c(r), \quad \rho = \rho_c(r) \\ p &= p_c(r) = p_\infty - \int_r^\infty \frac{\rho_c(R) w_c^2(R)}{R} dR \\ r &= (y^2 + z^2)^{1/2}, \quad u_c \gamma^{-1/2} p_c^{-1/2} \rho_c^{1/2} = M_x(r), \quad M_x > 1 \end{aligned} \quad (1.3)$$

К этому типу неоднородности, очевидно, принадлежит часто используемый в литературе продольный вихрь Бюргерса [9, 11].

Под финитностью подразумевается, что возмущения  $|\mathbf{V}_c - \mathbf{V}_\infty|$ ,  $|\rho_c - \rho_\infty|$  при  $r > r_c$  либо тождественно обращаются в нуль, либо экспоненциально убывают с ростом  $r$ . Трубку  $r \leq r_c$  будем далее называть ядром финитной неоднородности.

Выражения (1.2)–(1.3) точно удовлетворяют уравнениям Эйлера. Поскольку соответствующие поперечные распределения параметров неоднородности остаются неизменными вдоль оси  $x$ , то расстояние от тела до условного начального сечения  $x = x_1$ , где задаются входные условия (1.2)–(1.3), не имеет значения (по крайней мере до тех пор, пока возмущения от тела не достигают этого сечения).

Переходя к безразмерной формулировке задачи, примем нормировку, при которой все линейные размеры отнесены к некоторому характерному диаметру тела  $D$ , вектор скорости — к  $u_\infty$ , плотность — к  $\rho_\infty$ , давление — к  $\rho_\infty u_\infty^2$ . Для безразмерных величин сохраним те же обозначения параметров и переменных, что и в (1.1)–(1.3). Тогда в безразмерном виде

$$\rho_\infty = 1, \quad u_\infty = 1, \quad p_\infty = \frac{1}{\gamma M_\infty^2}.$$

По сравнению с задачей (1.1), в число безразмерных определяющих параметров задачи (1.2) с неоднородностью первого рода добавляется две произвольных функции  $\rho_c(y, z)$ ,  $u_c(y, z)$  (вместо любой одной из них можно взять  $M_c(y, z)$ ). В задаче с неоднородностью второго рода добавляется три безразмерных параметра  $\rho_c(r)$ ,  $u_c(r)$ ,  $w_c(r)$ .

Безразмерные решения соответствующих задач будут зависеть от перечисленных безразмерных параметров. Если при этом все линии тока в промежутке  $x_1 < x < x_2$  начинаются в сечении  $x = x_1$ , то, как обычно считается, решение единствено. В любом случае, раз-

ным наборам определяющих безразмерных параметров отвечают разные безразмерные решения задачи. Основываясь только на соображениях подобия и размерности, никаких дальнейших упрощений получить невозможно. Тем не менее, в силу справедливости одного группового свойства уравнений Эйлера для газа с разделимым уравнением состояния, набор значимых безразмерных параметров можно уменьшить одну функцию.

Справедлива следующая *теорема о динамических инвариантах*:

если в области  $x_1 < x < x_2$  существует некоторое установившееся течение, удовлетворяющее уравнениям Эйлера с краевыми условиями (1.2) или (1.3) в начальном сечении  $x = x_1$ , то существует бесконечное множество других (редуцированных) решений, которые в начальном сечении удовлетворяют краевым условиям

$$\rho_{cl} = \omega \rho_c, \quad u_{cl} = \omega^{-1/2} u_c, \quad p_{cl} = p_\infty \quad (1.4)$$

$$\rho_{cl} = \Psi \rho_c, \quad u_{cl} = \Psi^{-1/2} u_c, \quad w_{cl} = \Psi^{-1/2} w_c, \quad p_{cl} = p_c(r) \quad (1.5)$$

с произвольными положительно определенными функциями  $\omega(y, z)$ ,  $\Psi(r)$  и имеют совпадающие линии тока, распределения полей давления и числа Маха.

Доказательство этой и более общей теоремы [25] основано на использовании группового свойства системы уравнений Эйлера, известного в литературе под названием «принцип замещения» [26, 27].

Преобразования (1.4)–(1.5) оставляют неизменными распределения динамических параметров  $\rho V^2$ ,  $p$ ,  $M$ , конфигурацию ударно-волновых и отрывных структур и интегральные аэродинамические коэффициенты обтекаемых тел. При этом в редуцированных течениях не сохраняются распределения таких физических параметров, как температура, полная энталпия, скорость звука, энтропия, вектор вихря.

В случае неоднородности первого рода, полагая в (1.2), (1.4)  $\omega = \rho_\infty / \rho_c(y, z)$ , получим решение с чисто кинематической неоднородностью, характеризуемой дефектом скорости  $u_{cl}/u_\infty = (\rho_c/\rho_\infty)^{1/2} u_c/u_\infty$  при постоянной температуре, равной температуре окружающего невозмущенного потока. Аналогично, полагая  $\omega(y, z) = (u_c/u_\infty)^2$ , получим «горячую» неоднородность с постоянной скоростью, равной скорости внешнего невозмущенного потока, и с температурным фактором  $\rho_{cl}/\rho_\infty = (u_c/u_\infty)^2 \rho_c/\rho_\infty$ .

Преобразование (1.4) можно применить и к постоянному потоку (1.1). Соответствующие классы течений названы в [24] псевдонеравномерными потоками. Согласно изложенной теории, редуцированные входные условия (1.1)–(1.4) не могут изменять динамические параметры течения взаимодействия в слое  $x_1 < x < x_2$ , поэтому псевдо-неоднородность должна вести себя, как пассивная примесь, не оказывая какого-либо динамического воздействия на обтекаемое тело. Данное свойство можно использовать для тестирования различных вычислительных кодов. Оно также может служить наглядной иллюстрацией того факта, что ни дефект скорости, ни температурный фактор сами по себе не являются значимыми параметрами неоднородности. Например, в случае кусочно-постоянной функции

$$\omega = \begin{cases} \omega_0 & y_1 \leq y \leq y_2 \\ 1 & y < y_1, y > y_2 \end{cases} \quad (1.6)$$

при  $0 < \omega_0 < 1$  получаем плоский «тепловой канал»  $y_1 \leq y \leq y_2$  с повышенной скоростью  $u_c = u_\infty / \sqrt{\omega_0}$  и температурой  $T_c = T_\infty / \omega_0$ . При  $\omega_0 > 1$  получаем, соответственно, холодный канал с пониженными скоростью и температурой, но ни тот, ни другой не влияют на характеристики обтекания тела.

Сказанное иллюстрирует рис. 1, где приведены результаты численного моделирования поперечного обтекания цилиндра  $x = 2 - -(1 - y^2)^{1/2}$  сверхзвуковым потоком с псевдонеоднородностью (1.1), (1.4), (1.6) при  $M_\infty = 3$ ,  $\gamma = 1.4$ ,  $\omega_0 = 0.25$ ,  $y_1 = 0.3$ ,  $y_2 = 0.5$ . Неоднородность  $N$  (рис. 1, *a* распределение плотности) представляла собой плоский тепловой канал, локализованный в узкой полосе, смещенной вверх от плоскости симметрии  $y=0$ , в ней скорость потока в два раза, а температура в четыре раза выше, чем в окружающем пространстве. Тем не менее, хорошо видно отсутствие динамического взаимодействия этой неоднородности с ударным слоем около цилиндра: полоска горячей неоднородности  $N$  проходит сквозь ударный фронт, как пассивная примесь, не нарушая симметрию распределения динамических параметров течения (рис. 1, *b*, распределение давления). Здесь и далее расчеты выполнены с помощью пакета GDT: [www.cfd.ru](http://www.cfd.ru).

Аналогичным образом можно редуцировать течения с начальной неоднородностью второго рода (1.3). Полагая в (1.5)  $\psi(r) = (\rho_\infty / \rho_c)(p_c / p_\infty)$ , получим изотермическую неоднородность с закруткой. При

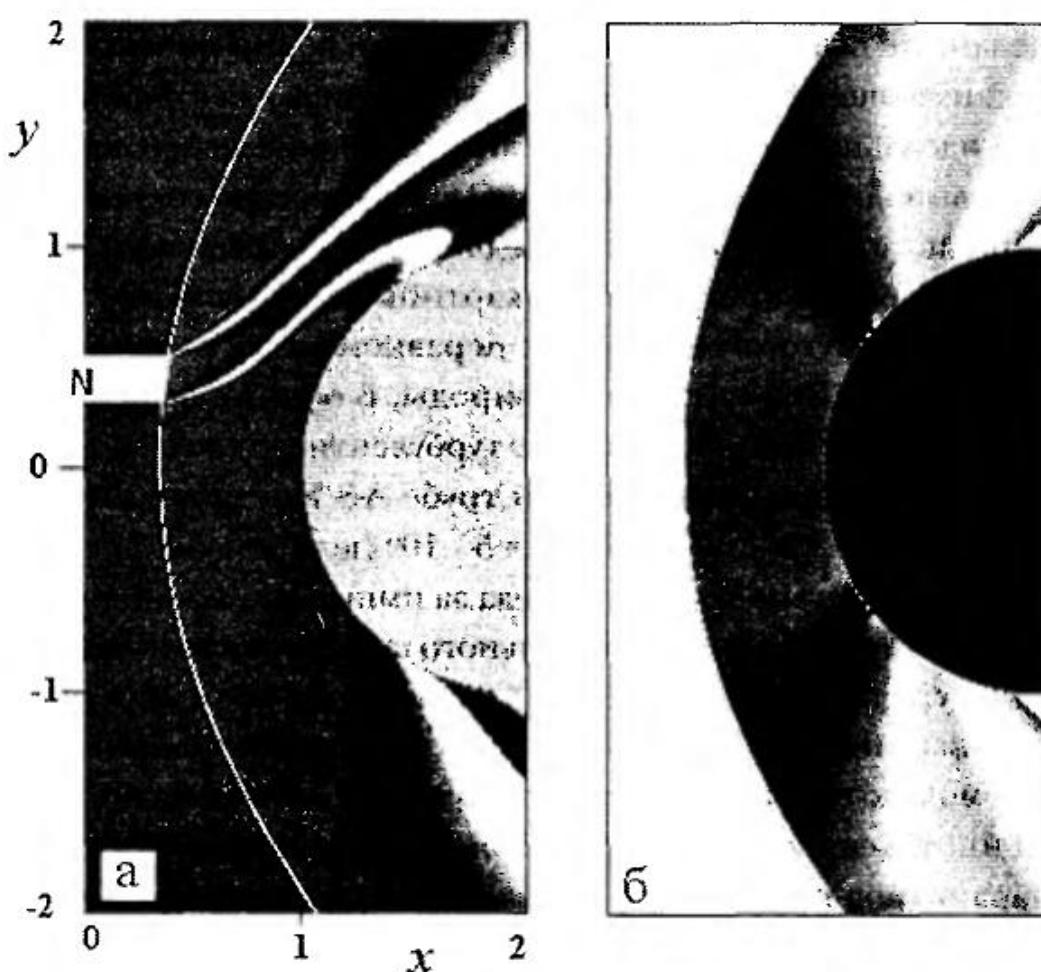


Рис. 1

$\Psi(r) = (u_c/u_\infty)^2$  неоднородность (1.3) трансформируется в закрученный тепловой канал с постоянной продольной скоростью, равной скорости невозмущенного потока.

По отношению к некоторому большому размеру  $D \gg r_c$ , например, диаметру тела, область неоднородности любого типа может рассматриваться как бесконечно тонкий канал, при этом детали распределения параметров в ядре неоднородности перестают влиять на картину течения (для неоднородности первого рода это обосновано в [17, 22]). В общем случае, объединяющем любые бесконечно тонкие неоднородности первого и второго рода, значимыми остаются только два параметра:  $M_c*$  – характерное значение числа Маха и  $p_c*/p_\infty$  – дефект характерного статического давления в ядре неоднородности. Эти параметры позволяют однозначно определять давление в свободных изобарических областях, возникающих при взаимодействии локализованной неоднородности с ударно-волновыми структурами в заданном сверхзвуковом потоке [11, 17, 20, 22].

Сделанные выводы основаны на теореме о динамических инвариантах, имеющей строгое доказательство лишь для стационарных течений идеального газа с разделимым уравнением состояния. Тем не менее, вывод о доминирующей роли динамической составляющей неоднородности может быть справедливым и за пределами условий теоремы. На рис. 2 представлены картины течения около осесимметричного вогнутого тела в двух неравномерных сверхзвуковых потоках различной физической природы. В обоих случаях  $M_\infty = 3$ ,  $\gamma = 1.4$ . На рис. 2, а показано действие турбулентного следа за твердым препятствием в аэродинамической трубе А-8 Института механики МГУ при  $d/D = 0.29$ ,  $l/D = 2.6$ ,  $Re = 5 \cdot 10^6$  (шлирен-визуализация). На рис. 2, б – действие горячего следа за импульсно-периодическим источником энергии в потоке идеального газа при  $d/D = 0.075$ ,  $l/D = 1.31$  при средней мощности источника  $W = 0.16d^2\rho_\infty u_\infty^3$  и частоте следования импульсов  $f = 11.8u_\infty/d$ . Расчетное поле давления получено с помощью вычислительной технологии GDT с использованием модели импульсно-периодического энергоисточника [6]. Большинство параметров в первом и втором случаях (на рис. 2, а, б) сильно

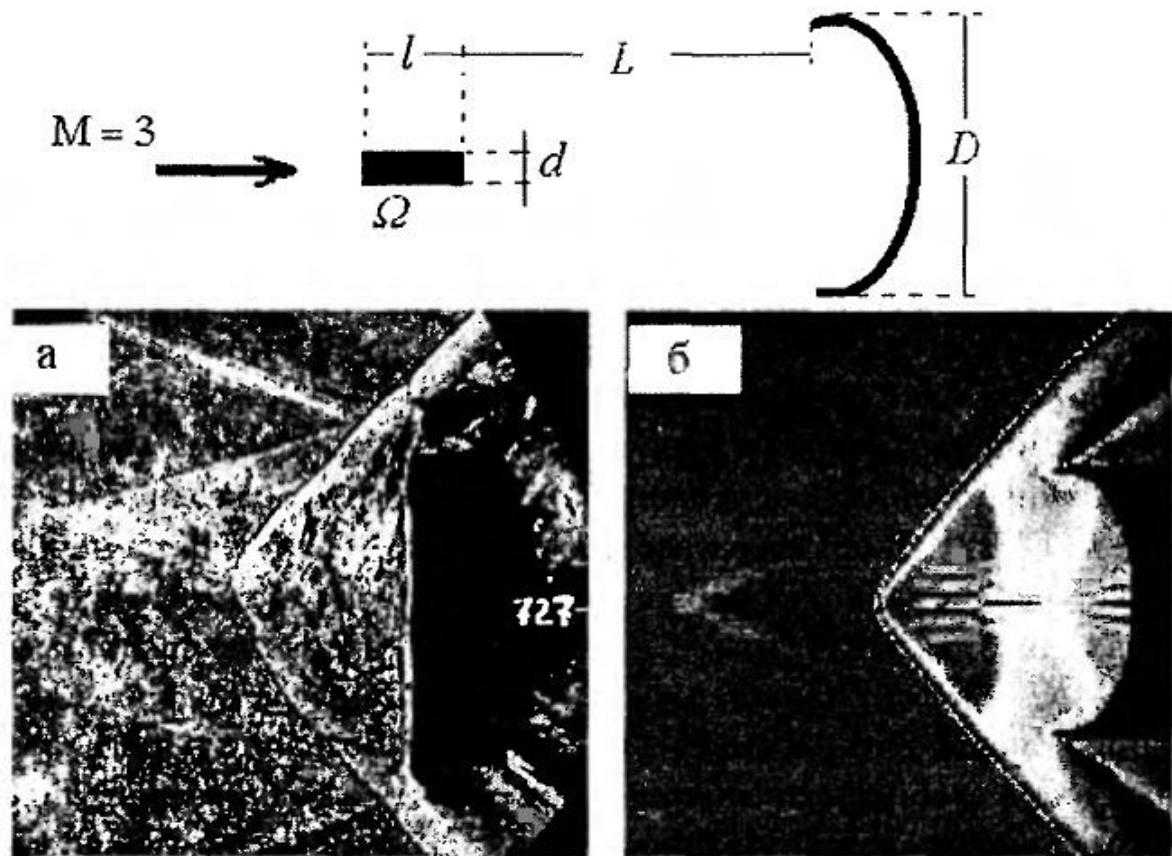


Рис. 2

отличаются. Общими являются только  $M_\infty$ ,  $\gamma$  и среднее значение числа Maxa ( $M_{r*} \approx 2.3$ ) в ядре следа непосредственно перед головным скачком уплотнения, однако этого оказалось достаточно для формирования практически одинаковых конфигураций течения.

**2. Метод сравнения следов от источников энерговыделения и динамического воздействия.** Пусть в некоторой локализованной окрестности  $\Omega$  начала декартовой системы координат  $x, y, z$  в равномерном сверхзвуковом потоке, движущемся поступательно вдоль оси  $x$ , происходит энерговыделение (с мощностью  $W$ ) и/или динамическое воздействие (с результирующей силой сопротивления  $X$ ), рис. 3. Все возмущения от области  $\Omega$  сносятся вниз по потоку и ограничены асимптотическим конусом Maxa, имеющим закон расширения  $r \sim x^k$ . Внутри этого конуса около оси  $x$  имеется диссипативная подобласть аэродинамического следа с асимптотическим законом расширения  $r \sim x^k$ ,  $0 < k < 1$ , где степень  $k$  зависит от размерности пространства и механизмов диссипации (ламинарный или турбулентный след, тип турбулентности и т.д. [16]).

Окружим область  $\Omega$  замкнутой цилиндрической контрольной поверхностью  $S = S_1 + S_0 + S_2$  (на рис. 3 ось  $x$  перпендикулярна к  $S_1, S_2$ ,  $\mathbf{n}$  — направление нормали к  $S$ ) и запишем общие интегральные уравнения [24] баланса массы, энергии, импульса (в проекции на направление  $\mathbf{i}_x$ )

$$\begin{aligned} - \int\limits_{S_1} \rho u d\sigma + \int\limits_{S_0} \rho V_n d\sigma + \int\limits_{S_2} \rho u d\sigma &= 0 \\ - \int\limits_{S_1} \rho u H d\sigma + \int\limits_{S_0} \rho V_n H d\sigma + \int\limits_{S_2} \rho u H d\sigma &= W \\ - \int\limits_{S_1} \rho u^2 d\sigma + \int\limits_{S_0} \rho u V_n d\sigma + \int\limits_{S_2} \rho u^2 d\sigma &= -X - \int\limits_S p n \mathbf{i}_x d\sigma \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь  $u = \mathbf{V} \mathbf{i}_v$ ,  $V_n = \mathbf{V} \mathbf{n}$ ,  $H$  — полная энтальпия.

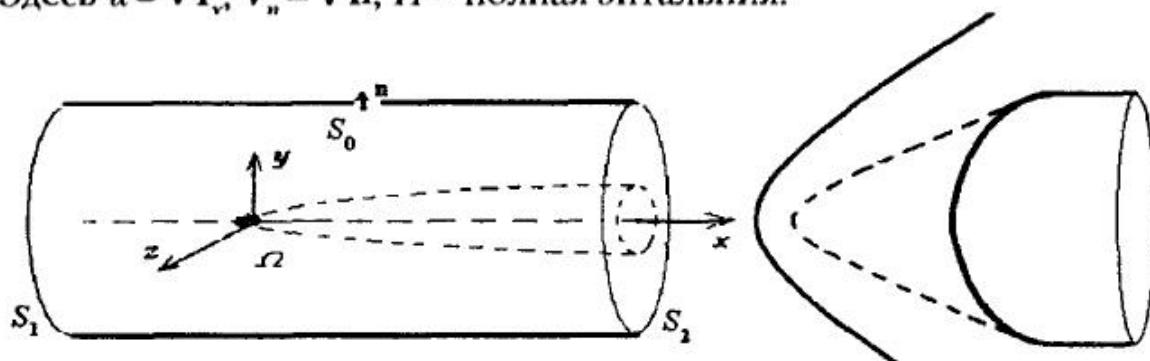


Рис. 3

Так как в точках поверхностей  $S_1, S_0$  при их удалении от начала координат скорость и плотность стремятся к постоянным значениям  $u_\infty \mathbf{i}_x, \rho_\infty$ , а давление всюду на  $S$  близко к  $p_\infty$ , то из (2.1) известным способом [16, 24] получаются следующие два основных соотношения для следов (здесь  $H = u^2/2 + c^2/(\gamma - 1)$ ,  $c^2 = \gamma p/\rho$ )

$$\int_{S_2} \rho u(u - u_\infty) d\sigma = -X, \quad \int_{S_2} \rho u(H - H_\infty) d\sigma = W \quad (2.2)$$

Распределение параметров потока в сечении  $S_2$  представляет собой финитную неоднородность *первого рода*. Согласно теореме о динамических инвариантах любые сдвиговые неоднородности, имеющие одинаковое поперечное распределение динамических параметров (в данном случае достаточно числа Маха), являются динамически эквивалентными. Конкретный профиль числа Маха в следе может зависеть от формы  $\Omega$  и расстояния до рассматриваемого участка следа, от типа и распределения интенсивности взаимодействия внутри  $\Omega$ , а также от диссилиативных механизмов поперечного переноса на пути от  $\Omega$  до рассматриваемого удаленного сечения следа. Для больших расстояний можно строить асимптотические автомодельные профили [16], зависящие только от модели турбулентного переноса в следе. В любом случае, одно и то же финитное распределение числа Маха в заданном поперечном сечении  $S_2$  сверхзвукового потока, очевидно, может быть получено как с помощью энерговклада, так и с помощью надлежащего динамического воздействия (не обязательно в одной и той же области  $\Omega$ ).

Если произведение  $Xu_\infty = W_x$  трактовать, как мощность затрат энергии на удержание перед летящим телом области динамического воздействия  $\Omega$ , то можно сравнивать энергетическую эффективность теплового и динамического способов создания неоднородности по признаку динамической эквивалентности следов непосредственно перед телом (в сечении  $S_2$ , рис. 3).

Рассмотрим задачу об энергетическом сравнении «горячего» и «холодного» следов в асимптотическом приближении. Примем обычное для асимптотических следов [16] допущение о малости  $u_* = u_2 - u_\infty$  и  $\rho_* = \rho_2 - \rho_\infty$  по сравнению с  $u_\infty$  и  $\rho_\infty$ . Тогда, отбрасывая квадратичные члены по  $u_*/u_\infty, \rho_*/\rho_\infty$  можно с помощью (2.2) вычислить асимптоти-

ческое значение «динамического» интеграла  $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\rho u^2 - \rho_\infty u_\infty^2) dy dz$  далеко вниз по потоку от места инициирования

$$I(X, W) = -2X - (\gamma - 1) M_\infty^2 X - (\gamma - 1) M_\infty c_\infty^{-1} W \quad (2.3)$$

Если в области инициирования  $\Omega$  происходит только энерговыделение, то  $X = 0$ ,  $W > 0$ , если нет выделения энергии, но есть динамическое воздействие, то  $W = 0$ ,  $X > 0$ . Необходимым условием динамической эквивалентности «горячего» и «холодного» следов является совпадение их динамических интегралов  $I(0, W) = I(X, 0)$ , что с учетом (2.3) дает искомую связь между  $W$  и  $W_x$

$$(\gamma - 1) M_\infty^2 W = [2 + (\gamma - 1) M_\infty^2] W_x \quad (2.4)$$

В таблице представлены данные о возможном снижении мощности (в процентах) при переходе от теплового к динамическому способам инициирования неоднородности в сверхзвуковом потоке при  $M_\infty = 3$  и различных значениях показателя адиабаты согласно (2.4).

Таблица

$\gamma$	1.4	1.3	1.1	1.05
$(W - W_x)/W \cdot 100\%$	36	43	69	82

**Заключение.** Явление образования крупномасштабных передних отрывных зон при обтекании тел сверхзвуковым потоком с локализованной газодинамической неоднородностью определяется, в основном, одними и теми же механизмами влияния динамической составляющей неоднородности, независимо от способа ее инициирования.

Такие безразмерные параметры поперечной неоднородности, как дефект скорости  $u_c/u_\infty$  в холодном следе, температурный фактор  $\rho_c/\rho_\infty$  в горячем следе или, например, степень закрутки  $w_{max}/u_\infty$  в вихревом жгуте не имеют самостоятельного значения, определяющего явление. Решающую роль играют динамические параметры ядра неоднородности в следе – относительное давление, скоростной напор, число Маха (или алгебраические комбинации этих параметров). При совпадении динамических параметров в окрестности зоны взаимодействия следы любого происхождения будут вносить,

в основном, одинаковый вклад в перестройку и формирование конфигурации течения взаимодействия, независимо от дефекта скорости, температурного фактора или степени закрутки в конкретном следе.

Инициирование «горячей» неоднородности является энергетически более затратным, чем инициирование «холодной» неоднородности со сходными динамическими параметрами. На практике этот недостаток, вероятно, можно компенсировать удобством инициирования тепловых следов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Lin T.C., Reeves B.L., Siegelman D. Blunt-body problem in non-uniform flow-fields // AIAA J. 1977. V. 15. № 8. P. 1130–1137.
2. Затолока В.В., Иванюшкин А.К., Николаев А.В. Интерференция вихрей со скачком уплотнения в воздухозаборнике. Разрушение вихрей // Уч. зап. ЦАГИ. 1975. Т. VI. № 2. С. 134–138.
3. Третьяков П.К., Гаранин А.Ф., Грачев Г.Н. и др. Управление сверхзвуковым обтеканием тел с использованием мощного оптического пульсирующего разряда // Докл. РАН. 1996. Т. 351. № 3. С. 339–340.
4. Георгиевский П.Ю., Левин В.А. Сверхзвуковое обтекание тел при наличии внешних источников тепловыделения // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. №. 8. С. 684–687.
5. Борзов В.Ю., Рыбка И.В., Юрьев А.С. Влияние локального энергоподвода в гиперзвуковой поток на лобовое сопротивление тел с различным зауплением // ИФЖ. 1994. Т. 67. № 5–6. С. 355–361.
6. Гувернюк С.В., Самойлов А.Б. Об управлении сверхзвуковым обтеканием тел с помощью пульсирующего теплового источника // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. № 9. С. 1–8.
7. Chernyi G.G. The Impact of Electromagnetic Energy Addition to air near the body On Its Aerodynamic Characteristics // Proc. 2nd WIG Workshop. Norfolk, VA, 1998. P. 1–31.
8. Levin V.A., Afonina N.E., Gromov V.G., Georgievsky P.Yu., Terentjeva L.V. Influence of Energy Input by Electric Discharge on Supersonic flows around bodies. // Proc. 2nd WIG Workshop. Norfolk, VA, 1998. P. 201–231.
9. Зудов В.Н., Пимонов Е.А. Взаимодействие продольного вихря с наклонной ударной волной // ПМТФ. 2003. Т. 44. № 4. С. 10–21.
10. Георгиевский П.Ю., Левин В.А. Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 154–167.
11. Желтоводов А.А., Пимонов Е.А. Исследование воздействия локализованного энергоподвода на взаимодействие продольного вихря с косым скачком уплотнения // Теплофизика и Аэромеханика. 2005. Т. 12. № 4. С. 553–574.

12. Macheret S.O., Ionikh Yu.Z., Chernysheva N.V., Yalin A.P., Martinelli L., McAndrew B., Barker P.F., Schneider M.N., Miles R.B. Shock Propagation in Weakly Ionized Gases and Plasma Control of High-Speed Flows. // Proc. 2nd Workshop on Magneto-Plasma-Aerodynamics in Aerospace Applications. Moscow, 2000. P. 34-42.
13. Зудов В.Н., Третьяков П.К., Тупикин А.В., Яковлев В.И. Обтекание теплового источника сверхзвуковым потоком // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 140–153.
14. Еремейцев И.Г., Пилюгин Н.Н., Хлебников В.С., Юницкий С.А. Исследование аэродинамических характеристик и теплообмена тел в неравномерных сверхзвуковых потоках газа. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988.
15. Каменецкий В.Ф., Турчак Л.И. Сверхзвуковое обтекание тел неоднородным потоком идеального газа // М.: Препринт ВЦ АН СССР, 1982.
16. Биркгоф Г., Сарантонело Э. Струи, следы, каверны. М.: Мир, 1964.
17. Губерник С.В., Савинов К.Г. Структура ударного слоя перед препятствием в неравномерном сверхзвуковом потоке типа следа: Отчет Института механики № 4047. М.: МГУ, 1990.
18. Головачев Ю.П., Леонтьева Н.В. Циркуляционное течение у лобовой поверхности сферы, обтекаемой сверхзвуковым потоком типа следа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 3.
19. Губерник С.В., Савинов К.Г. Некоторые обобщения задачи о взаимодействии затупленных тел с неравномерными сверхзвуковыми потоками // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 2. С. 164–170.
20. Georgievsky P.Yu., Levin V.A. Transformation of front separation regions controlled by upstream energy deposition // AIAA Paper 2007-1232. 2007.
21. Белов И.А., Дементьев И.М., Исаев С.А. и др. Анализ результатов и методическое обоснование моделирования обтекания тел с передней срывной зоной. Препринт № 1353. Л.: ФТИ им. А.Ф. Иоффе, 1986.
22. Губерник С.В., Савинов К.Г. Отрывные изобарические структуры в сверхзвуковых потоках с локализованной неоднородностью // Докл. РАН. 2007. Т. 413. № 2. С. 188–192.
23. Guvernyuk S.V. Comparison of efficiency of energetic and dynamic methods of non-uniformity's formation in supersonic streams for the body flow control // Proc. III Workshop on MagnetoPlasma Aerodynamics in Aerospace Applications. М.: IVTAN, 2001. P. 226–231.
24. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.
25. Губерник С.В. Динамические инварианты в задачах установившегося обтекания тел идеальным газом // Докл. РАН. 1996. Т. 349. № 4. С. 478–481.
26. Munk M., Prim R. On the multiplicity of steady gas flows having the same streamline pattern. // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1947. V. 33. P. 137–141.
27. Мизес Р. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.